BIBLIOTHECA
SCRIPTORUM GRAECORUM ET ROMANORUM
TEUBNERIANA.

EUCLIDIS
OPERA OMNIA.

EDIDERUNT

I. L. HEIBERG ET **H. MENGE.**

EUCLIDIS ELEMENTA.

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

I. L. HEIBERG,

DR. PHIL.

UOL. I. LIBROS I—IV CONTINENS.

LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXXXIII.

BIBLIOTHECA
SCRIPTORUM GRAECORUM ET ROMANORUM TEUBNERIANA.

	ℳ ₰
Aelianus ed. *Hercher.* 2 voll.	9.—
—— —— varia historia	—.90
Aeneae comment. ed. *Hug*	1.35
Aeschines ed. *Franke*	—.90
Aeschylus ed. *Dindorf*	1.20
—— —— einzelne Stücke à	—.30
Alberti Troilus ed. *Merzdorf*	3.—
Ammianus Marc. ed. *Gardthausen.* 2 voll.	7.20
Anacreon ed. *Rose.* Ed. II	1.—
Andocides ed. *Blafs.* Ed. II	1.20
Anthimus ed. *Rose*	1.—
Anthologia latina ed. *Riese.* I. 1	3.—
—— —— I. 2.	4.50
—— **lyrica** ed. *Bergk.* Ed. III.	3.—
Antiphon ed. *Blafs.* Ed. II.	2.10
Antoninus ed. *Stich*	1.80
Apollodorus ed. *Bekker*	1.—
Appollon. Rhodius ed. *Merkel*	1.—
Appian ed. *Mendelssohn.* 2 voll.	9.—
Archimedis opera omnia. Ed. *Heiberg.* 3 voll.	18.—
Aristophanes ed. *Bergk.* 2 voll.	3.—
—— —— einzelne Stücke à	—.45
Aristoteles de partibus animal. ed. *Langkavel*	1.80
—— **de arte poetica** ed. *Christ*	—.60
—— **physica** ed. *Prantl*	1.50
—— **Ethica Nicomachea** ed. *Susemihl*	1.80
—— **de coelo etc.** ed. *Prantl*	1.20
—— **de coloribus, audibilibus, physiognomonica** ed. *Prantl*	—.60
—— **politica** ed. *Susemihl*	2.40
Arriani expeditio ed. *Abicht*	1.20
—— **scripta min.** ed. *Hercher*	1.—
Athenaeus ed. *Meineke.* 4 voll.	12.—
Augustinus iter. ed. *Dombart.* 2 voll.	6.—
Aulularia ed. *Peiper*	1.50
Avienus ed. *Breysig*	1.—
Babrius ed. *Schneidewin*	—.60
Boetius de inst. math. ed. *Friedlein*	5.10
—— **de consolatione** ed. *Peiper*	2.70
—— **comm. in libr. Aristotelis** περὶ ἑρμηνείας rec. *Meiser.* 2 voll.	8.70
Bucolici Graeci ed. *Ahrens*	—.60
Caesar ed. *Dinter*, kplt.	1.50
—— ed. *Dinter.* 3 voll. à	1.—
—— **de bello Gallico.** Ed. min.	—.75
—— —— **civili.** Ed. min.	—.60
Cassius Felix ed. *Rose*	3.—
Catullus ed. *Müller*	—.45
Catullus, Tibullus, Propertius	2.70
Cebetis tabula ed. *Drosihn*	—.60
Celsus ed. *Daremberg*	3.—
Censorinus ed. *Hultsch*	1.20
Cicero ed. *Müller.* Pars II. Vol. I, Pars IV. Vol. I. II. III, jeder à	2.10
—— ed. *Klotz.* 5 part. 11 voll., kplt.	22.35
—— **orationes selectae** ed. *Klotz.* 2 partes	1.50
—— **orationes sel.** edd. *Eberhard* et *Hirsch*[illegible]	2.—

	ℳ ₰
Cicero, epistolae selectae ed. *Dietsch.* 2 partes	2.50
—— **epistolae** ed. *Wesenberg.* 2 voll.	6.—
Commodianus ed. *Ludwig.* I & II	2.70
Cornelius Nepos ed. *Halm*	—.30
Cornutus ed. *Lang*	1.50
Curtius Rufus ed. *Fofs*	1.20
—— —— ed. *Vogel*	1.20
Dares Phrygius ed. *Meister*	1.20
Demosthenes ed. *Dindorf.* 3 voll.	4.50
—— —— Auch in 6 Partes, à pars	—.75
Dictys Cretensis ed. *Meister*	1.50
Dinarchus ed. *Blafs*	1.—
Dio Cassius ed. *Dindorf.* 5 voll.	13.50
Dio Chrysost. ed. *Dindorf.* 2 voll.	5.40
Diod. Siculus ed. *Dindorf.* 5 voll.	15.75
Dionysius ed. *Kiefsling.* 4 voll.	10.80
Dracontius ed. *de Duhn*	1.20
Eclogae poet. latin. ed. *Brandt*	1.—
Epicorum Graecorum fragm. ed. *Kinkel.* Vol. I	3.—
Erotici script. ed. *Hercher.* 2 voll.	7.50
Euclidis elementa ed. *Heiberg.* I.	
Eudociae violarium ed. *Flach*	7.50
Euripides ed. *Nauck.* Ed. III. Vol. I & II à	1.50
—— —— —— Vol. III. Fragmenta	2.70
—— —— —— Einzelne Stücke à	—.30
Eusebius ed. *Dindorf.* 4 voll.	15.—
Eutropius ed. *Dietsch*	—.30
Fabulae Aesopicae ed. *Halm*	—.90
Fabulae Roman. ed. *Eberhard.* Vol. I	3.75
Florus ed. *Halm*	1.—
Frontinus ed. *Dederich*	1.50
Gaius ed. *Huschke*	2.70
Gellius ed. *Hertz.* 2 voll.	3.30
Heliodor ed. *Bekker*	2.40
Herodian ed. *Bekker*	1.20
Herodotus ed. *Dietsch.* 2 voll. à	1.35
Hesiodus ed. *Koechly*	—.45
—— ed. *Flach*	—.45
Hesychius Milesius ed. *Flach*	—.75
Hieronymus ed. *Herding*	2.40
Historici Graeci minores ed. *Dindorf.* 2 voll.	8.25
Historia Apollonii ed. *Riese*	1.—
Homeri Ilias, kplt. 1 Band mit Einleitung von *Sengebusch*	2.25
—— **Odyssea,** kplt. 1 Band mit Einleitung von *Sengebusch*	2.25
—— **carmina,** I. 1 (Ilias I)	—.75
—— —— I. 2 (Ilias II)	—.75
—— —— II. 1 (Odyssea I)	—.75
—— —— II. 2 (Odyssea II)	—.75
Horatius ed. *Müller*	1.—
Hygini Gromatici liber ed. *Gemoll*	—.75
Hymni Homerici ed. *Baumeister*	—.75
Hyperides ed. *Blafs.* Ed. II.	1.35
Iliadis carmina ed. *Koechly*	3.—
Incerti auctoris lib. de Constantino Magno ed. *Heydenreich*	—.60
Iosephus, Flavius, ed. *Bekker.* 6 voll.	12.60
Isaeus ed. *Scheibe*	1.20
Isocrates edd. *Benseler* et *Blafs.* 2 voll.	2.70

EUCLIDIS

OPERA OMNIA.

EDIDERUNT

I. L. HEIBERG ET H. MENGE.

LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXXXIII.

EUCLIDIS

ELEMENTA.

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

I. L. HEIBERG,

DR. PHIL.

UOL. I.

LIBROS I—IV CONTINENS.

LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXXXIII.

LIPSIAE: TYPIS B. G. TEUBNERI.

PRAEFATIO.

Elementa Euclidis paene per tria saecula pro fundamento critico solam editionem principem habuerunt, quae prodiit Basileae a. 1533; nam Gregorius in elementis totus fere ab illa editione pendet. quod fundamentum quale fuerit, inde intellegitur, quod editio Basileensis pro consuetudine illius temporis ad fidem paucissimorum nec optimorum codicum facta est, cum tamen elementorum tot exstent codices antiquissimi et praestantissimi, quot haud facile cuiusquam scriptoris Graeci. itaque initio nostri saeculi Peyrardus optime de elementis meritus est, quod unum saltem codicem antiquum et eum omnium praestantissimum, quippe qui recensionem Theone antiquiorem contineret, in editione Basileensi emendanda adhibuit. hunc codicem e latebris Uaticanis protraxisse praestantiamque eius agnouisse, gloria est Peyrardi haud parui aestimanda. sed neque ubique recto firmoque iudicio in uera scriptura eligenda usus est, in primis quia bonis codicibus recensionis Theonis caruit, neque inuentum suum tenuit recteque aestimauit. huc accedit, quod editio eius et inhabilis et his temporibus perrara est; nec ii, qui post Peyrardum elementa ediderunt, subsidia critica auxerunt neque omnino rem

ita egerunt, ut textus elementorum satis certo et ad usum prompto fundamento niti uideri possit. de ceteris scriptis Euclidis multo etiam peius actum esse, satis constat.

Quae cum a multis intellegi uiderem, Archimedi Euclidem adiungere constitui, et ut hunc laborem, quem iam diu animo uoluebam, tandem aliquando susciperem, eo magis impellebar, quod editionem Archimedis ab hominibus doctis beneuolenter adcipi, et erroribus, quos in primitiis illis uitare non potuissem, indulgeri uidebam, et usu edoctum me iam meliora praestare posse sperabam.

Sed statim apparuit, neque res rationesque neque uires meas toti operi, quod mihi proposueram, sufficere. tot codices conferendi erant, tot bibliothecae itineribus longinquis adeundae. itaque Henricum Menge, u. d., quem sciebam et ipsum in Euclide occupatum esse, interrogaui, uelletne partem operis suscipere. adnuit, et ita inter nos comparatum est, ut ille Data, Phaenomena, scripta musica, ego Elementa, Optica, Catoptrica ederem, et ut codices coniuncta opera conferremus. sed sic quoque in elementis e magna copia subsidiorum pauca eligere coactus sum. nam cum uix ulla sit minima bibliotheca, in qua non adseruetur codex aliquis elementorum, inde ab initio de omnibus codicibus conferendis aut certe inspiciendis desperandum erat. uellem equidem licuisset pluribus codicibus uti, sed ut aliquo tamen modo paucis, quos contuli, contenti esse possimus, facit et singularis ratio, qua nobis tradita sunt elementa Euclidis, et uetustas et bonitas codicum a me usurpatorum. nam satis notum

est, plerosque omnes codices e recensione Theonis fluxisse, et Uaticanum Peyrardi solum fere antiquiorem formam seruasse. quem fructum ex hoc casu singulari capere liceat, et quam rationem critices factitandae inde sequi putem, pluribus exposui in libro, qui inscribitur Studien über Euklid p. 177 sq. hoc quidem statim adparuit, primum omnium codicem Uaticanum, e quo Peyrardus ea sola enotauerat, quae ei memorabilia uidebantur, quamuis ipse aliter praedicet, denuo diligenter esse conferendum et praeterea ex reliquis codicibus tantum numerum, ut ueri similiter de scriptura Theonis iudicari posset. qua in re codices Bodleianum, Laurentianum, Uindobonensem sufficere putaui, praesertim cum animaduerterem, eos a palimpsesto codice saeculi VII uel VIII, qui in Museo Britannico adseruatur, non admodum discrepare. hos codices pro fundamento habui, sed ad eos in partibus quibusdam operis alii adcesserunt et, ut spero, adcedent, uelut in hoc primo uolumine Parisinus quidam et in primo libro Bononiensis. hunc ne totum conferrem, prohibuerunt temporis angustiae, sed spes mihi est, me breui partem reliquam conferre posse; nam in libris stereometricis hic codex maximi momenti est. de ceteris subsidiis nouis, sicut de codicibus operum minorum, in praefationibus singulorum uoluminum dicetur.

Confiteor igitur fieri posse, ut inter codices nondum collatos lateat thesaurus aliquis (neque enim omnes recentiores sunt nec recentiores semper spernendi), qui mea subsidia uel aequet uel etiam superet. sed cum non maxime sit ueri simile, haec, qualiacun-

que sunt, nunc edere malui, quam opus in infinitum differre.

De consilio meo satis dictum. de forma ac specie editionis sufficit commemorare, eandem me secutum esse quam in Archimede edendo. nam quamquam uidebam, Latinam interpretationem meam a nonnullis improbari, tamen hic quoque Latinam Francogallicae Germanaeue aut nulli praetuli; nam interpretationem mathematici flagitant, et Latina a pluribus legi potest. praeterea res ipsae tritiores interpretandi molestiam leuiorem reddunt in Euclide quam in Archimede. notas perpaucas addidi, quia perpaucis in Euclide discentibus consulenti opus est, si solam intellegentiam uerborum tenorisque demonstrationis spectes. nam commentarium, cuius hic quoque ingens est materia, scribere nolui. quarto uolumini copiosiora prolegomena praemittentur, quibus historia textus elementorum illustrabitur. eodem congeram, quae de subsidiis deterioribus collegi; nam perspicuitatis causa ea ab adparatu critico removenda erant, in quo iis tantum codicibus usus sum, quos supra commemoraui. eos his litteris significaui:

P — cod. Uatican. Gr. 190 Peyrardi saec. X, membran. hic illic manus recentissima litteras tempore euanidas renouauit, quam littera π significaui, ubi parum recte scripturam antiquam reddere uidebatur. libros IV—IX ipse contuli Romae 1881, librum II et partem tertii Mengius; primum et reliquam partem tertii Augustus Mau u. d. beneuolenter conferenda suscepit.

B — cod. Bodleian. Doruillian. X, 1 inf. 2, 30, scr. a.

888, membran. libros I—VII ipse contuli Oxoniae 1882.

F — cod. Florentin. Laurentian. XXVIII, 3 saec. X, membran. in hoc quoque codice scriptura antiqua saepe manu saeculi XVI renouata est, quae eadem multa folia foliorumue partes resarcinauit et ultimam partem codicis totam suppleuit. eam significaui littera φ, ubicunque antiquam scripturam uel uitiauit uel ita obscurauit, ut dignosci non posset. totum codicem ipse contuli Florentiae 1881.

V — cod. Uindobon. Gr. 103 saec. XI—XII, membran. partem ultimam in charta bombycina suppleuit manus saeculi XIII. totum contuli ipse Hauniae 1880.

b — cod. bibliothecae communalis Bononiensis numeris 18—19 signat., saec. XI, membran. librum I contuli et alios nonnullos locos inspexi Florentiae 1881.

p — cod. Parisin. Gr. 2466 saec. XII, membran. librum I contuli Parisiis 1880, libros II—VII Hauniae 1882.

Restat, ut grato officio fungar iis uiris gratias quam maximas agendi, qui labori meo fauerunt. primum ut itinera Parisios et in Italiam toties facere possem, effectum est eximia liberalitate summi Ministerii, quod cultui scholisque nostris praeest, et instituti Carlsbergici, litteras scientiamque largiter adiuuantis. etiam praefectis bibliothecarum Uin-

dobonensis, Parisinae, Bononiensis plurimum debeo, quod codices a se adservatos meum in usum alio transmitti siuerunt, item praefectis bibliothecae regiae Hauniensis et bibliothecae Laurentianae, quibus intercedentibus hunc fauorem adeptus sum. Carolo Graux, quocum magnam partem itineris Italici a. 1881 communiter feci, et qui me in codicum aetatibus definiendis ceterisque rebus palaeographicis, in quibus cedebat nemini, egregie adiuuabat, quominus hoc loco gratias debitas agerem, prohibuit fatum nobis amicis eius superstitibus scientiaeque iniquissimum.

Scr. Hauniae mense Aprili MDCCCLXXXIII.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ.

α'.

Ὅροι.

α'. Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

β'. Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.

γ'. Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα.

δ'. Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

ε'. Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

ϛ'. Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.

ζ'. Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

η'. Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

θ'. Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

ι'. Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφ-

---

1. Hero def. 2. Ammonius in categ. p. 43. 66. Psellus p. 34. cfr. Philoponus in phys. fol. 6r. Martianus Capella VI, 708. Boetius p. 374, 1. 2. Sextus Emp. p. 466, 27. 470, 24. 704, 28. Hero def. 3. Philoponus in phys. fol. 6r. Ammonius in cat. p. 66. Martianus Capella VI, 708. Boetius p. 374, 2. 3. Boetius p. 374, 3. 4. Hero def. 5. Sextus Emp. p. 716, 28. 717, 10. Philoponus in anal. II fol. 4v, fol. 15. Psellus p. 34. Boetius p. 374, 5. 5. Hero def. 9. Boetius p. 374, 6. 6. Boetius p. 374, 7. 7. Hero def. 11. Psellus p. 35. Boetius p. 374, 7. 8. Hero def. 16. Psellus p. 35. cfr. Sextus Emp. p. 718, 12. Boetius p. 374, 10. Martianus Capella VI, 710.

I.

Definitiones.

I. Punctum est, cuius pars nulla est.

II. Linea autem sine latitudine longitudo.

III. Lineae autem extrema puncta.

IV. Recta linea est, quaecunque ex aequo punctis in ea sitis iacet.

V. Superficies autem est, quod longitudinem et latitudinem solum habet.

VI. Superficiei autem extrema lineae sunt.

VII. Plana superficies est, quaecunque ex aequo rectis in ea sitis iacet.

VIII. Planus autem angulus est duabus lineis in plano se tangentibus nec in eadem recta positis alterius lineae ad alteram inclinatio.

IX. Ubi uero lineae angulum continentes rectae sunt, rectilineus adpellatur angulus.

X. Ubi uero recta super rectam lineam erecta

---

9. Hero def. 17. Boetius p. 374, 12. 10. Hero def. 19. Ammonius in categ. p. 58. Simplicius in Aristot. de coelo fol. 131v. Philoponus in phys. i IIII, in anal. II fol. 28v, p. 65. Psellus p. 36. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 14.

Numeros definitionum om. PFBb. 1. οὐδέν F, Psellus, Ammonius p. 66. 6. ἔχει μόνον B. 11 δέ] supra comp. scriptum b. ἐπιπέδῳ] ἐπίπεδος π. 13. Ante πρός ras. unius litterae PF. 14. δέ] δ' B. τὴν γωνίαν περιέχουσαι Proclus; τὴν εἰρημένην γωνίαν P. 15. ἡ γωνία καλεῖται Proclus.

εξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστι, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται, ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

ια'. Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν ἡ μείζων ὀρθῆς.

ιβ'. Ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

ιγ'. Ὅρος ἐστίν, ὅ τινός ἐστι πέρας.

ιδ'. Σχῆμά ἐστι τὸ ὑπό τινος ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.

ιε'. Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον [ἣ καλεῖται περιφέρεια], πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι [πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν] ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

ις'. Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.

ιζ'. Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

ιη'. Ἡμικύκλιον δέ ἐστι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ'

---

11. Hero def. 21. Ammonius in categ. p. 58. Psellus p. 36. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 18. 12. Hero def. 20. Ammonius l. c. Psellus l. c. Martianus Capella l. c. Boetius p. 374, 19. 13. Philoponus in Aristot. de anima fol. a 2. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 22. 14. Hero def. 25. Schol. in Hermog. VII^2 p. 903. cfr. Philop. ad Aristot. de anim. h. 7. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 374, 21. 15. Hero def. 29. Taurus apud Philop. in Proclum VI, 21. Sextus Emp. p. 719, 16. Philopon. in anal. II fol. 28^v, cfr. fol. 4^v, 9^v, 29^r, 53^r. Psellus p. 38. Martianus Capella VI, 710. Boetius p. 375, 3. 16. Psellus p. 38. Martianus Capella VI, 711. Boetius p. 375, 6. 17. Hero def. 30. Psellus p. 38. Martianus Capella VI, 711. Boetius p. 375, 7. 18. Hero def. 31. Mart. Capella VI, 711. Boetius p. 375, 12.

angulos deinceps positos inter se aequales efficit, rectus est uterque angulus aequalis, et recta linea erecta perpendicularis adpellatur ad eam, super quam erecta est.

XI. Obtusus angulus est, qui maior est recto.

XII. Acutus uero, qui minor est recto.

XIII. Terminus est, quod alicuius rei extremum est.

XIV. Figura est, quod aliquo uel aliquibus terminis comprehenditur.

XV. Circulus est figura plana una linea comprehensa, ad quam quae ab uno puncto intra figuram posito educuntur rectae omnes aequales sunt.

XVI. Centrum autem circuli punctum illud adpellatur.

XVII. Diametrus autem circuli recta quaedam est linea per centrum ducta et terminata utrimque ambitu circuli, quae quidem linea circulum in duas partes aequales diuidit.

XVIII. Semicirculus autem ea est figura, quae

---

1. ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα omisso ἐστι lin. 2 BFV, Simplicius, Philoponus in anal. II p. 65, Psellus. scripturam receptam praebent Pbp, Proclus, Hero, Ammonius, Philoponus in phys. I IIII. cfr. prop. 11, 12. 2. ἴσων] om. Ammonius, Philoponus in phys. l. c., Psellus, Martianus Capella, Campanus. εὐθεῖα] γραμμή Proclus, BV; om. Ammonius. Deff. XI—XII permutant Hero et Ammonius. 6. ιγ′] ιδ′ V et sic deinceps. Deff. XIII—XIV permutat Boetius. 7. ἐστι] δέ Fbp. 10. ἣ καλεῖται περιφέρεια] om. Proclus, Taurus, Sextus Emp., Philoponus, Boetius; habent praeter codd. Hero, Psellus, Capella, Campanus. 12. προσπίπτουσαι b, corr. m. 2. πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν] om. Proclus, Taurus, Hero, Sextus Emp., Psellus, Capella, Boetius; habent codd. (in b erasa sunt), Philoponus, Campanus. 13. εἰσίν] PF, εἰσί uulgo. 19. ἐστιν PF. 20. τε] om. B. καί] τε καί B. ὑπολαμβανομένης B.

αὐτῆς περιφερείας. κέντρον δὲ τοῦ ἡμικυκλίου τὸ αὐτό, ὃ καὶ τοῦ κύκλου ἐστίν.

ιθ΄. Σχήματα εὐθύγραμμά ἐστι τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα, τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν, τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων, πολύπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

κ΄. Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς, ἰσοσκελὲς δὲ τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς, σκαληνὸν δὲ τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

κα΄. Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν, ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν, ὀξυγώνιον δὲ τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

κβ΄. Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων τετράγωνον μέν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον, ἑτερόμηκες δέ, ὃ ὀρθογώνιον μέν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ, ῥόμβος δέ, ὃ ἰσόπλευρον μέν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ, ῥομβοειδὲς δὲ τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν

---

19. Philop. in anal. II fol. 39ʳ; cf. in Arist. de anim. h 7. Boetius p. 375, 14—21. 20. Hero def. 43. 44. 45. Psellus p. 36. Boetius p. 376, 2. 21. Hero def. 46. 48. 47. Philop. in anal. II fol. 39ʳ. Psellus p. 37. Boetius p. 376, 6. 22. Psellus p. 37. Martianus Capella VI, 712. Boetius p. 376, 14. *ῥόμβος* Galenus XVIII[1] p. 466.

---

1. *αὐτῆς*] *αὐτοῦ* B. *περιφερείας*] *τοῦ κύκλου περιφερείας* PBFV, sed *τοῦ κύκλου* om. bp, Proclus, Hero, Capella, Boetius. *κέντρον δέ* — 2. *ἐστίν* ex Proclo p. 160 addidit August eiecta definitione III, 6, quam omnes codd. hoc quoque loco sic praebent: *τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας ἢ μείζονος ἢ ἐλάττονος ἡμικυκλίου* (*κύκλου ἐστί* om. φ; pro priore *ἢ* in BFV est *ἤτοι*; *ἐλάσσονος* P). eandem habet Campanus; contra Capella et

diametro et arcu ab ea absciso comprehenditur. centrum uero semicirculi idem est, quod ipsius est circuli.

XIX. Figurae rectilineae sunt, quae rectis lineis comprehenduntur, trilaterae quae tribus, quadrilaterae quae quattuor, multilaterae quae plus quam quattuor rectis comprehenduntur.

XX. Ex figuris autem trilateris aequilaterus triangulus est, qui tria latera sua aequalia habet, aequicrurius uero, qui duo sola aequalia habet, scalenus autem, qui tria latera sua inaequalia habet.

XXI. Praeterea uero ex figuris trilateris rectangulus triangulus est, qui rectum angulum habet, obtusiangulus, qui obtusum habet, acutiangulus autem, qui tres angulos suos acutos habet.

XXII. Ex quadrilateris autem figuris quadratum est, quod simul aequilaterum est et rectangulum, parte altera longius est, quod rectangulum est neque uero aequilaterum, rhombus autem, quod aequilaterum est neque uero rectangulum, rhomboides autem, quod latera simul et angulos inter se opposita aequalia habet, sed neque aequilaterum est neque rectangulum; re-

---

Boetius et hanc et Procli omittunt; de Herone non liquet (Studien p. 192). 3. σχήματα εὐθύγραμμα] Pbp, Proclus; εὐθύγρ. σχ. uulgo (εὐθείγραμμα φ). ἔστιν PF. Def. 19 uulgo in 4 diuiditur; V hinc numeros om. 3. εὐθειῶν γραμμῶν Proclus, Boetius. 6. τεττάρων B. εὐθειῶν] πλευρῶν Proclus, Boetius. 8. ἔστιν PF. 9. τὰς δύο] δύο b, Proclus. μόνον Proclus. 10. πλευράς] om. Proclus. Def. 20 uulgo in 3 diuiditur. 11. δέ] P, Proclus; om. b; τε uulgo. 12. ἔστιν PF. μίαν ἔχον V mg. m. 1?, Proclus, Psellus. 13. μίαν ἔχον Proclus, Psellus; γωνίαν μίαν V mg. m. 1? τὸ ἔχον — 14. δέ mg. B eadem man. ὀξιγώνιον φ. 16. ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καί Proclus. ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τε om. φ. ἑτερόμηκες bis φ. 17. ὅ] τό Proclus. 20. ὅ] om. Fbp. οὔτε] οὔτε δέ Fbp. ἔστιν] om. Proclus.

οὔτε ὀρθογώνιον· τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα τραπέζια καλείσθω.

κγ΄. Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

Αἰτήματα.

α΄. Ἠιτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

β΄. Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ᾽ εὐθείας ἐκβαλεῖν.

γ΄. Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

δ΄. Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι.

ε΄. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπ᾽ ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ᾽ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες.

---

23. Hero def. 71. Philoponus in anal. II fol. 18ʳ. Psellus p. 35. Martianus Capella VI, 712. Boetius p. 376, 23. *αἰτ.* 1—5. Martianus Capella VI, 722. Boetius p. 377, 4. Aspasius apud Simplicium in Arist. de coelo fol. 149: *τὰ πέντε αἰτήματα.* 1. Philop. in anal. II fol. 9ᵛ. 10. 29. 2. Simplicius in phys. fol. 119. 3. Philop. in anal. II fol. 10. 29. 4. Id. ibid. fol. 10. 5. Id. ib. fol. 10. 29. Proclus p. 364, 14.

---

1. *τετράγωνα* B. 2. *τραπέζεια* b. Def. 21 uulgo in 3, def. 22 in 5 diuidunt. 3. *παράλληλοι δέ* B. *εὐθεῖαί εἰσιν* Proclus, Psellus. 4. *ἐς* V. 5. *συμπίπτειν* P. *ἀλλήλαις* om. F. 6. *αἰτήματα πέντε* V, *αἰτ. ἐστι πέντε* BF, b m. 2. Numeros om. F. 9. *ἐπ᾽ εὐθείας κατὰ τὸ συνεχές* PBFbp;

liqua autem praeter haec quadrilatera trapezia adpellentur.

XXIII. Parallelae sunt lineae, quae in eodem plano positae et in utramque partem productae in infinitum in neutra parte concurrunt.

Postulata.

I. Postuletur, ut a quouis puncto ad quoduis punctum recta linea ducatur.

II. Et ut recta linea terminata in directum educatur in continuum.

III. Et ut quouis centro radioque circulus describatur.

IV. Et omnes rectos angulos inter se aequales esse.

V. Et, si in duas lineas rectas recta incidens angulos interiores et ad eandem partem duobus rectis minores effecerit, rectas illas in infinitum productas concurrere ad eandem partem, in qua sint anguli duobus rectis minores.

---

receptum ordinem tuentur V, Proclus, Simplicius, Capella, Boetius, Campanus. 10. *ἐκβάλλειν* V. 11. *γράφεσθαι*] codd. omnes et Philoponus; *γράψαι* ex Proclo recepit August. 13. *ἀλλήλαις*] om. V. 15. *εὐθεῖά τις* P. 17. *ἐλάττονας* Proclus p. 191, 18 (non p. 364). *τὰς δύο*] PBVbp, *δύο* om. F, Proclus bis, Martianus Capella, Boetius, fort. recte. 18. *συμπίπτειν τὰς εὐθείας ἐκβαλλομένας ἐφ'* Proclus p. 364. *συμπίπτειν ἀλλήλαις* PV (*ἀλλήλαις* corr. ex *ἀλλήλας* P). 19. *ἐλάσσονες*] Pp, Proclus p. 364; *ἐλάττονες* uulgo. Dein add. *γωνίαι* FBVb, Philoponus; om. Proclus bis et Pp. In ed. Basil. et apud Gregorium *αἰτ.* 4—5 inter communes notiones (10—11) leguntur (*πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι ἴσαι .. εἰσί*; *ἐκβαλλόμεναι αἱ .. εὐθεῖαι .. συμπεσοῦνται*). Post *αἰτ.* 5 in PF et V m. 2 et apud Campanum sequitur: *καὶ δύο εὐθείας χωρίον μὴ περιέχειν.*

Κοιναὶ ἔννοιαι.

α'. Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

β'. Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

γ'. Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

[δ'. Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

ε'. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

ϛ'. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.]

ζ'. Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

η'. Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν [ἐστιν].

[θ'. Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν.]

α'.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ.

Δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι δὲ τῷ ΑΒ κύκλος

Κοιν. ἐνν. 1—3. Martianus Capella VI, 723. 1. Philop. in anal. II fol. 5. Boetius p. 378, 1. 2. Boetius p. 378, 5. 3. Philop. l. c. Boetius p. 378, 3. 4. Eutocius in Archim. III p. 254, 27. 7. Philop. in anal. II fol. 5. Boetius p. 378, 7.

prop. I. Alexander Aphrod. in anal. I fol. 8r, in top. p. 11. Themistius phys. paraphr. fol. 35v. Simplicius in phys. fol. 119. Proclus p. 102, 14. 223, 22, Philop. in anal. II fol. 4v. Martianus Capella VI, 724. Boetius p. 380, 2 [p. 390, 6—25]. Proclus p. 208—10 liberius proposit. repetit totam.

---

1. *ἀξιώματα* Proclus p. 193. *κοιν. ἐνν. αἵδε* BFV. numeros om. PBF. 3. *ἴσα ἴσοις* Proclus. *ἴσα ἐστίν* Proclus. 4. *ἀπὸ ἴσων ἴσα*] *ἴσων* Proclus. 5. *ἴσα ἐστίν* Proclus. *αἴτ.* 4 ex commentario Pappi irrepsisse uidetur; u. Proclus

Communes animi conceptiones.

I. Quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt.

II. Et, si aequalibus aequalia adduntur, tota aequalia sunt.

III. Et, si ab aequalibus aequalia subtrahuntur, reliqua sunt aequalia.

VII. Et quae inter se congruunt, aequalia sunt.

VIII. Et totum parte maius est.

I.

In data recta terminata triangulum aequilaterum construere.

Sit data recta terminata *AB*. oportet igitur in recta *AB* terminata triangulum aequilaterum construere.

centro *A* et radio *AB* circulus describatur *BΓΔ*,

---

p. 197, 6 sq.; in omnibus codicibus legitur; quare iam ante Theonem receptum erat (P); om. Martianus Capella et Boetius. Ante *αἴτ.* 5 uulgo in codd. et edd. legitur: *καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα*; om. B, mg. Fb, in ras. postea additum p; non agnoscunt Proclus (cfr. p. 198, 3), Capella, Boetius. *αἴτ.* 5—6 reiicit Proclus p. 196, 25, om. Capella et Boetius. *αἴτ.* 7—8 permutat Proclus p. 193, qui ea diserte contra Heronem sola *αἴτ.* 1—3 agnoscentem Euclidi uindicat p. 196, 17; om. Capella; *αἴτ.* 8 etiam Boetius om. *αἴτ.* 9 om. Capella, Boetius, Proclus, qui diserte id improbat p. 184, 8. 196, 23. Hoc loco habent Vbp; cfr. Philop. ad phys. fol. 10; *καὶ δύο εὐθείας χωρίον μὴ περιέχειν* B; de ceteris u. ad p. 8, 19. 8. *ἐστίν*] PF, *ἐστί* uulgo; comp. b; item lin. 9. 10. 10. *ἐπ' ἄλληλα*] om. Proclus. *ἐστίν*] *εἰσί* B. 11. *ἐστίν*] om. Proclus; comp. b; //αι F, *εἶναι* P. 17. *εὐθείας*] om. BFbp. *εὐθείας πεπερασμένης* P. 19. *μέν*] om. bp. *καὶ διαστηματι* Bp. *δέ* om. BFbp.

γεγράφθω ὁ ΒΓΔ, καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ Β διαστήματι δὲ τῷ ΒΑ κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΓΕ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου, καθ᾽ ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι, ἐπὶ τὰ Α, Β σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΓΑ, ΓΒ.

Καὶ ἐπεὶ τὸ Α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΒ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ· πάλιν, ἐπεὶ τὸ Β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΑΕ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΑ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΓΑ τῇ ΑΒ ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΓΑ, ΓΒ τῇ ΑΒ ἐστιν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ ΓΑ ἄρα τῇ ΓΒ ἐστιν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΓΑ, ΑΒ, ΒΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. καὶ συνέσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς ΑΒ.

[Ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συνέσταται] ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

β΄.

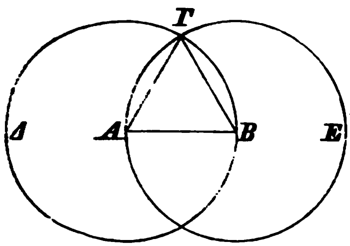
Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΒΓ· δεῖ δὴ πρὸς τῷ Α σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Ἐπεζεύχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Α σημείου ἐπὶ τὸ Β σημεῖον εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ συνεστάτω ἐπ᾽ αὐτῆς τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΔΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ᾽

II. Archimedes I p. 14, 1. Boetius p. 380, 3 [p. 391].

1. ΒΓΔ] P, V m. 1; ΓΔΒ Fbp, V e corr.; ΓΒΔ in ras. B. μέν] om. b. τῷ] τό φ. 2. ΑΓΕ] P, V m. 1; ΓΑΕ BFbp, V e corr. 6. Post Α ras. 10 litt. b. ἐστίν P. ΓΔΒ] Δ in



et rursus centro *B* radio autem *BA* circulus describatur *AΓE*, et a puncto *Γ*, in quo circuli inter se secant, ad puncta *A*, *B* ducantur rectae *ΓA*, *ΓB*.

iam quoniam punctum *A* centrum est circuli *ΓΔB*, erit *AΓ* = *AB*. rursus quoniam *B* punctum centrum est circuli *ΓAE*, est *BΓ* = *BA*. sed demonstratum est etiam *ΓA* = *AB*. quare utraque *ΓA*, *ΓB* rectae *AB* aequalis est. quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt [κ. ἔνν. 1]. itaque etiam *ΓA* = *ΓB*. itaque *ΓA*, *AB*, *BΓ* aequales sunt. quare triangulus *ABΓ* aequilaterus est; et in data recta terminata *AB* constructus est. quod oportebat fieri.

II.

Ad datum punctum datae rectae aequalem rectam constituere.

Sit datum punctum *A*, data autem recta *BΓ*. oportet igitur ad punctum *A* datae rectae *BΓ* aequalem rectam constituere.

ducatur enim a puncto *A* ad *B* punctum recta *AB* [αἴτ. 1], et in ea construatur triangulus aequilaterus *ΔAB* [prop. I], et producantur in directum rectae

---

ras. est in V, *ΔB* in B; *BΓΔ* P. 7. ἐστιν ἴση BF. 8. ἐστίν P. *ΓAE*] in ras. B, *AΓE* P. 12. ἴση ἐστίν V. *AB*] *ΓB* φ. 14. ἐστίν P. συνίσταται PBV (in b non liquet). 16. ἐπὶ τῆς — 17. συνέσταται om. codd. omnes; e Proclo solo p. 210 recepit August; uix genuina sunt. 22. τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ] P; om. Theon (BFVpb). 23. *BΓ* εὐθεία V. 24. γάρ] om. F. 26. *ΔAB*] eras. F. Ante ἐκβεβλ. in V add. supra: προσ-.

εὐθείας ταῖς ΔΑ, ΔΒ εὐθεῖαι αἱ ΑΕ, ΒΖ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Β διαστήματι δὲ τῷ ΒΓ κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΗΘ, καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ Δ καὶ διαστήματι τῷ ΔΗ κύκλος γεγράφθω ὁ ΗΚΛ.

Ἐπεὶ οὖν τὸ Β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΗΘ, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΗΚΛ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΔΛ τῇ ΔΗ, ὧν ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν. λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΛ λοιπῇ τῇ ΒΗ ἐστιν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΛ, ΒΓ τῇ ΒΗ ἐστιν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ ΑΛ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση.

Πρὸς ἄρα τῷ δοθέντι σημείῳ τῷ Α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ ἴση εὐθεῖα κεῖται ἡ ΑΛ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

γ'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ, Γ, ὧν μείζων ἔστω ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Κείσθω πρὸς τῷ Α σημείῳ τῇ Γ εὐθείᾳ ἴση ἡ ΑΔ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι δὲ τῷ ΑΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΕΖ.

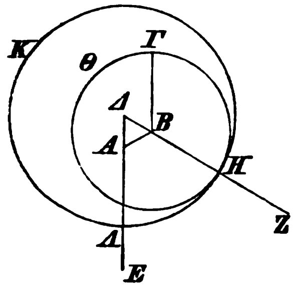
III. Boetius p. 380, 5 [p. 392].

1. εὐθείας FV. 3. κέντρῳ μέν V. τῷ] bis B (in fine et initio linn.). καὶ διαστήματι] διαστήματι δέ V. 5. ΓΗΘ κύκλου BFV, P m. rec. 6. ΒΓ] ΓΒ F. καὶ πάλιν V; πάλιν δέ (supra) p. 7. ἐστίν P. 8. ἐστίν] PF; ἐστι uulgo. 9. τῇ] om. b. 10. τῇ ΒΗ] (alt.) supra b. 11. ἴσα] (alt.) -α in ras. P. 12. ΒΓ] ΓΒ F. 13. Ante πρός ras. unius litt. b. 18. ἐλάττονι BF. εὐθεῖαν] om. Proclus. 19. δύο] om. F. ἄνισοι] ἀν- supra m. 1 F. 20. Post Γ ras. 1 litt.

ΔΑ, *ΔΒ*, ut fiant *ΑΕ*, *ΒΖ*, et centro *Β* radio autem *ΒΓ* circulus describatur [αἰτ. 2] *ΓΗΘ*, et rursus centro *Δ* radio autem *ΔΗ* circulus describatur *ΗΚΛ*.

iam quoniam Β punctum centrum est circuli *ΓΗΘ*, erit *ΒΓ* = *ΒΗ*. rursus quoniam *Δ* punctum centrum est circuli *ΗΚΛ*, erit

ΔΛ = *ΔΗ*,



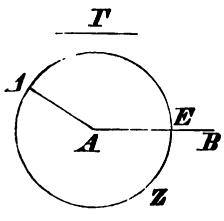
quarum partes *ΔΑ*, *ΔΒ* aequales. itaque *ΑΛ* = *ΒΗ* [κ. ἔνν. 3]. sed demonstratum est *ΒΓ* = *ΒΗ*. itaque utraque *ΑΛ*, *ΒΓ* rectae *ΒΗ* aequalis est. uerum quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt [κ. ἔνν. 1]. ergo etiam *ΑΛ* = *ΒΓ*.

Ergo ad datum punctum *Α* datae rectae *ΒΓ* aequalis constituta est recta *ΑΛ*; quod oportebat fieri.

III.

Datis duabus rectis inaequalibus rectam minori aequalem a maiore abscindere.

Sint duae datae rectae inaequales *ΑΒ*, *Γ*, quarum maior sit *ΑΒ*. oportet igitur a maiore *ΑΒ* minori *Γ* aequalem rectam abscindere. constituatur ad *Α* punctum rectae *Γ* aequalis *ΑΔ* [propr. II], et centro *Α* radio autem *ΑΔ* describatur circulus *ΔΕΖ* [αἰτ. 2].



P, ut lin. 21. 22. 22. Post κείσθω in P supra scr. m. 1 γάρ, idem V mg. 23. *ΑΔ*] (alt.) in ras. V; utrumque corr. ex *ΑΕ* P m. rec. 24. *ΔΕΖ*] ex *ΕΖΙ* P m. rec.; *ΖΕΔ* B.

Καὶ ἐπεὶ τὸ Α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΑΔ· ἀλλὰ καὶ ἡ Γ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση. ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΕ, Γ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΑΕ τῇ Γ ἐστιν ἴση.

Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων τῶν ΑΒ, Γ ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴση ἀφῄρηται ἡ ΑΕ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

δ΄.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ καὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴσην. λέγω, ὅτι καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.

Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπὶ τὸ

IV. Schol. in Pappum III p. 1183, 32. Boetius p. 380, 7.

1—7. Multas litt. fig. in ras. P m. rec., ut supra. 4. ἡ]

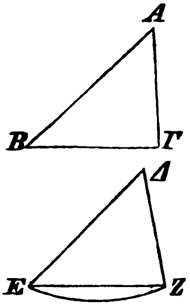
Et quoniam punctum A centrum est circuli ΔEZ, est $AE = A\Delta$; uerum etiam $\Gamma = A\Delta$. itaque utraque AE, Γ rectae $A\Delta$ aequalis est; ergo etiam $AE = \Gamma$.

Ergo datis duabus rectis inaequalibus AB, Γ a maiore AB minori Γ aequalis abscisa est AE; quod oportebat fieri.

IV.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus alterum alteri aequalia habent et angulos rectis aequalibus comprehensos aequales, etiam basim basi aequalem habebunt, et triangulus triangulo aequalis erit, et reliqui anguli reliquis aequales alter alteri, ii scilicet, sub quibus aequalia latera subtendunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ duo latera AB, $A\Gamma$ duobus lateribus ΔE, ΔZ aequalia habentes alterum alteri,



$$AB = \Delta E \text{ et } A\Gamma = \Delta Z,$$

et $\angle\, BA\Gamma = E\Delta Z$. dico, etiam esse $B\Gamma = EZ$ et $\triangle\, AB\Gamma = \Delta EZ$, et reliquos angulos reliquis, alterum alteri, aequales, sub quibus aequalia latera subtendant, $\angle\, AB\Gamma = \Delta EZ$ et $A\Gamma B = \Delta ZE$.

Nam si triangulum $AB\Gamma$ triangulo ΔEZ adpli-

---

sertum m. 1 b. 6. AB] B supra scriptum m. 1 b. 9. *ταῖς*] om. Pp; supra b. 10. *ἔχει* (scr. *ἔχῃ*) *δὲ καὶ γωνίαν γωνίᾳ ἴσην* Proclus, *τὴν μίαν γωνίαν τῇ μιᾷ γωνίᾳ* BF. 12. *εὐθειῶν*] *πλευρῶν* Proclus. 15. *ἑκατέρα ἑκατέρᾳ*] om. Proclus. *ὑφ'*] *ἐφ'* b. *αἱ*] om. V. 18. *δυσί* V. 19. *ἔχοντι φ*. 20. *καί*] comp. supra F. $BA\Gamma$] $AB\Gamma$ F, sed AB eras. 21. $E\Delta Z$] $E\Delta$. eras. F. 22. *ἐστί* V. 24. *ὑφ'*] sic b m. 1, sed supra *ἐφ'*.

ΔΕΖ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Α σημείου ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον τῆς δὲ ΑΒ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΔΕ, ἐφαρμόσει καὶ τὸ Β σημεῖον ἐπὶ τὸ Ε διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΔΕ· ἐφαρμοσάσης δὴ τῆς ΑΒ ἐπὶ τὴν ΔΕ ἐφαρμόσει καὶ ἡ ΑΓ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν ΔΖ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· ὥστε καὶ τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ζ σημεῖον ἐφαρμόσει διὰ τὸ ἴσην πάλιν εἶναι τὴν ΑΓ τῇ ΔΖ. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφηρμόκει· ὥστε βάσις ἡ ΒΓ ἐπὶ βάσιν τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει. εἰ γὰρ τοῦ μὲν Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφαρμόσαντος τοῦ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Ζ ἡ ΒΓ βάσις ἐπὶ τὴν ΕΖ οὐκ ἐφαρμόσει, δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέξουσιν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ἐφαρμόσει ἄρα ἡ ΒΓ βάσις ἐπὶ τὴν ΕΖ καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται· ὥστε καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἐπὶ ὅλον τὸ ΔΕΖ τρίγωνον ἐφαρμόσει καὶ ἴσον αὐτῷ ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ἐπὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἐφαρμόσουσι καὶ ἴσαι αὐταῖς ἔσονται, ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. *προστιθεμένου* V, sed *προσ-* punctis del. *μέν*] supra m. 1 F. 2. *Δ*] in ras. b. *τήν*] *τῇ* p. 4. *δή*] FVbp; *δέ* PB; cfr. prop. 8. 6. *ΒΑΓ*] post ras. V; *ΑΒΓ* B. ΕΔΖ] *ΔΕΖ* B. 8. *εἶναι πάλιν* B. 9. *ἐφαρμόσει* b. 13. *ἐστίν*] om. V. 16. *ταῖς λοιπαῖς γωνίαις* BF. 17. *ἐφαρμόσουσιν* P. *αὐταῖς*] *ἀλλήλαις* F. 19. *δύο*] (alt.) β F.

cuerimus et punctum *A* in *Δ* puncto posuerimus, rectam autem *AB* in *ΔE*, etiam *B* punctum in *E* cadet, quia *AB* = *ΔE*. adplicata iam *AB* rectae *ΔE* etiam *AΓ* recta cum *ΔZ* congruet, quia ∠ *BAΓ* = *EΔZ*. quare etiam punctum *Γ* in *Z* punctum cadet, quia rursus *AΓ* = *ΔZ*. uerum etiam *B* in *E* ceciderat; quare basis *BΓ* in basim *EZ* cadet. nam, cum *B* in *E*, *Γ* uero in *Z* ceciderit, si ita basis *BΓ* cum *EZ* non congruet, duae rectae spatium comprehendent; quod fieri non potest [*κ. ἐνν.* 9]. itaque basis *BΓ* cum *EZ* congruet et aequalis ei erit [*κ. ἐνν.* 7]. quare etiam totus triangulus *ABΓ* cum toto triangulo *ΔEZ* congruet et ei aequalis erit, et reliqui anguli cum reliquis congruent et aequales iis erunt, ∠ *ABΓ* = *ΔEZ* et ∠ *AΓB* = *ΔZE*.

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus alterum alteri aequalia habent et angulos rectis aequalibus comprehensos aequales, etiam basim basi aequalem habebunt, et triangulus triangulo aequalis erit, et reliqui anguli reliquis aequales alter alteri, ii scilicet, sub quibus aequalia latera subtendunt; quod erat demonstrandum.

ταῖς] om. Pbp. *δυσί* V; in p *δύο πλευραῖς* deleta sunt m. 1. 22. *ἕξει ἴσην* BF. 25. *ὑφ'*] corr. in *ἐφ'* m. 1 b. *ὑφ' ἃς — ὑποτείνουσιν*] mg. m. 1 P.

ε΄.

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Ἔστω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ ΑΒΓ ἴσην ἔχον τὴν ΑΒ πλευρὰν τῇ ΑΓ πλευρᾷ, καὶ προσεκβεβλήσθωσαν ἐπ' εὐθείας ταῖς ΑΒ, ΑΓ εὐθεῖαι αἱ ΒΔ, ΓΕ· λέγω, ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἴση ἐστίν, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΒΓΕ.

εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς ΒΔ τυχὸν σημεῖον τὸ Ζ, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΕ τῇ ἐλάσσονι τῇ ΑΖ ἴση ἡ ΑΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΓ, ΗΒ εὐθεῖαι.

ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΖ τῇ ΑΗ ἡ δὲ ΑΒ τῇ ΑΓ, δύο δὴ αἱ ΖΑ, ΑΓ δυσὶ ταῖς ΗΑ, ΑΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνίαν κοινὴν περιέχουσι τὴν ὑπὸ ΖΑΗ· βάσις ἄρα ἡ ΖΓ βάσει τῇ ΗΒ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΖΓ τρίγωνον τῷ ΑΗΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἡ μὲν ὑπὸ ΑΓΖ τῇ ὑπὸ ΑΒΗ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΖΓ τῇ ὑπὸ ΑΗΒ. καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ ΑΖ ὅλῃ τῇ ΑΗ ἐστιν ἴση, ὧν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ ἐστιν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΖ λοιπῇ τῇ ΓΗ ἐστιν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΖΓ τῇ ΗΒ ἴση· δύο δὴ αἱ ΒΖ, ΖΓ δυσὶ ταῖς ΓΗ, ΗΒ

---

2. πρός] πρό b, sed corr. m. 1. 3. ἀλλήλαις] om. Proclus. εἰσίν] P, Proclus, comp. b; εἰσί uulgo. 5. ἀλλήλαις] om. Proclus. ἔσονται] εἰσί Proclus. 7. πλευρᾷ] πλευρᾶν φ. 8. εὐθείας] εὐθείαις B. 9. ΑΓΒ] ΑΒΓ F. 10. ΓΒΔ ἴση ἐστί p et V m. recentissima. 17. περιέχουσιν

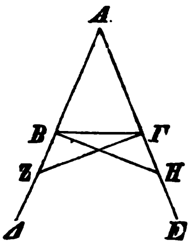
V.

In triangulis aequicruriis anguli ad basim positi inter se aequales sunt, et productis rectis aequalibus anguli sub basi positi inter se aequales erunt.

Sit triangulus aequicrurius $AB\Gamma$ habens $AB = A\Gamma$, et producantur AB, $A\Gamma$ in directum, ut fiant $B\Delta$, ΓE. dico, esse

$$\angle AB\Gamma = A\Gamma B$$

et $\angle \Gamma B\Delta = B\Gamma E$.



Sumatur enim in $B\Delta$ quoduis punctum Z, et a maiore AE minori AZ aequalis abscindatur AH [prop. III], et ducantur $Z\Gamma$, HB rectae.

iam quoniam $AZ = AH$ et $AB = A\Gamma$, duae rectae ZA, $A\Gamma$ duabus HA, AB aequales sunt altera alteri; et angulum communem comprehendunt ZAH. itaque $Z\Gamma = HB$ et $\triangle AZ\Gamma = AHB$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt [prop. IV], $\angle A\Gamma Z = ABH$ et $\angle AZ\Gamma = AHB$. et quoniam $AZ = AH$, quarum partes AB, $A\Gamma$ aequales, erit $BZ = \Gamma H$ [κ. ἔνν. 3]. sed demonstratum est etiam $Z\Gamma = HB$. itaque duae rectae BZ, $Z\Gamma$ duabus ΓH, HB aequales sunt altera alteri; et $\angle BZ\Gamma = \Gamma HB$ et basis eorum communis

V. Simplicius in phys. fol. 14v. Boetius p. 380, 13—15, ubi sic fere scribendum: si triangulus aequalia latera habeat, qui ad eius basim anguli sunt, aequales alter alteri sunt, et aequalibus lineis [productis] et sub basi eius anguli aequales utrimque erunt.

PVp. 19. ἐστίν] PF, comp. b; ἐστί uulgo. 25. Ante BZ ras. est unius litt. in V. 26. HB] BH V, corr. m. 2. δυσί] e corr. V.

ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΖΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΗΒ ἴση, καὶ βάσις αὐτῶν κοινὴ η ΒΓ· καὶ τὸ ΒΖΓ ἄρα τρίγωνον τῷ ΓΗΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΖΒΓ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ ἡ δὲ ὑπὸ ΒΓΖ τῇ ὑπὸ ΓΒΗ. ἐπεὶ οὖν ὅλη ἡ ὑπὸ ΑΒΗ γωνία ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΖ γωνίᾳ ἐδείχθη ἴση, ὧν ἡ ὑπὸ ΓΒΗ τῇ ὑπὸ ΒΓΖ ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἐστιν ἴση· καί εἰσι πρὸς τῇ βάσει τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΒΓ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ ἴση· καί εἰσιν ὑπὸ τὴν βάσιν.

Τῶν ἄρα ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ϛ΄.

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἴσην ἔχον τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΑΓΒ γωνίᾳ· λέγω, ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ ΑΒ πλευρᾷ τῇ ΑΓ ἐστιν ἴση.

εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ, ἡ ἑτέρα αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΑΒ, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ τῇ ἐλάττονι τῇ ΑΓ ἴση ἡ ΔΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ.

---

6. ἐστὶν ἄρα V. ΖΒΓ] in ras. V. 7. ΗΓΒ] corr. ex ΓΗΒ V. 9. ἴση] (alt.) ἐστιν ἴση V e corr. 10. ὑπό] (alt.)

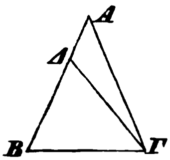
$B\Gamma$. itaque etiam $\triangle\, BZ\Gamma = \Gamma HB$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt. itaque $\angle\, ZB\Gamma = H\Gamma B$ et $B\Gamma Z = \Gamma BH$ [prop. IV]. iam quoniam $\angle\, ABH = A\Gamma Z$, ut demonstratum est, quorum partes ΓBH, $B\Gamma Z$ aequales, erit $\angle\, AB\Gamma = A\Gamma B$ [κ. ἔνν. 3]. et sunt ad basim positi trianguli $AB\Gamma$. uerum etiam demonstratum est $\angle\, ZB\Gamma = H\Gamma B$; et sub basi sunt.

Ergo in triangulis aequicruriis anguli ad basim positi inter se aequales sunt, et productis rectis aequalibus anguli sub basi positi inter se aequales erunt; quod erat demonstrandum.

VI.

Si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, etiam latera sub aequalibus angulis subtendentia inter se aequalia erunt.

Sit triangulus $AB\Gamma$ habens $\angle\, AB\Gamma = A\Gamma B$. dico, esse etiam $AB = A\Gamma$.



Si enim AB rectae $A\Gamma$ inaequalis est, alterutra earum maior est. sit AB maior, et a maiore AB minori $A\Gamma$ aequalis abscindatur ΔB [prop. III], et ducatur $\Delta\Gamma$.

VI. Boetius p. 380, 15.

supra m. 1 B. ἴση ἐστίν F; ἴση ἐστί B. εἰσιν P. 11. $AB\Gamma$] $A\Gamma B$ B. 12. $H\Gamma B$] e corr. V. 15. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσί uulgo. προσεκβλησθεισῶν P. 19. ἀλλήλαις] om. Proclus. 20. ὦσιν] Proclus, PF; ὦσι uulgo. αἱ] om. F. 21. ἀλλήλαις] om. Proclus. ἔσονται] εἰσί Proclus. 25. ἡ ἑτέρα] μία in ras. 6 litt. P m. recent., ἑτέρα p et b m. 1 (ἡ supra insertum). 27. ἐλάσσονι BFV.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΒ τῇ ΑΓ κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, δύο δὴ αἱ ΔΒ, ΒΓ δύο ταῖς ΑΓ, ΓΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἐστιν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΔΓ βάσει τῇ ΑΒ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΓΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, τὸ ἔλασσον τῷ μείζονι· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ· ἴση ἄρα.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ΄.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ οὐ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΑΒ δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ταῖς ΑΓ, ΓΒ ἄλλαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΔ, ΔΒ ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ συνεστάτωσαν πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ τῷ τε Γ καὶ Δ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΓΑ τῇ ΔΑ τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ τὸ Α, τὴν δὲ ΓΒ τῇ ΔΒ τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΔ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΔ, ἴση ἐστὶ καὶ

2. δυσί V. 3. καί] bis B (in fine et init. linn.). Post ΔΒΓ ras. 3 litt. F. 4. ΑΓΒ] ΑΒΓ, sed Β in ras. F. 5. ΔΒΓ] corr. ex ΑΒΓ V; ΑΒΓ b. ΑΓΒ] corr. ex ΔΓΒ V; in ras. B; ΔΓΒ b. 6. ἔλαττον B. 7. ἄνισος] supra m. 2, in textu μείζων m. rec. in ras. P. 9. ὦσιν] PF; ὦσι uulgo. αἱ] supra P. 12. δυσί V. Post ταῖς ras. 5 litt. P. 14. οὐ σταθήσονται (scr. συσταθ.) ἑκατέρα ἑκατέρᾳ Pro-

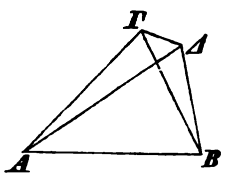
iam cum $\Delta B = A\Gamma$, et $B\Gamma$ communis sit, duae rectae ΔB, $B\Gamma$ duabus $A\Gamma$, ΓB aequales sunt altera alteri, et $\angle\ \Delta B\Gamma = A\Gamma B$. itaque $\Delta\Gamma = AB$ et $\triangle\ \Delta B\Gamma = A\Gamma B$ [prop. IV], minus maiori; quod absurdum est [κ. ἔνν. 8]. itaque AB rectae $A\Gamma$ inaequalis non est; aequalis igitur.

Ergo si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, etiam latera sub aequalibus angulis subtendentia inter se aequalia erunt; quod erat demonstrandum.

VII.

In eadem recta iisdem duabus rectis aliae duae rectae aequales altera alteri non constituentur ad aliud atque aliud punctum ad eandem partem eosdem terminos, quos priores rectae, habentes.

Nam si fieri potest, in eadem recta AB duabus iisdem rectis $A\Gamma$, ΓB aliae duae rectae $A\Delta$, ΔB aequales altera alteri constituantur ad aliud atque aliud punctum Γ et Δ ad eandem partem eosdem terminos habentes, ita ut $\Gamma A = \Delta A$, quacum terminum habet communem A, et $\Gamma B = \Delta B$, quacum terminum habet communem B, et ducatur $\Gamma\Delta$.



Iam quoniam $A\Gamma = A\Delta$, etiam $\angle\ A\Gamma\Delta = A\Delta\Gamma$

VII. Boetius p. 380, 19.

clus. 19. αἱ] om. P. συνεστάτωσαν] corr. ex συνέστωσαν B. 21. Post μέρη add. τὰ Γ, Δ P m. rec., mg. m. 2 FVp. Post ἔχουσαι in P m. rec., Vp m. 2 add. τὰ A, B; in FB add. ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις; in F praeterea m. 2: ἤτοι τὰ A, B (post εὐθείαις). 22. ΔA] $A\Delta$ BF. 24. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ BF. 25. ἴση] postea add. P. Post $A\Gamma$ add. εὐθεῖα P m. rec. ἐστίν P.

γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῇ ὑπὸ ΑΔΓ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῆς ὑπὸ ΔΓΒ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΔΒ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΔΓΒ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΔΒ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΔΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΒ. ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῷ μείζων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η΄.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ· ἐχέτω δὲ καὶ βάσιν τὴν ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴσην· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστιν ἴση.

Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Β σημείου ἐπὶ τὸ Ε σημεῖον τῆς δὲ ΒΓ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει καὶ τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ζ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ· ἐφαρμοσάσης δὴ τῆς ΒΓ ἐπὶ τὴν ΕΖ

---

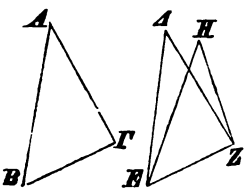
2. τῆς] corr. ex τῇ P. 3. ΓΒ] e corr. V; ΒΓ BF. 4. ἐστίν P. ΓΔΒ] ΒΔΓ p. 5. ΔΓΒ] ΒΓΔ p. 13. ταῖς

[prop. V]. quare $\angle A\Delta\Gamma > \Delta\Gamma B$ [*κ. ἔνν.* 8]. itaque multo magis $\angle \Gamma\Delta B > \Delta\Gamma B$ [id.]. rursus quoniam $\Gamma B = \Delta B$, erit $\angle \Gamma\Delta B = \Delta\Gamma B$ [prop. V]. sed demonstratum est, eundem multo maiorem esse; quod fieri non potest.

Ergo in eadem recta iisdem duabus rectis aliae duae rectae aequales altera alteri non constituentur ad aliud atque aliud punctum ad eandem partem eosdem terminos, quos priores rectae, habentes; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et praeterea basim basi aequalem habent, etiam angulos aequalibus rectis comprehensos aequales habebunt.



Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ duo latera AB, $A\Gamma$ duobus lateribus ΔE, ΔZ aequalia habentes alterum alteri,

$AB = \Delta E$ et $A\Gamma = \Delta Z$,

et praeterea habeant $B\Gamma = EZ$. dico, etiam esse $\angle BA\Gamma = E\Delta Z$.

nam triangulo $AB\Gamma$ ad triangulum ΔEZ adplicato et puncto B in E puncto posito recta autem $B\Gamma$ in EZ etiam Γ punctum in Z cadet, quia $B\Gamma = EZ$. adplicata iam $B\Gamma$ rectae EZ etiam BA, ΓA cum $E\Delta$,

VIII. Boetius p. 380, 24.

δυσί V. 14. ἔχῃ δέ] om. Proclus. 19. τάς] om. Pbp. δυσί V. 21. $B\Gamma$] $A\Gamma$ F, sed A eras. 25. τοῦ μέν] μὲν τοῦ B. 29. δή] δέ Bb. ἐπί] in ras. m. 1 P.

ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ *ΒΑ*, *ΓΑ* ἐπὶ τὰς *ΕΔ*, *ΔΖ*. εἰ γὰρ βάσις μὲν ἡ *ΒΓ* ἐπὶ βάσιν τὴν *ΕΖ* ἐφαρμόσει, αἱ δὲ *ΒΑ*, *ΑΓ* πλευραὶ ἐπὶ τὰς *ΕΔ*, *ΔΖ* οὐκ ἐφαρμόσουσιν ἀλλὰ παραλλάξουσιν ὡς αἱ *ΕΗ*, *ΗΖ*, συσταθήσονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι. οὐ συνίστανται δέ· οὐκ ἄρα ἐφαρμοζομένης τῆς *ΒΓ* βάσεως ἐπὶ τὴν *ΕΖ* βάσιν οὐκ ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ *ΒΑ*, *ΑΓ* πλευραὶ ἐπὶ τὰς *ΕΔ*, *ΔΖ*. ἐφαρμόσουσιν ἄρα· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ *ΒΑΓ* ἐπὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ *ΕΔΖ* ἐφαρμόσει καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ *ΒΑΓ*. δεῖ δὴ αὐτὴν δίχα τεμεῖν.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς *ΑΒ* τυχὸν σημεῖον τὸ *Δ*, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς *ΑΓ* τῇ *ΑΔ* ἴση ἡ *ΑΕ*, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ *ΔΕ*, καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς *ΔΕ* τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ *ΔΕΖ*, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ *ΑΖ*· λέγω, ὅτι ἡ ὑπὸ *ΒΑΓ* γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς *ΑΖ* εὐθείας.

---

1. ἐφαρμόσουσιν P. *ΒΑ*, *ΓΑ*] PBbp; *ΒΑ*, *ΑΓ* V e corr.; utrum praebeat F, discerni nequit. 8. συνίσταται p. 9. ἐφαρμόσουσιν PF. αἱ] supra m. rec. P. 10. ἐφαρ-

ΔZ congruent. nam si basis *BΓ* cum basi *EZ* congruet, latera autem *BA*, *AΓ* cum *EΔ*, *ΔZ* non congruent, uerum extra cadent, ut *EH*, *HZ*, in eadem recta iisdem duabus rectis aliae duae rectae aequales altera alteri constituentur ad aliud atque aliud punctum ad eandem partem eosdem terminos habentes. sed non constituuntur [prop. VII]. itaque fieri non potest, ut basi *BΓ* ad basim *EZ* adplicata non congruant etiam latera *BA*, *AΓ* cum *EΔ*, *ΔZ*. congruent igitur. quare etiam angulus *BAΓ* cum angulo *EΔZ* congruet et ei aequalis erit [*κ. ἔνν.* 7].

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et basim basi aequalem habent, etiam angulos aequalibus rectis comprehensos aequales habebunt; quod erat demonstrandum.

IX.

Datum angulum rectilineum in duas partes aequales diuidere.

Sit datus angulus rectilineus *BAΓ*. oportet igitur eum in duas partes aequales diuidere.

sumatur in *AB* quoduis punctum *Δ*, et ab *AΓ* rectae *AΔ* aequalis abscindatur *AE* [prop. III], et ducatur *ΔE*, et in *ΔE* construatur triangulus aequilaterus *ΔEZ* [prop. I], et ducatur *AZ*. dico, angulum *BAΓ* recta *AZ* in duas partes aequales diuisum esse.

IX. Simplicius in phys. fol. 14. Boetius p. 381, 1?.

μόσουσι V. 11. ἐπί] supra F. 13. ταῖς] om. Pp. 14. τῇ βάσει τὴν βάσιν P; corr. m. 1. 19. εὐθύγραμμον γωνίαν Proclus. 23. ἐπί] γὰρ ἐπί P; ἀπί V, corr. m. 1. 27. γωνία] om. BF.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΑΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΖ, δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΖ δυσὶ ταῖς ΕΑ, ΑΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΑΖ ἴση ἐστίν.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ ΒΑΓ δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΖ εὐθείας· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ι΄.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

Συνεστάτω ἐπ' αὐτῆς τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία δίχα τῇ ΓΔ εὐθείᾳ· λέγω, ὅτι ἡ ΑΒ εὐθεῖα δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ σημεῖον.

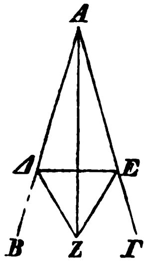
Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΓΔ, δύο δὴ αἱ ΑΓ, ΓΔ δύο ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση ἐστίν· βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΒΔ ἴση ἐστίν.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

4. ἐστίν] PF (in b ν eras.); ἐστί uulgo; comp. B. 12. ἡ] om. bp; m. 2 V. 13. εὐθεῖαν πεπερασμένην] P; om. Theon (BFVbp). 15. ΑΓΒ] ante Γ ras. 1 litt. F; ΓΒ in ras. V. Ante et post τῇ ras. F, sicut post εὐθείᾳ lin. 16. 17. τό] τόν comp. V. 19. δυσίν V; δύο ταῖς ΒΓ, ΓΔ om. b (τῇ γβ γδ m. 2). 21. ἐστίν] ἐστί Vp; comp. Bb. ΒΔ] in ras. m. 1 P. 24. τέμνηται p. ποιῆσαι] δεῖξαι P, mg. m. 1 γρ. ποιῆσαι.

nam cum $A\varDelta = AE$, et AZ communis sit, duae rectae $\varDelta A$, AZ duabus EA, AZ aequales sunt altera alteri; et basis $\varDelta Z$ basi EZ aequalis est. itaque $\angle\, \varDelta AZ = EAZ$ [prop. VIII].

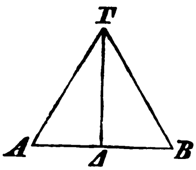


Ergo datus angulus rectilineus $BA\Gamma$ recta AZ in duas partes aequales diuisus est; quod oportebat fieri.

X.

Datam rectam terminatam in duas partes aequales diuidere.

Sit data recta terminata AB. oportet igitur rectam terminatam AB in duas partes aequales diuidere.



construatur in ea triangulus aequilaterus $AB\Gamma$ [prop. I], et angulus $A\Gamma B$ recta $\Gamma\varDelta$ in duas partes aequales diuidatur [prop. IX]. dico, rectam AB in puncto $\varDelta$ in duas partes aequales diuisam esse.

nam cum $A\Gamma = \Gamma B$, et $\Gamma\varDelta$ communis sit, duae rectae $A\Gamma$, $\Gamma\varDelta$ duabus $B\Gamma$, $\Gamma\varDelta$ aequales sunt altera alteri; et $\angle\, A\Gamma\varDelta = B\Gamma\varDelta$. quare $A\varDelta = B\varDelta$ [prop. IV].

Ergo data recta terminata AB in puncto $\varDelta$ in duas partes aequales diuisa est; quod oportebat fieri.

X. Sext. Emp. p. 719, 26. Simplicius in phys. fol. 114ᵛ. Proclus p. 204, 19. Boetius p. 381, 2?

ια′.

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐπ᾽ αὐτῆς τὸ Γ· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΑΓ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ κείσθω τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΓΕ, καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς ΔΕ τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΖΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ· λέγω, ὅτι τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΖΓ.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΓ τῇ ΓΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΓΖ, δύο δὴ αἱ ΔΓ, ΓΖ δυσὶ ταῖς ΕΓ, ΓΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΖΕ ἴση ἐστίν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΓΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΓΖ ἴση ἐστίν· καί εἰσιν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΔΓΖ, ΖΓΕ.

Τῇ ἄρα δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΓΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

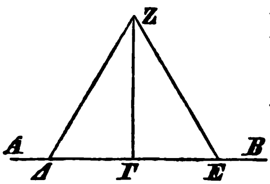
10. ΓΔ] Δ in ras. est in b; ΔΓ in ras. V. 13. *αὐτήν* F et B m. 1 (corr. m. 2). *δοθέντος*] *-έν-* in ras. est in V. 14. *γραμμή*] ex *γραμμῆι* V. ΖΓ] ΓΖ p et P corr. ex ΖΓ. 15. *ἐπεί — ΓΖ*] mg. m. 2 P. ΔΓ] in ras. P. 16. ΔΓ, ΓΖ] Δ et Ζ eras. F; ΖΓ, ΓΔ B. 17. *ἐστίν*] P; *ἐστί* uulgo, ut lin. 18. 19. *ἑξῆς* V; corr. m. 2. 23. *τῇ*] (alt.) *ἡ* V; corr. m. 2. ΑΒ] in ras. P.

XI.

Ad datam rectam a dato puncto in ea sito rectam perpendicularem erigere.

Sit data recta AB, punctum autem datum in ea situm Γ. oportet igitur a Γ puncto rectae AB perpendicularem rectam erigere.

sumatur in $A\Gamma$ quoduis punctum Δ, et ponatur $\Gamma E = \Gamma\Delta$ [prop. II], et in ΔE triangulus aequilaterus construatur $Z\Delta E$ [prop. I], et ducatur $Z\Gamma$. dico, ad datam rectam AB a dato puncto in ea sito Γ perpendicularem erectam esse rectam lineam $Z\Gamma$.



nam quoniam $\Delta\Gamma = \Gamma E$ et communis ΓZ, duae rectae $\Delta\Gamma$, ΓZ duabus $E\Gamma$, ΓZ aequales sunt altera alteri; et basis ΔZ basi ZE aequalis est. itaque $\angle \Delta\Gamma Z = E\Gamma Z$ [prop. VIII]; et deinceps sunt positi. ubi autem recta super rectam lineam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, rectus est uterque angulus aequalis [def. 10]. itaque $\Delta\Gamma Z$, $Z\Gamma E$ recti sunt.

Ergo ad datam rectam AB a dato puncto in ea sito Γ perpendicularis recta linea ducta est ΓZ; quod oportebat fieri.

XI. Boetius p. 381, 4.

ιβ'.

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἄπειρος ἡ AB τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, τὸ $Γ$· δεῖ δὴ ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν AB ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ $Γ$, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τῆς AB εὐθείας τυχὸν σημεῖον τὸ $Δ$, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ $Γ$ διαστήματι δὲ τῷ $ΓΔ$ κύκλος γεγράφθω ὁ EZH, καὶ τετμήσθω ἡ EH εὐθεῖα δίχα κατὰ τὸ $Θ$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $ΓH$, $ΓΘ$, $ΓE$ εὐθεῖαι· λέγω, ὅτι ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν AB ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ $Γ$, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετος ἦκται ἡ $ΓΘ$.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ $HΘ$ τῇ $ΘE$, κοινὴ δὲ ἡ $ΘΓ$, δύο δὴ αἱ $HΘ$, $ΘΓ$ δύο ταῖς $EΘ$, $ΘΓ$ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ $ΓH$ βάσει τῇ $ΓE$ ἐστιν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $ΓΘH$ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $EΘΓ$ ἐστιν ἴση. καί εἰσιν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν AB ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ $Γ$, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετος ἦκται ἡ $ΓΘ$· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

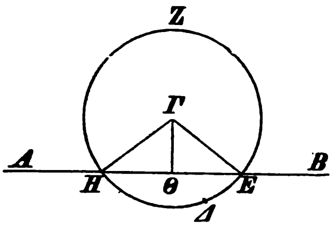
2. Ante ἀπό ras. 2 litt. P. 9. γραμμήν] mg. m. recenti V. 11. μέν] supra m. 1 P. κέντρῳ τῷ Γ καὶ διαστήματι BFbp. 13. εὐθεῖα] P; om. Theon (BFVbp). 14. ΓE] e

XII.

Ad datam rectam infinitam a dato puncto extra eam sito perpendicularem rectam lineam ducere.

Sit data recta infinita AB punctum autem datum extra eam situm Γ. oportet igitur ad datam rectam infinitam AB a dato puncto extra eam sito Γ perpendicularem rectam ducere.

sumatur enim in altera parte rectae AB quoduis punctum Δ, et centro Γ radio autem $\Gamma\Delta$ circulus describatur EZH [αἰτ. 3], et recta EH in duas partes aequales secetur [prop. X] in Θ, et ducantur rectae $\Gamma H, \Gamma\Theta, \Gamma E$. dico, ad datam rectam infinitam AB a dato puncto Γ extra eam sito perpendicularem ductam esse $\Gamma\Theta$.



nam cum $H\Theta = \Theta E$, et communis sit $\Theta\Gamma$, duae rectae $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ duabus $E\Theta$, $\Theta\Gamma$ aequales sunt altera alteri. et basis ΓH basi ΓE aequalis est. itaque $\angle \Gamma\Theta H = E\Theta\Gamma$ [prop. VIII]. et deinceps positi sunt. ubi autem recta super rectam lineam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, rectus est uterque angulus aequalis, et recta linea erecta perpendicularis adpellatur ad eam, super quam erecta est [def. 10].

Ergo ad datam rectam infinitam AB a dato puncto Γ extra eam sito perpendicularis ducta est $\Gamma\Theta$; quod oportebat fieri.

XII. Schol. in Archim. III p. 383. Boetius p. 381, 7.

corr. m. 2 P, E dub. in F. εὐθεῖαι] P; om. Theon (BFV bp). 16. κάθετος] ante τ ras. V, ut lin. 28. 19. $\Theta\Gamma$] $\Gamma\Theta$ BF. $H\Theta$, $\Theta\Gamma$] $\Theta\Gamma$, ΘH e corr. P; $\Gamma\Theta$, ΘH B; H et Γ eras. F. δυσί BF.

ιγ'.

Ἐὰν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ *ΑΒ* ἐπ' εὐθεῖαν τὴν *ΓΔ* σταθεῖσα γωνίας ποιείτω τὰς ὑπὸ *ΓΒΑ*, *ΑΒΔ*· λέγω, ὅτι αἱ ὑπὸ *ΓΒΑ*, *ΑΒΔ* γωνίαι ἤτοι δύο ὀρθαί εἰσιν ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι.

Εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΓΒΑ* τῇ ὑπὸ *ΑΒΔ*, δύο ὀρθαί εἰσιν. εἰ δὲ οὔ, ἤχθω ἀπὸ τοῦ *Β* σημείου τῇ *ΓΔ* [εὐθείᾳ] πρὸς ὀρθὰς ἡ *ΒΕ*· αἱ ἄρα ὑπὸ *ΓΒΕ*, *ΕΒΔ* δύο ὀρθαί εἰσιν· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ *ΓΒΕ* δυσὶ ταῖς ὑπὸ *ΓΒΑ*, *ΑΒΕ* ἴση ἐστίν, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ *ΕΒΔ*· αἱ ἄρα ὑπὸ *ΓΒΕ*, *ΕΒΔ* τρισὶ ταῖς ὑπὸ *ΓΒΑ*, *ΑΒΕ*, *ΕΒΔ* ἴσαι εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ *ΔΒΑ* δυσὶ ταῖς ὑπὸ *ΔΒΕ*, *ΕΒΑ* ἴση ἐστίν, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ *ΑΒΓ*· αἱ ἄρα ὑπὸ *ΔΒΑ*, *ΑΒΓ* τρισὶ ταῖς ὑπὸ *ΔΒΕ*, *ΕΒΑ*, *ΑΒΓ* ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ *ΓΒΕ*, *ΕΒΔ* τρισὶ ταῖς αὐταῖς ἴσαι· τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ αἱ ὑπὸ *ΓΒΕ*, *ΕΒΔ* ἄρα ταῖς ὑπὸ *ΔΒΑ*, *ΑΒΓ* ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ *ΓΒΕ*, *ΕΒΔ* δύο ὀρθαί εἰσιν· καὶ αἱ ὑπὸ *ΔΒΑ*, *ΑΒΓ* ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ,

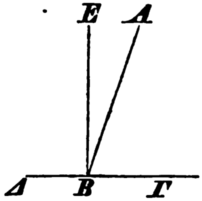
---

2. *Ἐάν*] P m. 2, Proclus p. 292, 15, Philop. in anal. II; in V ε rubro colore postea additum, ut saepe in hoc codice litterae initiales, α in ras. (sed lin. 24 *ὡς ἄν*); *ὅταν* P m. 1, Philop. in phys.; *ὡς ἄν* Theon (BFbp, Psellus et sine dubio V m. 1), Proclus errore librarii p. 291, 20. 3. *δυσίν*] *δύο* Proclus. 10. *οὐ*] post ras. 1 litt. V. 11. *εὐθείᾳ*] P mg. m. 1; om. BFVbp. 12. *εἰσιν*] P, *εἰσι* uulgo. 13. *ἐστίν*] P, *ἐστί* uulgo. 14. *τρισί*] ex *τρισίν* m. 2 P. 15. *εἰσίν*]

XIII.

Si recta super rectam lineam erecta angulos effecerit, aut duos rectos aut duobus rectis aequales angulos efficiet.

nam recta aliqua *AB* super rectam *ΓΔ* erecta angulos efficiat *ΓBA*, *ABΔ*. dico, angulos *ΓBA*, *ABΔ* aut duos rectos esse aut duobus rectis aequales.



iam si *ΓBA* = *ABΔ*, duo recti sunt [def. 10]. sin minus, a *B* puncto ad rectam *ΓΔ* perpendicularis ducatur *BE* [prop. XI]. itaque *ΓBE*, *EBΔ* duo recti sunt. et quoniam *ΓBE* = *ΓBA* + *ABE*, communis adiiciatur *EBΔ*. itaque *ΓBE* + *EBΔ* = *ΓBA* + *ABE* + *EBΔ* [κ. ἐνν. 2]. rursus quoniam *ΔBA* = *ΔBE* + *EBA*, communis adiiciatur *ABΓ*. itaque *ΔBA* + *ABΓ* = *ΔBE* + *EBA* + *ABΓ* [id.]. sed demonstratum est, etiam *ΓBE* + *EBΔ* iisdem tribus aequales esse. quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt [κ. ἐνν. 1]. quare etiam

ΓBE + *EBΔ* = *ΔBA* + *ABΓ*.

uerum *ΓBE* + *EBΔ* duo recti sunt. itaque etiam *ΔBA* + *ABΓ* duobus rectis sunt aequales.

Ergo si recta super rectam lineam erecta angulos

XIII. Simplic. in phys. fol. 14. Philopon. in phys. h IIII, in anal. II p. 65. Psellus p. 36, 40. Boetius p. 381, 9.

εἰσί PBV; comp. b. 16. ἴση] corr. ex ἴσα V. ἐστίν] PF, comp. b, ἐστί uulgo. 17. ἄρα] ἄρα γωνίαι (in ras.) αἱ V. 20. καί] (alt.) post ea add. V; in mg. add. m. 2: αἱ δύο. 21. εἰσιν ἴσαι p. 22. εἰσιν] PF; comp. Bb; εἰσι uulgo. αἱ] om. V. 23. ἄρα] om. BF. 24. Ἐάν] ὡς ἄν PBFVbp.

ἤτοι δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Πρὸς γάρ τινι εὐθείᾳ τῇ *ΑΒ* καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ *Β* δύο εὐθεῖαι αἱ *ΒΓ*, *ΒΔ* μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ *ΑΒΓ*, *ΑΒΔ* δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιείτωσαν· λέγω, ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶ τῇ *ΓΒ* ἡ *ΒΔ*.

Εἰ γὰρ μή ἐστι τῇ *ΒΓ* ἐπ' εὐθείας ἡ *ΒΔ*, ἔστω τῇ *ΓΒ* ἐπ' εὐθείας ἡ *ΒΕ*.

Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ *ΑΒ* ἐπ' εὐθεῖαν τὴν *ΓΒΕ* ἐφέστηκεν, αἱ ἄρα ὑπὸ *ΑΒΓ*, *ΑΒΕ* γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ *ΑΒΓ*, *ΑΒΔ* δύο ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ *ΓΒΑ*, *ΑΒΕ* ταῖς ὑπὸ *ΓΒΑ*, *ΑΒΔ* ἴσαι εἰσίν. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ *ΓΒΑ*· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ *ΑΒΕ* λοιπῇ τῇ ὑπὸ *ΑΒΔ* ἐστιν ἴση, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἡ *ΒΕ* τῇ *ΓΒ*. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς *ΒΔ*· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ *ΓΒ* τῇ *ΒΔ*.

---

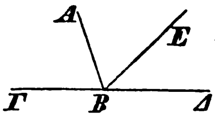
1. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] :— BFV; om. bp; δεῖξαι mg. m. 2 FV. 2. δεῖξαι] ποιῆσαι P, corr. m. 2. 4. εὐθείᾳ γραμμῇ F. 5. εὐθεῖαι ἑξῆς Proclus; cfr. p. 295, 17. κείμεναι] om. Proclus. 6. δυσίν] δύο Proclus. 13. ἐστίν P, ut lin. 14. 14. *ΒΓ*] corr. ex *ΓΒ* V. 15. *ΓΒ*] *ΒΓ* b. 17. αἱ] ἡ e corr. B. δυσίν V. 18. εἰσὶν δέ P. δυσίν V. 19. (ὀρ-)θαῖς — 20. εἰσίν] postea add. in V in imo folio. 20. εἰσίν]

effecerit, aut duos rectos aut duobus rectis aequales angulos efficiet; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si duae rectae ad rectam aliquam et punctum eius non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales effecerint, in eadem erunt linea recta.

Nam ad rectam aliquam AB et punctum eius B duae rectae $B\Gamma$, $B\Delta$ non in eadem parte positae angulos deinceps positos $AB\Gamma$, $AB\Delta$ duobus rectis aequales efficiant. dico, ΓB et $B\Delta$ in eadem recta esse.



nam si $B\Gamma$ et $B\Delta$ non sunt in eadem recta, ΓB et BE in eadem recta sint.

iam quoniam recta AB super rectam ΓBE erecta est, $\angle AB\Gamma + ABE$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. uerum etiam $AB\Gamma + AB\Delta$ duobus rectis aequales sunt. itaque $\Gamma BA + ABE = \Gamma BA + AB\Delta$ [κ. ἔνν. 1]. subtrahatur, qui communis est, $\angle \Gamma BA$. itaque $\angle ABE = AB\Delta$ [κ. ἔνν. 3], minor maiori; quod fieri non potest. quare BE et ΓB non sunt in eadem recta. similiter idem de quauis alia recta praeter $B\Delta$ demonstrabimus. itaque ΓB et $B\Delta$ in eadem recta sunt.

XIV. Simplic. ad Arist. de coel. fol. 131v. Philop. ad anal. II fol. 4v. Boetius p. 381, 11.

PF; εἰσί uulgo. κοινή — 21. τῇ ὑπό] in ras. in summa pag. V. 21. λοικῇ] λοι V. 22. ἐλάττων F. 23. ΓB] BΓ P, et V sed corr. 24. οὐδ' p. 25. τῇ] sequitur ras. 1 litt. in V, τῆς comp. b.

Ἐὰν ἄρα πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τας κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν.

Δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε σημεῖον· λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΕΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΒ, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΕΒ τῇ ὑπὸ ΑΕΔ.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΑΕ ἐπ' εὐθεῖαν τὴν ΓΔ ἐφέστηκε γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΔΕ ἐπ' εὐθεῖαν τὴν ΑΒ ἐφέστηκε γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ ταῖς ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ ἴσαι εἰσίν. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΑΕΔ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΕΑ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΒΕΔ ἴση ἐστίν· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΓΕΒ, ΔΕΑ ἴσαι εἰσίν.

Ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

4. αἱ] om. V. 7. ποιοῦσιν] ποιοῦσι Proclus, ποιήσουσιν (uel -σι) codd.; cfr. lin. 24. 12. ἐφέστηκεν BF. 13. ΓΕΑ — 18. ὀρθαῖς] in ras. V. 14. εἰσίν] PBF; comp. b; εἰσί uulgo. 15. ἐπ'] ἐπί Pb. ἐφέστηκεν PBF. 16. αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ] mg. m. 1 p. 19. ἄρα] om. F. ταῖς] ἄρα ταὶς F. 20. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσί uulgo. ἀφῃρήισθω V. 21.

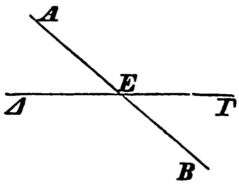
Ergo si duae rectae ad rectam aliquam et punctum eius non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales effecerint, in eadem erunt linea recta; quod erat demonstrandum.

XV.

Si duae rectae inter se secant, angulos ad uerticem positos inter se aequales efficiunt.

Nam duae rectae AB, $\Gamma\Delta$ inter se secent in puncto E. dico, esse $\angle AE\Gamma = \Delta EB$ et $\angle \Gamma EB = AE\Delta$.

nam quoniam recta AE super rectam $\Gamma\Delta$ erecta



est angulos efficiens ΓEA, $AE\Delta$, anguli ΓEA, $AE\Delta$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. rursus quoniam recta ΔE super rectam AB erecta est angulos efficiens $AE\Delta$, ΔEB, anguli $AE\Delta$, ΔEB duobus rectis aequales sunt [id.] sed demonstratum est, etiam angulos ΓEA, $AE\Delta$ duobus rectis aequales esse. quare $\Gamma EA + AE\Delta = AE\Delta + \Delta EB$ [κ. ἔνν. 1]. subtrahatur, qui communis est, $\angle AE\Delta$. itaque $\Gamma EA = BE\Delta$ [κ. ἔνν. 3]. similiter demonstrabimus, esse etiam $\angle \Gamma EB = \Delta EA$.

Ergo si duae rectae inter se secant, angulos ad uerticem positos inter se aequales efficiunt; quod erat demonstrandum.

XV. Boetius p. 381, 15.

ΓEA] litt. EA in ras. V. $BE\Delta$] ΔEB B et in ras. V. δή] δέ b, et V m. 1 sed corr. 24. ποιῶσιν F.

[Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι, ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς πρὸς τῇ τομῇ γωνίας τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσουσιν.]

ιϛ'.

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν μείζων ἐστίν.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ· λέγω, ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ μείζων ἐστὶν ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ ΓΒΑ, ΒΑΓ γωνιῶν.

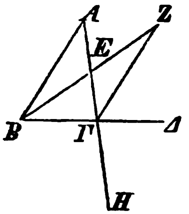
Τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΕ ἐκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας ἐπὶ τὸ Ζ, καὶ κείσθω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΕΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ, καὶ διήχθω ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Η.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΕ τῇ ΕΓ, ἡ δὲ ΒΕ τῇ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΒ δυσὶ ταῖς ΓΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΕΓ ἴση ἐστίν· κατὰ κορυφὴν γάρ· βάσις ἄρα ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΖΕΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΕ τῇ ὑπὸ ΕΓΖ. μείζων δέ ἐστιν ἡ

1. *πόρισμα — 4. ποιοῦσιν*] om. PVb et alter codex Grynaei; in p legitur a m. 2; in B in imo mg. m. 1; habent F, Proclus, Psellus p. 36; in V mg. m. 2 legitur cum altero cod. Grynaei: *ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ὁσαιδηποτοῦν εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς πρὸς τῇ τομῇ γωνίας τέσσαρσιν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσουσι*; idem mg. m. 1 praebent F (*τέτρασιν, ποιήσουσιν*) et b (*τέτταρσιν, ποιήσουσιν*) et habuit Psellus; Proclus

XVI.

In quouis triangulo uno latere producto angulus extrinsecus positus utrouis angulo interiore et opposito maior est.



Sit triangulus *ABΓ*, et producatur unum latus eius *BΓ* ad *Δ* punctum. dico esse ∠ *AΓΔ* > *ΓBA* et *AΓΔ* > *BAΓ*.

secetur *AΓ* in duas partes aequales in *E* [prop. X], et ducta *BE* producatur in directum ad Z, et ponatur *EZ* = *BE*, et ducatur *ZΓ*, et educatur *AΓ* ad *H*.

iam quoniam *AE* = *EΓ* et *BE* = *EZ*, duae rectae *AE*, *EB* duabus *ΓE*, *EZ* aequales sunt altera alteri. et ∠ *AEB* = *ZEΓ* (nam ad uerticem eius est) [prop. XV]. itaque basis *AB* basi *ZΓ* aequalis est et △ *ABE* = *ZEΓ*, et reliqui anguli reliquis aequales sunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt [prop. IV]. itaque ∠ *BAE* = *EΓZ*. uerum

XVI. Schol. in Pappum III p. 1183, 4. Boetius p. 381, 17.

p. 305, 4 de suo adiicit. praeterea in V mg. m. 1 reperitur: *πόρισμα. ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ὁσαιδηποτοῦν εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσιν*. Zambertus nullum omnino porisma habet, Campanus id, quod recepimus. 2. *τέμωσιν* p. 3. *πρὸς τῇ τομῇ*] Bp; *τέτταρας* Proclus. *αἱ πρὸς τῇ τομῇ γωνίαι* F. *τέτρασιν*] BFp; *τέτταρσιν* Proclus. 4. *ἴσας*] *ἴσαι* F. *ποιήσουσιν*] Bp; *ποιοῦσιν* Proclus; *εἰσίν* F. 6. *τῶν πλευρῶν*] *πλευρᾶς* Proclus; *τῶν πλευρᾶς* V, sed corr. *προσ-* e corr. V. 7. *τοῦ τριγώνου γωνία* Proclus. 8. *ἀπεναντίων* B. *γωνιῶν*] P, Boetius, Campanus; om. Proclus et Theon (BFbp; in V comp. add. m. 2). 12. *ἀπεναντίων* B. 14. Post *BE* ras. 2 litt. P. *ἐπ' εὐθείας*] P; om. Theon (BFVbp). 16. *H*] *K* in ras. p. 20. *ἐστίν*] comp. b; *ἐστί* BF. 21. *ἐστίν*] PF; comp. b; *ἐστί* uulgo. 25. *μείζω* P, corr. m. 2.

ὑπὸ ΕΓΔ τῆς ὑπὸ ΕΓΖ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῆς ὑπὸ ΒΑΕ. Ὁμοίως δὴ τῆς ΒΓ τετμημένης δίχα δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, μείζων καὶ τῆς ὑπὸ ΑΒΓ.

Παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν μείζων ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ'.

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· λέγω, ὅτι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ.

Καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ ἐκτός ἐστι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ ΑΒΓ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ μείζονές εἰσιν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΒ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι καὶ ἔτι αἱ ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ.

Παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. ΑΓΔ] ΑΓΔ καί F. 2. δή] BFbp; δέ P et V insertum m. 2. τετμημένης] τμηθείσης B. 6. ἀπεναντίων B. 7. γωνιῶν] P; om. Theon (BFVbp). δεῖξαι] PBp et e corr. V; :∼ F; ποιῆσαι V m. 1, b. 10. εἰσιν P. μεταλαμβανόμεναι] -αι eras. V. 13. ἐλάσσονες BVb. εἰσιν PF. 15. ΑΒΓ] ΒΓ euan. F. 16. ἐστίν P. ἀπεναντίων B, sed corr. m. 1. 19. δυσίν B. εἰσιν ἴσαι B. 20. ἐλάττονες F. 21. ὑπό] om. Pp; m. 2 PF. 22. εἰσιν PF, comp. b.

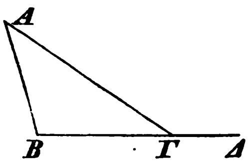
$\angle E\Gamma\Delta > E\Gamma Z$ [κ. ἔνν. 8]. quare $\angle A\Gamma\Delta > BAE$. similiter recta $B\Gamma$ in duas partes aequales secta demonstrabitur etiam $\angle B\Gamma H > AB\Gamma$, h. e.

$$\angle A\Gamma\Delta > AB\Gamma.$$

Ergo in quouis triangulo uno latere producto angulus extrinsecus positus utrouis angulo interiore et opposito maior est; quod erat demonstrandum.

XVII.

Cuiusuis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt quoquo modo coniuncti.



Sit triangulus $AB\Gamma$. dico, angulos duos trianguli $AB\Gamma$ duobus rectis minores esse quoquo modo coniunctos.

producatur enim $B\Gamma$ ad Δ. et quoniam in triangulo $AB\Gamma$ extrinsecus positus est angulus $A\Gamma\Delta$, maior est angulo interiore et opposito $AB\Gamma$ [prop. XVI]. communis adiiciatur $A\Gamma B$. itaque

$$A\Gamma\Delta + A\Gamma B > AB\Gamma + B\Gamma A \text{ [κ. ἔνν. 4].}$$

uerum $A\Gamma\Delta + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. itaque $AB\Gamma + B\Gamma A$ duobus rectis minores sunt. similiter demonstrabimus, etiam $BA\Gamma + A\Gamma B$ et praeterea $\Gamma AB + AB\Gamma$ duobus rectis minores esse.

Ergo cuiusuis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt quoquo modo coniuncti; quod erat demonstrandum.

XVII. Proclus p. 184, 1. Boetius p. 381, 19.

---

24. ἐλάττονες F. εἰσιν PF; comp. b. δεῖξαι] ποιῆσαι V, sed supra scr. δεῖξαι m. 1.

ιη΄.

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ μείζονα ἔχον τὴν ΑΓ πλευρὰν τῆς ΑΒ· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΓΑ.

Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ, κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ.

Καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΒΓΔ ἐκτός ἐστι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΒ, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ ΔΓΒ· ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΑΔΒ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ ΑΒ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση· μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ.

Παντὸς ἄρα τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ΄.

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΒΓΑ· λέγω, ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ ΑΓ πλευρᾶς τῆς ΑΒ μείζων ἐστίν.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ ἢ ἐλάσσων· ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ· ἴση γὰρ ἂν ἦν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ. οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ· ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν

---

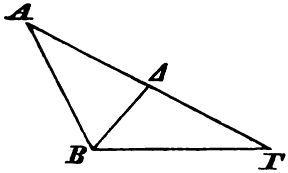
6. *ἐστίν* P. 8. *καί — ΒΔ*] mg. m. 1 P. 9. *ΒΓΔ*] PBF; *ΒΔΓ* uulgo. 10. *ΑΔΒ*] corr. ex *ΑΒΔ* F. *ἐστίν* P. 11. *ΔΓΒ*] Pp; *ΑΓΒ* BFb et e corr. V. 12. *ΑΒ*] supra scriptum *Δ* b m. 1. 13. *πολλῷ* — 14. *ΑΓΒ*] mg. m. 1 P. 14. *ἐστίν* P. 16. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] om. Bbp; m. 2 add. V.

XVIII.

In quouis triangulo maius latus sub maiore angulo subtendit.

Sit enim triangulus $AB\Gamma$ habens $A\Gamma > AB$. dico, etiam esse $\angle AB\Gamma > B\Gamma A$.

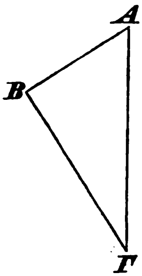
nam quoniam $A\Gamma > AB$, ponatur $A\Delta = AB$ [prop. II], et ducatur $B\Delta$. et quoniam in triangulo $B\Gamma\Delta$ extrinsecus positus est $\angle A\Delta B$, erit $\angle A\Delta B > \Delta\Gamma B$, qui interior est et oppositus [prop. XVI]. sed $\angle A\Delta B = AB\Delta$, quoniam etiam $AB = A\Delta$ [prop. V]. itaque etiam $\angle AB\Delta > A\Gamma B$. quare multo magis $\angle AB\Gamma > A\Gamma B$ [κ. ἔνν. 8].



Ergo in quouis triangulo maius latus sub maiore angulo subtendit; quod erat demonstrandum.

XIX.

In quouis triangulo sub maiore angulo maius latus subtendit.



Sit triangulus $AB\Gamma$ habens

$$\angle AB\Gamma > B\Gamma A.$$

dico, etiam esse $A\Gamma > AB$.

nam si minus, aut $A\Gamma = AB$ aut $A\Gamma < AB$. iam non est $A\Gamma = AB$. tum enim esset $\angle AB\Gamma = A\Gamma B$ [prop. V]; uerum non est. itaque non est $A\Gamma = AB$. neque uero $A\Gamma < AB$. tum enim esset $\angle AB\Gamma < A\Gamma B$

XVIII. Boetius p. 381, 21. XIX. Boetius p. 381, 23.

21. $B\Gamma\Delta$] corr. ex $\Gamma B\Delta$ b. ἤ] in ras. 3 litt. m. 1 P.
26. ἔστιν P.

καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἴση ἐστίν. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ.

Παντὸς ἄρα τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ'.

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· λέγω, ὅτι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, αἱ μὲν ΒΑ, ΑΓ τῆς ΒΓ, αἱ δὲ ΑΒ, ΒΓ τῆς ΑΓ, αἱ δὲ ΒΓ, ΓΑ τῆς ΑΒ.

Διήχθω γὰρ ἡ ΒΑ ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον, καὶ κείσθω τῇ ΓΑ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΓΔ τῆς ὑπὸ ΑΔΓ· καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΔΓΒ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΓΔ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΒΔΓ, ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει, ἡ ΔΒ ἄρα τῆς ΒΓ ἐστι μείζων. ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ· μείζονες ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΓ τῆς ΒΓ· ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ μὲν ΑΒ, ΒΓ τῆς ΓΑ μείζονές εἰσιν, αἱ δὲ ΒΓ, ΓΑ τῆς ΑΒ.

XX. Boetius p. 381, 25.

---

1. *ἔστιν* P. 2. *τῆς*] *τῇ* b. 3. *ἐστίν*] PFV; comp. b; *ἐστί* uulgo. *ἐστίν*] comp. b; *ἔσται* F. 4. *ἄρα*] mg. V. 7. *ταῖς λοιπαῖς* V; corr. m. 1. 8. *εἰσί*] *εἰσιν* PF; comp. b. 9. *ὅτι*] om. F. *τοῦ*] e corr. V. 10. *τριγώνου*] *-ου* e corr. V. *ταῖς λοιπαῖς* V, sed corr. *εἰσι*] *εἰσιν* PF; comp. b. 11. *ΒΓ*] *ΓΒ* BF, et V corr. ex *ΒΓ*. 12. *ΑΓ*] *ΔΓ* F. 14. *τῇ*] corr. ex *τῆς* V. *ΔΓ*] *ΓΔ* F.

[prop. XVIII]. uerum non est. itaque non est $A\Gamma < AB$. demonstratum autem est, ne aequalem quidem esse. quare $A\Gamma > AB$.

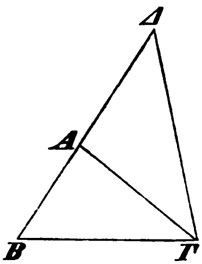
Ergo in quouis triangulo sub maiore angulo maius latus subtendit; quod erat demonstrandum.

XX.

In quouis triangulo duo latera reliquo maiora sunt quoquo modo coniuncta.

Sit enim triangulus $AB\Gamma$. dico, in triangulo $AB\Gamma$ duo latera reliquo maiora esse quoquo modo coniuncta, $BA + A\Gamma > B\Gamma$, $AB + B\Gamma > A\Gamma$, $B\Gamma + \Gamma A > AB$.

educatur enim BA ad Δ. punctum, et ponatur



$A\Delta = \Gamma A$, et ducatur $\Delta\Gamma$. iam quoniam $\Delta A = A\Gamma$, erit etiam

$$\angle A\Delta\Gamma = A\Gamma\Delta \text{ [prop. V].}$$

itaque $\angle B\Gamma\Delta > A\Delta\Gamma$ [κ. ἔνν. 8]. et quoniam triangulus est $\Delta\Gamma B$ maiorem habens angulum $B\Gamma\Delta$ angulo $B\Delta\Gamma$, sub maiore autem angulo maius latus subtendit, erit $\Delta B > B\Gamma$ [prop. XIX]. uerum $\Delta A = A\Gamma$. itaque

$$BA + A\Gamma > B\Gamma.$$ [1])

similiter demonstrabimus, esse etiam

$$AB + B\Gamma > \Gamma A \text{ et } B\Gamma + \Gamma A > AB.$$

1) Nam $\Delta B = \Delta A + AB$.

15. ἐστί] comp. b; ἐστίν PF. 16. Post $A\Gamma\Delta$ add. ἀλλ' ἡ ὑπὸ $B\Gamma\Delta$ γωνία τῆς ὑπὸ $A\Gamma\Delta$ μείζων ἐστί mg. m. 1 V, mg. m. recenti p. 17. $A\Delta\Gamma$] corr. ex $A\Gamma\Delta$ F. ἐστιν P. 18. $B\Delta\Gamma$] corr. ex $A\Delta\Gamma$ V; ΔAB uel $\Delta A\Gamma$ F. seq. ras. magna P. 20. ἐστιν P. ΔA] $A\Delta$ F. ΔA τῇ $A\Gamma$] ΔB ταῖς AB, $A\Gamma$ e corr. p m. recenti (fuerat ΔA τῇ $A\Gamma$), Campanus, Zambertus. V in mg. habet: ἴση δὲ ἡ ΔB ταῖς AB, $A\Gamma$ μείζονες ἄρα αἱ BA, $A\Gamma$ τῆς $B\Gamma$ ad ἴση lin. 20 relata.

Παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα'.

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσιν.

Τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς ΒΓ ἀπὸ τῶν περάτων τῶν Β, Γ δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεστάτωσαν αἱ ΒΔ, ΔΓ· λέγω, ὅτι αἱ ΒΔ, ΔΓ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τῶν ΒΑ, ΑΓ ἐλάσσονες μέν εἰσιν, μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσι τὴν ὑπὸ ΒΔΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.

Διήχθω γὰρ ἡ ΒΔ ἐπὶ τὸ Ε. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν, τοῦ ΑΒΕ ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΑΒ, ΑΕ τῆς ΒΕ μείζονές εἰσιν· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΓ· αἱ ἄρα ΒΑ, ΑΓ τῶν ΒΕ, ΕΓ μείζονές εἰσιν. πάλιν, ἐπεὶ τοῦ ΓΕΔ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΓΕ, ΕΔ τῆς ΓΔ μείζονές εἰσιν, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΔΒ· αἱ ΓΕ, ΕΒ ἄρα τῶν ΓΔ, ΔΒ μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ τῶν ΒΕ, ΕΓ μείζονες ἐδείχθησαν αἱ ΒΑ, ΑΓ· πολλῷ ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΓ τῶν ΒΔ, ΔΓ μείζονές εἰσιν.

XXI. Schol. in Pappum III p. 1183, 4. Boetius p. 381, 26.

---

2. *εἰσιν* P. 4. *πλευρῶν δύο εὐθεῖαι συσταθῶσιν ἐντὸς ἀπὸ τῶν περάτων ἀρξάμεναι αἱ* Proclus. 6. *δύο*] om. Proclus. 7. *ἐλάττους* F, Proclus. 8. *περιέξουσι* Proclus, Vbp. 11. *ΔΓ πλευραί τῶν* P. 13. *εἰσι* Vbp. *περιέχουσιν* PF.

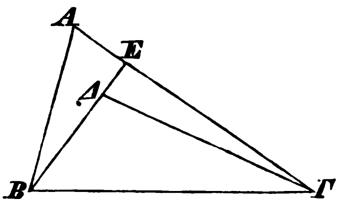
Ergo in quouis triangulo duo latera reliquo maiora sunt quoquo modo coniuncta; quod erat demonstrandum.

XXI.

Si in uno latere trianguli a terminis duae rectae intus coniunguntur, rectae coniunctae reliquis duobus lateribus trianguli minores erunt, maiorem autem angulum comprehendent.

In triangulo enim $AB\Gamma$ in uno latere $B\Gamma$ a terminis B, Γ duae rectae intus coniungantur $B\Delta$, $\Delta\Gamma$. dico, esse $B\Delta + \Delta\Gamma < BA + A\Gamma$ et $\angle B\Delta\Gamma > BA\Gamma$.

educatur enim $B\Delta$ ad E. et quoniam in quouis triangulo duo latera reliquo maiora sunt [prop. XX], in triangulo ABE erunt $AB + AE > BE$. communis adiiciatur $E\Gamma$. itaque $BA + A\Gamma > BE + E\Gamma$ [κ. ἐνν. 4]. rursus quoniam in $\Gamma E\Delta$ triangulo



$$\Gamma E + E\Delta > \Gamma\Delta,$$

communis adiiciatur ΔB. itaque

$$\Gamma E + EB > \Gamma\Delta + \Delta B.$$

sed demonstratum est $BA + A\Gamma > BE + E\Gamma$. itaque multo magis $BA + A\Gamma > B\Delta + \Delta\Gamma$.

---

14. $B\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta B$ F. 15. E] euan. F. 16. εἰσιν] PF; comp. b; εἰσι uulgo. 17. Post πλευραί in P del. τῆς λοιπῆς μει. 18. εἰσιν] PF; comp. b; εἰσι uulgo. προσ- supra m. 2 b. $E\Gamma$] $B\Gamma$ P. 19. εἰσιν] FP, comp. b; εἰσι uulgo. 20. $\Gamma E\Delta$] Δ add. m. 2 F. 21. εἰσιν] PFV; εἰσι uulgo. ΔB] $B\Delta$ b. 22. ἄρα ΓE, EB F. 23. BA] corr. in AB V. 24. $\Delta\Gamma$] $A\Gamma$ F. εἰσιν] PF; εἰσι uulgo.

Πάλιν, ἐπεὶ παντὸς τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστίν, τοῦ ΓΔΕ ἄρα τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΔΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΓΕΔ. διὰ ταὐτὰ τοίνυν καὶ τοῦ ΑΒΕ τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΓΕΒ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ. ἀλλὰ τῆς ὑπὸ ΓΕΒ μείζων ἐδείχθη ἡ ὑπὸ ΒΔΓ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΔΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μέν εἰσιν, μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις [εὐθείαις], τρίγωνον συστήσασθαι· δεῖ δὲ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι πάντη μεταλαμβανομένας [διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι πάντη μεταλαμβανομένας].

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ Α, Β, Γ, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονες ἔστωσαν πάντη μεταλαμβανόμεναι, αἱ μὲν Α, Β τῆς Γ, αἱ δὲ Α, Γ τῆς Β, καὶ ἔτι αἱ Β, Γ τῆς Α· δεῖ δὴ ἐκ τῶν ἴσων ταῖς Α, Β, Γ τρίγωνον συστήσασθαι.

Ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ πεπερασμένη μὲν κατὰ

XXII. Proclus p. 102, 16. Eutocius in Apollonium p. 10. Boetius p. 382, 1 (male). partem demonstrationis habet Proclus p. 330 sq.

---

2. ἐντός] ἐν- in ras. b. ἐστίν] PF; ἐστί uulgo. ΓΔΕ] e corr. F m. 2; mutat. in ΓΕΔ V. ἄρα] supra F. 3.

rursus quoniam in quouis triangulo angulus extrinsecus positus maior est angulo interiore et opposito [prop. XVI], in triangulo $\Gamma\Delta E$ erit $\angle B\Delta\Gamma > \Gamma E\Delta$. eadem de causa igitur etiam in triangulo ABE erit $\angle \Gamma EB > BA\Gamma$. uerum demonstratum est $\angle B\Delta\Gamma > \Gamma EB$. multo igitur magis $B\Delta\Gamma > BA\Gamma$.

Ergo si in uno latere trianguli a terminis duae rectae intus coniunguntur, rectae coniunctae reliquis duobus lateribus trianguli minores erunt, maiorem autem angulum comprehendent; quod erat demonstrandum.

XXII.

Ex tribus rectis, quae tribus datis aequales sunt, triangulum construere (oportet autem duas reliqua maiores esse quoquo modo coniunctas [prop. XX]).

Sint tres datae rectae A, B, Γ, quarum duae reliqua maiores sint quoquo modo coniunctae, $A + B > \Gamma$, $A + \Gamma > B$, $B + \Gamma > A$. oportet igitur ex rectis aequalibus rectis A, B, Γ triangulum construere.

sumatur[1]) recta ΔE terminata in Δ, uersus E au-

---

1) Proclum non ipsa uerba Euclidis citare, adparet. cfr. idem p. 102, 19. Augustum perperam post $K\Lambda\Theta$ p. 54, 5. suppleuisse: *καὶ τεμνέτωσαν ἀλλήλους οἱ κύκλοι κατὰ τὸ* K, demonstraui „Studien" p. 185.

$B\Delta\Gamma$] Δ in ras. F. *ἐστιν* PV. 4. $\Gamma E\Delta$] eras. F. *ταὐτά*] *τὰ αὐτά* F; *ταῦτα* Vbp. 5. *ἐστίν* P, ut lin. 7. 6. *ἀλλὰ καὶ τῆς* F. 7. $B\Delta\Gamma$] (alt.) $B\Delta$ in ras. sunt V. 12. *εἰσιν*] P; *εἰσι* uulgo. 15. *αἵ εἰσιν τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις ἴσαι* Proclus p. 329; sed p. 102: *αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις*. 16. *εὐθείαις*] om. b; m. rec. P; supra p; mg. m. 2 V; om. Eutocius. 17. *δέ*] Proclus, Eutocius; *δή* codd. *τάς*] corr. ex *ταῖς* F. *δύο*] *β* b. 18 *διὰ τὸ* — 20. *μεταλαμβανομένας*] omnes codd., Boetius; om. Proclus, Campanus; contra Eutocius ea habuisse uidetur. 21. *τρεῖς*] om. p.

τὸ Δ ἄπειρος δὲ κατὰ τὸ Ε, καὶ κείσθω τῇ μὲν Α ἴση ἡ ΔΖ, τῇ δὲ Β ἴση ἡ ΖΗ, τῇ δὲ Γ ἴση ἡ ΗΘ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ζ, διαστήματι δὲ τῷ ΖΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΚΛ· πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ Η, διαστήματι δὲ τῷ ΗΘ κύκλος γεγράφθω ὁ ΚΛΘ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΖ, ΚΗ· λέγω, ὅτι ἐκ τριῶν εὐθειῶν τῶν ἴσων ταῖς Α, Β, Γ τρίγωνον συνέσταται τὸ ΚΖΗ.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΚΛ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΖΔ τῇ ΖΚ· ἀλλὰ ἡ ΖΔ τῇ Α ἐστιν ἴση. καὶ ἡ ΚΖ ἄρα τῇ Α ἐστιν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΛΚΘ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΗΚ· ἀλλὰ ἡ ΗΘ τῇ Γ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΚΗ ἄρα τῇ Γ ἐστιν ἴση. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΖΗ τῇ Β ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΚΖ, ΖΗ, ΗΚ τρισὶ ταῖς Α, Β, Γ ἴσαι εἰσίν.

Ἐκ τριῶν ἄρα εὐθειῶν τῶν ΚΖ, ΖΗ, ΗΚ, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις ταῖς Α, Β, Γ, τρίγωνον συνέσταται τὸ ΚΖΗ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κγ΄.

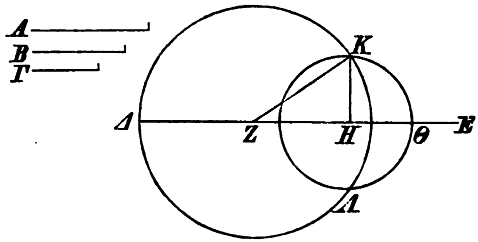
Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

XXIII. Boetius p. 382, 5.

---

1. *τῇ*] postea insertum m. 1 V. 2. *ἡ*] (tert.) m. rec. P. 3. *μέν*] om. b, Proclus. 4. *καὶ πάλιν* V, Proclus. *μέν*] om. V, Proclus. *διαστήματι δέ*] *καὶ διαστήματι* P. 7. *συνέστηκε* V; *συνίσταται* p. *τό*] corr. ex *τῷ* b. 8. *γάρ*] *οὖν* P. *ἐστίν* P. 9. ΖΔ] ΔΖ F. *ἀλλ* F. ΖΔ] ΔΖ V (ante Δ ras., Ζ mg. m. 2). 10. *καὶ ἡ ΚΖ ἄρα τῇ Α ἐστιν ἴση*] mg. m. 2 V. 11. *ἐστίν* Bb. *ΛΚΘ*] *ΚΛΘ* P, et in ras. V. 12. *ἀλλ'* F. 13. *ΚΗ*] corr. ex *ΚΘ* m. 2 P. 14. *ΗΚ* BF. *ἐστιν ἴση*] mg. m. 2 V. *ἐστὶν δέ* P. 16. *τῶν*]

tem infinita, et ponatur $\Delta Z = A$, $ZH = B$, $H\Theta = \Gamma$. et centro Z radio autem $Z\Delta$ circulus describatur $\Delta K \Lambda$. rursus centro H radio autem $H\Theta$ circulus describatur $K\Lambda\Theta$, et ducantur KZ, KH. dico, ex tribus rectis aequalibus rectis A, B, Γ triangulum constructum esse KZH.



nam quoniam Z punctum centrum est circuli $\Delta K \Lambda$, erit $Z\Delta = ZK$; uerum $Z\Delta = A$; quare etiam $KZ = A$ [*κ. ἔνν.* 1].[1]) rursus quoniam H punctum centrum est circuli $\Lambda K\Theta$, erit $H\Theta = HK$; uerum $H\Theta = \Gamma$; quare etiam $KH = \Gamma$. et praeterea $ZH = B$. itaque tres rectae KZ, ZH, HK tribus A, B, Γ aequales sunt.

Ergo ex tribus rectis KZ, ZH, HK, quae tribus datis rectis A, B, Γ aequales sunt, triangulus constructus est KZH; quod oportebat fieri.

XXIII.

Ad datam rectam et punctum in ea datum angulum rectilineum dato angulo rectilineo aequalem construere.

1) Cfr. Alexander Aphrod. in anal. I fol. 8. Studien p. 195.

τοῦ F. 17. τρισί] om. F. Γ] om. V. 18. συνίσταται p. 21. εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ Proclus.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ πρὸς αὐτῇ σημεῖον τὸ Α, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ ΔΓΕ· δεῖ δὴ πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ ΔΓΕ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Εἰλήφθω ἐφ' ἑκατέρας τῶν ΓΔ, ΓΕ τυχόντα σημεῖα τὰ Δ, Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ· καὶ ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς ΓΔ, ΔΕ, ΓΕ, τρίγωνον συνεστάτω τὸ ΑΖΗ, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΓΔ τῇ ΑΖ, τὴν δὲ ΓΕ τῇ ΑΗ, καὶ ἔτι τὴν ΔΕ τῇ ΖΗ.

Ἐπεὶ οὖν δύο αἱ ΔΓ, ΓΕ δύο ταῖς ΖΑ, ΑΗ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ βάσις ἡ ΔΕ βάσει τῇ ΖΗ ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΓΕ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΑΗ ἐστιν ἴση.

Πρὸς ἄρα τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ ΔΓΕ ἴση γωνία εὐθύγραμμος συνέσταται ἡ ὑπὸ ΖΑΗ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κδ'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

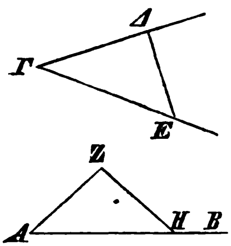
Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευ-

XXIV. Boetius p. 382, 9.

---

7. *ἑκατέρα* P. *ΔΓ* P. *ΓΕ*] eras. F. 9. Post *ἴσαι*

Sit data recta AB et punctum in ea datum A et datus angulus rectilineus $\Delta\Gamma E$. oportet igitur ad datam rectam AB et punctum in ea datum A angulum rectilineum dato angulo rectilineo $\Delta\Gamma E$ aequalem construere.



sumantur in utraque $\Gamma\Delta$, ΓE quaelibet puncta Δ, E et ducatur ΔE. et ex tribus rectis, quae aequales sunt tribus rectis $\Gamma\Delta$, ΔE, ΓE, triangulus construatur AZH, ita ut sit $\Gamma\Delta = AZ$, $\Gamma E = AH$ $\Delta E = ZH$ [prop. XXII].

iam quoniam duae rectae $\Delta\Gamma$, ΓE duabus ZA, AH aequales sunt altera alteri, et basis ΔE basi ZH aequalis, erit $\angle\, \Delta\Gamma E = ZAH$ [prop. VIII].

Ergo ad datam rectam AB et punctum in ea datum A dato angulo rectilineo $\Delta\Gamma E$ aequalis constructus est angulus rectilineus ZAH; quod oportebat fieri.

XXIV.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habent, etiam basim basi maiorem habebunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ duo latera AB,

---

add. V m. 2: ταῖς δοθείσαις εὐθείαις. τρισίν P. ΓE] mutat. in $E\Gamma$ V. 13. δύο] (alt.) δυσί FB. ZA] AZ F. 14. ἑκατέρα] supra m. 1 F. 15. ἄρα] m. 2 P. 19. συνίσταται p. 22. τάς] om. Proclus. ταῖς] om. Proclus. δύο] (alt.) P, Proclus; δυσί uulgo. 23. ἔχῃ δὲ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα τήν Proclus.

ρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Α γωνία τῆς πρὸς τῷ Δ γωνίας μείζων ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ μείζων ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ γωνίας, συνεστάτω πρὸς τῇ ΔΕ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Δ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΕΔΗ, καὶ κείσθω ὁποτέρᾳ τῶν ΑΓ, ΔΖ ἴση ἡ ΔΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΗ, ΖΗ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΔΗ, δύο δὴ αἱ ΒΑ, ΑΓ δυσὶ ταῖς ΕΔ, ΔΗ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΗ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΗ ἐστιν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΖ τῇ ΔΗ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΗΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΗ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΖΗ τῆς ὑπὸ ΕΗΖ· πολλῷ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΖΗ τῆς ὑπὸ ΕΗΖ. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΕΖΗ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΕΖΗ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΕΗΖ, ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει, μείζων ἄρα καὶ πλευρὰ ἡ ΕΗ τῆς ΕΖ. ἴση δὲ ἡ ΕΗ τῇ ΒΓ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΒΓ τῆς ΕΖ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

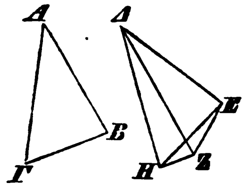
---

1. *δυσί* BFV. 3. *ἡ δὲ πρὸς τῷ Α γωνία τῆς πρὸς τῷ Δ γωνίας*] P; *γωνία δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίας τῆς ὑπὸ ΕΔΖ* Theon (BFVbp). 4. *ἔστω*] -*ω* in ras. V. 6. *ἐπεί*] *εἰ μὴ* B. *μείζων*] P; *μείζων ἐστίν* Theon (BFVbp). *ὑπὸ ΒΑΓ*

$A\Gamma$ duobus lateribus ΔE, ΔZ aequalia habentes alterum alteri, $AB = \Delta E$ et $A\Gamma = \Delta Z$, et angulus ad A positus maior sit angulo ad Δ posito. dico, esse etiam $B\Gamma > EZ$.

nam quoniam $\angle B A \Gamma > E \Delta Z$, ad rectam ΔE et punctum in ea positum Δ angulo $BA\Gamma$ aequalis angulus $E\Delta H$ construatur [prop. XXIII], et ponatur $\Delta H = A\Gamma = \Delta Z$, et ducantur EH, ZH.

iam quoniam $AB = \Delta E$ et $A\Gamma = \Delta H$, duae rectae BA, $A\Gamma$ duabus $E\Delta$, ΔH aequales sunt altera alteri; et $\angle BA\Gamma = E\Delta H$. itaque $B\Gamma = EH$ [prop. IV]. rursus quoniam $\Delta Z = \Delta H$, erit etiam $\angle \Delta HZ = \Delta ZH$. itaque $\angle \Delta ZH > EHZ$ [κ. ἔνν. 8]. multo igitur magis $\angle EZH > EHZ$ [id.].



et quoniam EZH triangulus est angulum EZH maiorem habens angulo EHZ, et sub maiore angulo maius latus subtendit [prop. XIX], erit etiam $EH > EZ$. uerum $EH = B\Gamma$. quare $B\Gamma > EZ$.

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri et angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habent, etiam basim basi maiorem habebunt; quod erat demonstrandum.

γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ γωνίας] ΒΓ βάσις τῆς ΕΖ βάσεως B. 8. αὐτῇ] -ῃ in ras. V; αὐτῷ P. 10. ΕΗ] PF; ΗΕ BVpb. 14. ἴση ἐστί V. 15. ΔΖ] P; ΔΗ BFVbp. ΔΗ] P; ΔΖ BVbp et F corr. ex ΑΖ m. 2. 16. ἐστίν P, ut lin. 19. καί] καὶ γωνία Vp. ΔΗΖ] ΔΖΗ P. ΔΖΗ] ΔΗΖ P. 19. τὸ ΕΖΗ] eras. F. γωνίαν] mg. m. 1 b. 20. ΕΗΖ] euan. F. 21. καί] om. F. πλευρά] eras. F. 22. ἡ ΕΗ τῇ] mutat. in τῇ ΕΗ ἡ V, id quod B habet. 24. ταῖς δυσί Vp. 28. δεῖξαι] ποιῆσαι bp et V m. 1 (corr. m. recens).

κε'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ· βάσις δὲ ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ μείζων ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίας τῆς ὑπὸ ΕΔΖ μείζων ἐστίν·

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν αὐτῇ ἢ ἐλάσσων· ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· ἴση γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ· οὐκ ἔστι δέ. οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ· ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἴση· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκάτερᾳ, τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

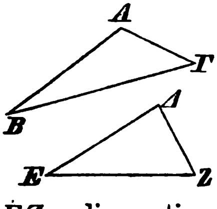
XXV. Boetius p. 382, 13.

---

2. *τάς*] om. Proclus. *δυσί*] *δύο* Proclus; *ταῖς δυσί* V. 3. *τὴν δὲ βάσιν*] *καὶ τὴν βάσιν* Proclus; *τὴν βάσιν δέ* V. 4. *ἔχῃ*] om. P. 8. *ταῖς δυσὶ πλευραῖς*] om. p. *δυσί* Bp. 9. *ἑκατέρᾳ ἑκατέραν* p. 12. *τῆς ὑπό*] mg. m. 1 b. 14.

XXV.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri, basim autem basi maiorem habent, etiam angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habebunt.



Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ duo latera AB, $A\Gamma$ duobus lateribus ΔE, ΔZ aequalia habentes alterum alteri, $AB = \Delta E$ et

$$A\Gamma = \Delta Z,$$

basis autem $B\Gamma$ maior sit basi EZ. dico, etiam esse $\angle B A \Gamma > E \Delta Z$.

nam si minus, aut aequalis ei aut minor est. iam non est $\angle B A \Gamma = E \Delta Z$. tum enim esset $B\Gamma = EZ$ [prop. IV]. sed non est. itaque non est $\angle B A \Gamma = E \Delta Z$. neque uero est $\angle B A \Gamma < E \Delta Z$. tum enim esset

$$B\Gamma < EZ \text{ [prop. XXIV].}$$

sed non est. itaque non est $\angle B A \Gamma < E \Delta Z$. et demonstratum est, ne aequalem quidem eum esse. quare

$$\angle B A \Gamma > E \Delta Z.$$

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri, basim autem basi maiorem habent, etiam angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habebunt; quod erat demonstrandum.

οὖν] om. F. *BAΓ γωνία* Vp. 15. *ἡ βάσις* Pp. *ἔστιν* P. 16. *ἴση ἐστί*] *ἴση ἐστίν* PV; *ἐστίν ἴση* p. *ἡ ὑπὸ BAΓ γωνία* V. 17. *οὐδέ*] *οὐ* V. *ἐλάσσων*] *ἐλάττων* PBVbp. 19. *ἔστιν* P. *ἔστι δέ· οὐκ ἄρα*] *ἔστιν· οὐκ* F. 20. *γωνία*] om. BFbp. *οὐδ'* Vbp. 21. *BAΓ γωνία* V. 22. *δυσί*] *ταῖς δυσί* FV, *ταῖς δύο* P. 25. *τὴν — περιεχομένην*] mg. m. 1 P. *τὴν*] *τῇ* sequente ras. 1 litt. F.

κϛ΄.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει [ἑκατέραν ἑκατέρᾳ] καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔΕΖ, ΕΖΔ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, τὴν δὲ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ· ἐχέτω δὲ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, πρότερον τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ· λέγω, ὅτι καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ, τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΑΒ, καὶ κείσθω τῇ ΔΕ ἴση ἡ ΒΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΓ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΒΗ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΒΗ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση ἐστίν· βάσις ἄρα ἡ ΗΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΗΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τρι-

---

XXVI. Olympiod. in meteorol. II p. 110. Boetius p. 382, 17.

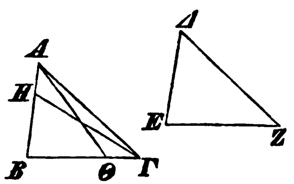
---

2. *τάς*] om. Proclus. *δυσί*] *δύο* Proclus; *ταῖς δυσί* V, Olympiodorus. 3. *καί*] *ἔχῃ δὲ καί* Proclus. 7. *ἑκατέραν ἑκατέρᾳ*] om. Proclus; cfr. p. 66, 15. 8. *γωνίᾳ ἴσην ἕξει* F,

XXVI.

Si duo trianguli duos angulos duobus angulis aequales habent alterum alteri et unum latus uni lateri aequale, siue quod ad angulos aequales positum est, siue quod sub altero angulorum aequalium subtendit, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt alterum alteri et reliquum angulum reliquo angulo.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ duos angulos $AB\Gamma$, $B\Gamma A$ duobus ΔEZ, $EZ\Delta$ aequales habentes alterum alteri, $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$ et $\angle B\Gamma A = EZ\Delta$, et habeant



etiam unum latus uni lateri aequale, prius quod ad angulos aequales positum est, $B\Gamma = EZ$. dico, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia eos habituros esse alterum alteri, $AB = \Delta E$ et $A\Gamma = \Delta Z$, et reliquum angulum reliquo angulo, $\angle BA\Gamma = E\Delta Z$.

nam si AB lateri ΔE inaequale est, alterutrum eorum maius est. sit maius AB, et ponatur $BH = \Delta E$, et ducatur $H\Gamma$.

iam quoniam $BH = \Delta E$ et $B\Gamma = EZ$, duae rectae BH, $B\Gamma$ duabus ΔE, EZ aequales sunt altera alteri; et $\angle HB\Gamma = \Delta EZ$. itaque $H\Gamma = \Delta Z$ et $\triangle HB\Gamma = \Delta EZ$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt,

Proclus, Boetius (non Olympiodorus). 9. ἔστωσαν V. 11. τῇ] corr. ex τὴν m. rec. P, ut lin. 12. 12. ὑπό] (alt.) m. 2 b. 13. πλευρᾷ] supra m. 1 p. 15. ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς τὰς λοιπὰς πλευράς F. 20. ἐστίν] ἔσται V. 21. BH] PB; HB FVbp. Post ἐπεζεύχθω ras. 4 litt. p. 25. ἐστίν] PF; comp. b; ἐστί uulgo. 26. ἐστίν] PF; ἐστί uulgo. $HB\Gamma$] PB; $H\Gamma B$ FVbp.

γώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΕ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΔΖΕ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση ἐστίν, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ. ἴση ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ ἴση· δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστιν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν, καὶ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση ἐστίν.

Ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστωσαν αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας πλευραὶ ὑποτείνουσαι ἴσαι, ὡς ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ· λέγω πάλιν, ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσαι ἔσονται, ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΔΖ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΕΖ καὶ ἔτι ἡ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση ἐστίν.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων, εἰ δυνατόν, ἡ ΒΓ, καὶ κείσθω τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΒΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΘ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΒΘ τῇ ΕΖ ἡ δὲ ΑΒ τῇ ΔΕ, δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΘ δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν· βάσις ἄρα ἡ ΑΘ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΒΘ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΘΑ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΖΔ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΖΔ τῇ ὑπὸ ΒΓΑ

---

1. ἐστίν] PF; comp. bp; ἐστί B; ἔσται V. 2. ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ V. 4. ἡ] supra V. ΔΖΕ] ΔΕΖ F;

sub quibus aequalia latera subtendunt [prop. IV]. quare $\angle H\Gamma B = \Delta ZE$. uerum $\angle \Delta ZE = B\Gamma A$, ut supposuimus. ergo etiam $\angle B\Gamma H = B\Gamma A$ [κ. ἔνν. 1], minor maiori [κ. ἔνν. 8]; quod fieri non potest. itaque AB lateri ΔE inaequale non est. aequale igitur. uerum etiam $B\Gamma = EZ$. duae rectae igitur AB, $B\Gamma$ duabus ΔE, EZ aequales sunt altera alteri; et $\angle A B\Gamma = \Delta EZ$. quare $A\Gamma = \Delta Z$ et $\angle BA\Gamma = E\Delta Z$ [prop. IV].

Iam rursus latera sub aequalibus angulis subtendentia[1]) aequalia sint, uelut $AB = \Delta E$. dico rursus, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia fore, $A\Gamma = \Delta Z$ et $B\Gamma = EZ$, et praeterea reliquum angulum $BA\Gamma$ reliquo angulo $E\Delta Z$ aequalem esse.

nam si $B\Gamma$ lateri EZ inaequale est, alterutrum eorum maius est. sit maius, si fieri potest, $B\Gamma$, et ponatur $B\Theta = EZ$, et ducatur $A\Theta$. et quoniam $B\Theta = EZ$ et $AB = \Delta E$, duae rectae AB, $B\Theta$ duabus ΔE, EZ aequales sunt altera alteri. et aequales angulos comprehendunt. itaque $A\Theta = \Delta Z$ et $\triangle AB\Theta = \Delta EZ$, et reliqui anguli reliquis angulis aequales erunt, sub quibus aequalia latera subtendunt. quare $\angle B\Theta A = EZ\Delta$. uerum $\angle EZ\Delta = B\Gamma A$.

1) Αἵ et τάς lin. 13 abesse debebant.

corr. m. 2. $B\Gamma A$] corr. ex $B\Gamma\Delta$ m. 1 b. 5. $B\Gamma A$] corr. ex $A\Gamma B$ F. 7. ἄρα. ἔστι] ἄρα ἐστίν. ἔστιν P. 8. δυσί B. 10. ΔEZ] corr. ex ΔZ m. 2 b. 11. ἐστίν] PF; ἐστί uulgo. ἡ λοιπή F et V m. 2. $BA\Gamma$] ΓAB F. τῇ λοιπῇ] λοιπῇ V; corr. m. 2. 13. ἀλλὰ δή] bis b, semel punctis del. m. recens. 17. καί] e corr. V. τῇ] om. b; postea insertum V. γωνίᾳ] om. b. 20. εἰ δυνατὸν μείζων Theon? (BFV bp). εἰ] add. m. recenti b. ἡ $B\Gamma$ τῆς EZ P. 24. περιέχουσιν] PBF; περιέχουσι uulgo. 25. ἐστίν] PF; ἐστί uulgo. 26. ἐστίν] PF; comp. p; ἐστί uulgo. 27. ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ V. 29. ἀλλ' F. ἡ] postea add. m. 1 P.

ἐστιν ἴση· τριγώνου δὴ τοῦ ΑΘΓ ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΘΑ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΒΓΑ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ· ἴση ἄρα. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ ἴση. δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δύο ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσι· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον καὶ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ΄.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΕΖ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΕΖ, ΕΖΔ ἴσας ἀλλήλαις ποιείτω· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Εἰ γὰρ μή, ἐκβαλλόμεναι αἱ ΑΒ, ΓΔ συμπεσοῦνται ἤτοι ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη ἢ ἐπὶ τὰ Α, Γ. ἐκβεβλή-

---

XXVII. Philop. in anal. II fol. 18ᵛ. Boetius p. 382, 23.

---

1. Post *ἴση* Theon add. *καὶ ἡ ὑπὸ ΒΘΑ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ἐστιν ἴση* (BFVbp; in F *ἄρα* supra scr. et pro *ΒΓΑ* legitur *ΒΓΔ*); eadem P mg. manu rec. 2. *ἐστίν* P, ut lin. 4. 5. *δυσί* BFp. 7. *ἐστίν*] PF; *ἐστί* uulgo. 8. *ἴσον ἐστί* Theon

itaque in triangulo *ΑΘΓ* angulus extrinsecus positus *ΒΘΑ* aequalis est angulo interiori et opposito *ΒΓΑ*; quod fieri non potest [prop. XVI]. quare *ΒΓ* lateri *ΕΖ* inaequale non est; aequale igitur. uerum etiam *ΑΒ* = *ΔΕ*. itaque duae rectae *ΑΒ*, *ΒΓ* duabus *ΔΕ*, *ΕΖ* aequales sunt altera alteri. et angulos aequales comprehendunt. itaque basis *ΑΓ* basi *ΔΖ* aequalis est, et triangulus *ΑΒΓ* triangulo *ΔΕΖ* aequalis, et reliquus angulus *ΒΑΓ* reliquo angulo *ΕΔΖ* aequalis.

Ergo si duo trianguli duos angulos duobus angulis aequales habent alterum alteri et unum latus uni lateri aequale, siue quod ad angulos aequales positum est, siue quod sub altero angulorum aequalium subtendit, etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt et reliquum angulum reliquo angulo; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Si recta in duas rectas incidens alternos angulos inter se aequales effecerit, rectae inter se parallelae erunt.

Nam in duas rectas *ΑΒ*, *ΓΔ* recta incidens *ΕΖ* angulos alternos *ΑΕΖ*, *ΕΖΔ* inter se aequales efficiat. dico, *ΑΒ* rectae *ΓΔ* parallelam esse.

nam si minus, *ΑΒ*, *ΓΔ* productae concurrent aut ad partes *Β*, *Δ* aut ad *Α*, *Γ* partes. producantur et

---

(BVbp; *ἴσον ἐστίν* F); *ἐστί* om. P. *λοιπή*] P, V m. 1; *ἡ λοιπῇ* BF, V m. 2, bp; cfr. p. 64, 11. 9. *τῇ*] supra m. 2 V. *ἴση ἐστίν* BFbp. 10. *ἄρα*] supra m. 1 P. *ταῖς δυσί* BVp 11. Ante *καί* m. recenti add. V: *ἔχῃ δέ*. 14. *πλευράς*] in ras. m. 1 P. 15. *γωνίᾳ*] comp. insert. V. 16. *δεῖξαι*] ras. p. 18. *ἐμπεσοῦσα* F (supra m. 1: *γρ. ἐμπίπτουσα*). 20. *αἱ*] om. V. 24. *ΓΔ εὐθείᾳ* V.

σθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη κατὰ τὸ Η. τριγώνου δὴ τοῦ ΗΕΖ ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΖ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΖΗ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα αἱ ΑΒ, ΓΔ ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τὰ Α, Γ· αἱ δὲ ἐπὶ μηδέτερα τὰ μέρη συμπίπτουσαι παράλληλοί εἰσιν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη΄.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΕΖ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἴσην ποιείτω ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ὑπὸ ΒΗΘ,

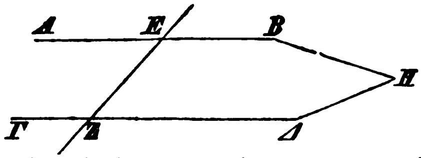
---

XXVIII. Boetius p. 382, 26.

---

2. Post *Η* add. *σημεῖον* (comp.) V man. recenti. *ἡ ἐκτός — ΑΕΖ*] mg. m. 1 P. 3. *ἴση*] ras. FV (*μεῖζον* Grynaeus, *μείζων* Gregorius). *ἐστίν* P. *τῇ*] *τῆς* FV, Grynaeus. *ἀπεναντίον*] *επεναγγωνια* φ, praeterea *γωνίας* (comp.) mg. m. 2 F; m. 1 sine dubio fuit *ἀπεναντίον*. In V post hoc verbum *γωνίας* (comp.) inseruit m. recens.; *γωνίας* hab. Grynaeus. *τῇ*] *τῆς* FV. *ὑπό*] om. F. Post *ΕΖΗ* in F. m. 2 et in V m. recentissima add. *ἀλλὰ καὶ ἴση*, quod habet Grynaeus. scripturam receptam habent PBbp, Campanus, Zambertus, alter codex Grynaei. 4. *ἐστίν*] om. p. 5. *δή*] *δέ* F. 6. *οὐδ᾽* p.

concurrant ad B, Δ partes in puncto H. in triangulo igitur HEZ angulus extrinsecus positus AEZ aequalis



est angulo interiori et opposito EZH; quod fieri non potest [prop. XVI]. quare AB, $\Gamma\Delta$ rectae productae non concurrent ad B, Δ partes. similiter demonstrabimus, eas ne ad A, Γ quidem partes concurrere; quae autem ad neutras partes concurrunt, parallelae sunt [def. 23]. itaque AB rectae $\Gamma\Delta$ parallela est.

Ergo si recta in duas rectas incidens alternos angulos inter se aequales effecerit, rectae inter se parallelae erunt; quod erat demonstrandum.

XXVIII.

Si recta in duas rectas incidens angulum exteriorem interiori et opposito et ad easdem partes sito angulo aequalem effecerit aut angulos interiores et ad easdem partes sitos duobus rectis aequales, parallelae inter se erunt rectae.

nam recta EZ in duas rectas AB, $\Gamma\Delta$ incidens angulum exteriorem EHB angulo interiori et opposito $H\Theta\Delta$ aequalem efficiat aut angulos interiores et

---

δέ] δ' Pp. 7. εἰσιν] PF; εἰσι uulgo. 9. εἰς] supra m. 2 V. 11. αἱ] om. b; eras. F. 15. Post ἐντός add. V m. 2 γωνίας (comp.). καί] supra m. 2 V. 16. δυσίν] δύο Proclus. 17. ἀλλήλαις] om. Proclus. αἱ] om. V, Proclus. 20. ἐπεναντίον φ, ἀπεναντίας p. Post ἀπεναντίον add. F: γωνίᾳ (m. recenti) καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη; cfr. Campanus. γωνίᾳ] om. BFp. 21. Post μέρη m. 2 FV add. τὰ ΒΔ.

ΗΘΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΑΗΘ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΘ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστιν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Πάλιν, ἐπεὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ ταῖς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἴσαι εἰσίν· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΘ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστιν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κθ΄.

Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Εἰς γὰρ παραλλήλους εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖα

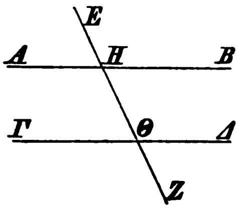
---

3. Post *ΕΗΒ* in V add. *γωνία* m. 2 (comp.). *ΗΘΔ*] *ΗΒΔ* F, sed *Β* e corr. 4. *ἴση ἐστίν* p. 5. Ante *ΗΘΔ* ras. 1 litt. F. *ἴση ἐστίν* p. 7. *δυσίν* Bp. 8. *εἰσιν ἴσαι* p. *εἰσὶν δέ* P. *αἱ*] supra m. 1 b. 9. *αἱ ἄρα*] *ἄρα αἱ* F. 10. *εἰσίν*] PBF, comp. b; *εἰσί* uulgo. 11. *ἴση ἐστίν* p. 12. *ἐστίν*] om. F. *ΑΒ*] e corr. F; in ras. b. 15. *ἀπεναντίας* p. 21. *τε*] om. F, supra m. 2 V. *γωνίας*] om. Proclus. *ἀλλήλαις*] om. Proclus. 22. *ποιεῖ*] corr. ex *ποιῇ* V. *καὶ*

ad easdem partes sitos *BHΘ*, *HΘΔ* duobus rectis aequales. dico, parallelam esse *AB* rectae *ΓΔ*.

nam quoniam ∠ *EHB* = *HΘΔ* et ∠ *EHB* = *AHΘ* [prop. XV], erit etiam *AHΘ* = *HΘΔ* [κ. ἐνν. 1]. et sunt alterni. itaque *AB* parallela est rectae *ΓΔ* [prop. XXVII].

rursus quoniam *BHΘ* + *HΘΔ* duobus rectis aequales sunt, et etiam *AHΘ* + *BHΘ* duobus rectis aequales [prop. XIII], erunt etiam *AHΘ* + *BHΘ* = *BHΘ* + *HΘΔ* [κ. ἐνν. 1]. subtrahatur, qui communis est ∠ *BHΘ*. itaque ∠ *AHΘ* = *HΘΔ* [κ. ἐνν. 3]. et sunt alterni. itaque *AB* parallela est rectae *ΓΔ* [prop. XXVII].



Ergo si recta in duas rectas incidens angulum exteriorem interiori et opposito et ad easdem partes sito angulo aequalem effecerit aut angulos interiores et ad easdem partes sitos duobus rectis aequales, parallelae inter se erunt rectae; quod erat demonstrandum.

XXIX.

Recta in rectas parallelas incidens et angulos alternos inter se aequales efficit et angulum exteriorem interiori et opposito aequalem et interiores ad easdemque partes sitos duobus rectis aequales.

nam in rectas parallelas *AB*, *ΓΔ* recta incidat

XXIX. Boetius p. 383, 1.

ἀπεναντίον — 23. ἐντός] apud Proclum exciderunt. ἀπεναντίας p. 23. ἴσην] P, Campanus; καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην Theon (BFVbp, Boetius). δυσίν] δύο Proclus.

ἐμπιπτέτω ἡ ΕΖ· λέγω, ὅτι τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΗΘ, ΗΘΔ ἴσας ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΑΗΘ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ τῶν ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. [καὶ] αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. αἱ δὲ ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον συμπίπτουσιν· αἱ ἄρα ΑΒ, ΓΔ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον συμπεσοῦνται· οὐ συμπίπτουσι δὲ διὰ τὸ παραλλήλους αὐτὰς ὑποκεῖσθαι· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ· ἴση ἄρα. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΕΗΒ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστιν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΕΗΒ, ΒΗΘ ταῖς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΕΗΒ, ΒΗΘ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

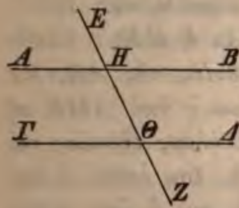
Ἡ ἄρα εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην καὶ τὰς

---

1. τάς] PF et V m. 1; τάς τε Bbp et V m. 2. 3. ἀπεναντίας p. τῇ] P; καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῇ Theon (BFV bp), Campanus. ΗΘΔ] Η supra scr. m. 1 F. 4. ἴση V. 7. ἐστί F. ΑΗΘ] FVb; ΑΗΘ τῆς ὑπὸ ΗΘΔ P; ΑΗΘ. καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῆς ὑπὸ ΗΘΔ Bp, et mg. m. 2 V. 9. ἀλλ' F. 10. ΒΗΘ] ΘΗΒ B et e corr. V. εἰσί V, comp. b. καί] om. P. 12. ἀπ'] ἐπ' b. 13. συμπίπτουσιν — 14. ἄπειρον] om. p. 16. τῇ] τῆς B. ΗΘΔ]

EZ. dico, eam angulos alternos $A H \Theta$, $H \Theta \Delta$ aequales efficere et angulum exteriorem EHB interiori et opposito $H \Theta \Delta$ aequalem et interiores ad easdemque partes sitos $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$ duobus rectis aequales.

nam si $\angle AH\Theta$ angulo $H\Theta\Delta$ inaequalis est, alteruter eorum maior est. sit $\angle AH\Theta$ maior. communis adiiciatur $\angle BH\Theta$. itaque



$AH\Theta + BH\Theta > BH\Theta + H\Theta\Delta$ [κ. ἔνν. 2]. uerum $AH\Theta + BH\Theta$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. quare $BH\Theta + H\Theta\Delta$ duobus rectis minores sunt. quae autem ex angulis minoribus, quam sunt duo recti, producuntur rectae in infinitum, concurrent [αἴτ. 5]. itaque AB, $\Gamma\Delta$ productae in infinitum concurrent. uerum non concurrunt, quia supponuntur parallelae. quare $\angle AH\Theta$ angulo $H\Theta\Delta$ inaequalis non est. aequalis igitur.

sed $\angle AH\Theta = EHB$ [prop. XV]. quare etiam $\angle EHB = H\Theta\Delta$ [κ. ἔνν. 1]. communis adiiciatur $\angle BH\Theta$. itaque $\angle EHB + BH\Theta = BH\Theta + H\Theta\Delta$ [κ. ἔνν. 2]. uerum $EHB + BH\Theta$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. quare etiam $BH\Theta + H\Theta\Delta$ duobus rectis aequales sunt.

Ergo recta in rectas parallelas incidens et angulos alternos inter se aequales efficit et angulum exteriorem angulo interiori et opposito aequalem et inte-

---

litt. $H\Theta$ in ras. F. ἀλλά] ἀλλ' F. 19. ὑπό] (prius) αἱ ὑπό b. $BH\Theta$, $H\Theta\Delta$] H bis e corr. V. 20. ἀλλ' F. δυσίν Bp. 21. εἰσίν] PBF; εἰσί uulgo. δυσίν PBp. εἰσιν ἴσαι BF. 23. ἡ] e corr. V. 24. τε] om. P. 25. ἐκτὸς τῇ] m. 2 F. ἀπεναντίας p. ἴσην] om. P; καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην BFVbp.

ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ΄.

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Ἔστω ἑκατέρα τῶν *ΑΒ*, *ΓΔ* τῇ *ΕΖ* παράλληλος· λέγω, ὅτι καὶ ἡ *ΑΒ* τῇ *ΓΔ* ἐστι παράλληλος.

Ἐμπιπτέτω γὰρ εἰς αὐτὰς εὐθεῖα ἡ *ΗΚ*.

Καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς *ΑΒ*, *ΕΖ* εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ *ΗΚ*, ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ *ΑΗΚ* τῇ ὑπὸ *ΗΘΖ*. πάλιν, ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς *ΕΖ*, *ΓΔ* εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ *ΗΚ*, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΗΘΖ* τῇ ὑπὸ *ΗΚΔ*. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ *ΑΗΚ* τῇ ὑπὸ *ΗΘΖ* ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ *ΑΗΚ* ἄρα τῇ ὑπὸ *ΗΚΔ* ἐστιν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ *ΑΒ* τῇ *ΓΔ*.

[Αἱ ἄρα τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι·] ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λα΄.

Διὰ τοῦ δοθέντος σημείου τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ *Α*, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ *ΒΓ*· δεῖ δὴ διὰ τοῦ *Α* σημείου τῇ *ΒΓ* εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

XXX. Boetius p. 383, 5. XXXI. Boetius p. 383, 7.

---

1. ἐντὸς καί] om. P. 6. *ΑΒ*] *ΑΕ* φ. 7. ἐστίν P. 9. καί — 10. *ΗΚ*] mg. m. 1 P. 11. εἰς] εἰς τάς V. εὐθείας] δύο εὐθείας P. 12. ἐμπέπτωκεν] in ras. PF; dein add. κοινή F. ἡ] (alt.) corr. ex τῇ P. 13. *ΗΚΔ*] corr. ex *ΘΚΔ* m. rec. P. 14. ἄρα] supra comp. m. 1 b. 15. *ΘΚΔ* P, corr. m. rec. 16. ἐστίν] om. F. *ΑΒ*] inter *Α* et *Β* ras. 1 litt.

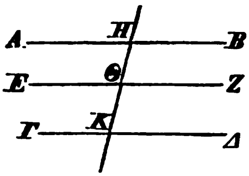
riores ad easdemque partes sitos duobus rectis aequales; quod erat demonstrandum.

XXX.

Quae eidem rectae parallelae sunt, etiam inter se parallelae sunt.

sit utraque AB, $\Gamma\Delta$ rectae EZ parallela. dico, etiam AB rectae $\Gamma\Delta$ parallelam esse.

nam in eas incidat recta HK. et quoniam in



rectas parallelas AB, EZ recta incidit HK, erit

$$\angle AHK = H\Theta Z \text{ [prop. XXIX]}.$$

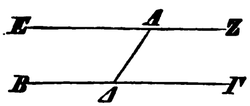
rursus quoniam in rectas parallelas EZ, $\Gamma\Delta$ recta incidit HK, erit $\angle H\Theta Z = HK\Delta$ [prop. XXIX]. sed demonstratum est, esse etiam

$$\angle AHK = H\Theta Z.$$

quare etiam $\angle AHK = HK\Delta$ [κ. ἔνν. 1]. et sunt alterni. itaque AB rectae $\Gamma\Delta$ parallela est [prop. XXVII]; quod erat demonstrandum.

XXXI.

Per datum punctum datae rectae parallelam rectam lineam ducere.



Sit datum punctum A, data autem recta $B\Gamma$. oportet igitur per A punctum rectae $B\Gamma$ parallelam rectam lineam ducere.

F. τῇ] τῆς b. 17. αἱ ἄρα — 18. παράλληλοι] om. PBbp; mg. m. 2 FV. 17. ἄρα] om. FV. 20. Post σημείον in P add. ὃ μή ἐστιν ἐπὶ αὐτῆς; del. m. 1; similiter Campanus; sed Proclus non habuit p. 376, 5 sqq.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΓ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΔΑ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΑΔΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΔΑΕ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ᾽ εὐθείας τῇ ΕΑ εὐθεῖα ἡ ΑΖ.

Καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΒΓ, ΕΖ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΑΔ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΑΔ, ΑΔΓ ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΑΖ τῇ ΒΓ.

Διὰ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ Α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ παράλληλος εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΕΑΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λβ΄.

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ· λέγω, ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ, ΓΑΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΓΕ.

XXXII. Alex. Aphrod. in top. p. 11. Simplic. in phys. fol. 14. Philop. in anal. II p. 65. Psellus p. 40. Boetius p. 383, 8.

---

3. αὐτῇ] αὐτήν F. τῷ] supra m. 1 P. 4. τῇ] B; τῆς uulgo. 5. ΕΑ] in ras. V. 6. ΒΓ] corr. ex ΓΒ V; ΓΒ Bbp. 7. ὑπό] mg. m. rec. P; supra m. 2 F. 8. ἀλλήλας b.

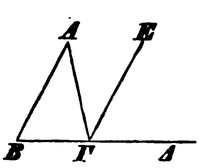
sumatur in $B\Gamma$ quoduis punctum Δ, et ducatur $A\Delta$. et ad ΔA rectam et punctum in ea situm A angulo $A\Delta\Gamma$ aequalis construatur ΔAE [prop. XXIII]. et producatur EA in directum, ut fiat AZ. et quoniam recta $A\Delta$ in duas rectas $B\Gamma$, EZ incidens angulos alternos $EA\Delta$, $A\Delta\Gamma$ inter se aequales effecit, erit EAZ rectae $B\Gamma$ parallela [prop. XXVII].

Ergo per datum punctum A datae rectae $B\Gamma$ parallela recta linea EAZ ducta est; quod oportebat fieri.

XXXII.

In quouis triangulo quolibet laterum producto angulus extrinsecus positus duobus interioribus et oppositis aequalis est, et anguli interiores tres trianguli duobus rectis aequales sunt.

Sit triangulus $AB\Gamma$, et producatur quodlibet latus eius $B\Gamma$ ad Δ. dico, angulum extrinsecus positum $A\Gamma\Delta$ aequalem esse duobus angulis interioribus et oppositis ΓAB, $AB\Gamma$, et angulos interiores tres trianguli $AB\Gamma$, $B\Gamma A$, ΓAB duobus rectis aequales esse.



ducatur enim per Γ punctum rectae AB parallela

πεποίηκεν] BF; πεποίηκε uulgo. 9. EAZ] EA eras. F. $B\Gamma$] corr. ex $B\Delta$ V; $B\Gamma\Delta$ F. 12. EAZ] AEZ (ordine mutato) F. 14. τῶν πλευρῶν] supra m. 2 F; πλευρᾶς Proclus. προσεκβληθείσης] προσ- add. m. 2 V. 15. ἐκτὸς τοῦ τριγώνου γωνία δύο Proclus. 16. ἀπεναντίας p. ἐστὶν ἴση Proclus. ἐστίν] PF; comp. b; ἐστί uulgo. αἱ] m. 2 V. 17. τρεῖς] om. Proclus. δυσίν] δύο Proclus. 20. ἐστίν P. δυσί] ταῖς δυσί V. ἀπεναντίας p. 21. ΓAB] $A\Gamma B$ F. αἱ] om. F; m. 2 V. 22. αἱ] m. rec. P. $B\Gamma A$] supra m. 2 F. 24. εὐθείᾳ] mg. m. 2 V.

Καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΕ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΑΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΕ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΔ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΕΓΔ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνία ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΒΓ.

Κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ, ΓΑΒ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΑ, ΓΑΒ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ΄.

Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

XXXIII. Boetius p. 383, 11.

---

3. *εἰσίν*] PF; comp. b; *εἰσί* uulgo. 4. *ἐστιν*] om. B. *ΕΓ* P. 5. *εὐθεῖα*] *-υθ* eras. V. *ἴση*] *ἶση* V (*η* in ras.). *ἐστίν* P, ut lin. 8. 6. *ἀπεναντίας* p. 7. *ΒΑΓ*] corr. ex *ΓΑΒ* m. 2 V; litt. *ΒΑ* in ras. B. 8. *γωνία*] P; *ἐκτὸς γωνία* Theon (BFVbp), Campanus. *ἀπεναντίας* p. 10. *ΑΓΒ*] *ΑΒΓ* F; corr. m. 2. 11. *ΑΓΒ*] litt. *ΓΒ* e corr. F. *ΑΒΓ, ΒΓΑ*] in ras. F. *ΓΑΒ*] om. F; *ΒΑΓ* B et V m. 2. 12. *εἰσίν*] PBF; comp. b; *εἰσί* uulgo. 13. *ΑΓΒ*] *ΑΒΓ* F (euan.),

ΓE. et quoniam AB rectae ΓE parallela est, et in eas incidit $A\Gamma$, anguli alterni $BA\Gamma$, $A\Gamma E$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. rursus quoniam AB rectae ΓE parallela est, et in eas incidit recta $B\Delta$, angulus extrinsecus positus $E\Gamma\Delta$ aequalis est angulo interiori et opposito $AB\Gamma$ [prop. XXIX]. sed demonstratum est, esse etiam $A\Gamma E = BA\Gamma$. quare

$$A\Gamma\Delta = BA\Gamma + AB\Gamma$$

interioribus et oppositis [κ. ἔνν. 2]. communis adiiciatur $A\Gamma B$. itaque

$$A\Gamma\Delta + A\Gamma B = AB\Gamma + B\Gamma A + \Gamma AB \text{ [κ. ἔνν. 2]}.$$

uerum $A\Gamma\Delta + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt [prop. XIII]. itaque etiam $A\Gamma B + \Gamma BA + \Gamma AB$ duobus rectis aequales sunt [κ. ἔνν. 1].

Ergo in quouis triangulo quolibet laterum producto angulus extrinsecus positus duobus interioribus et oppositis aequalis est, et anguli interiores tres trianguli duobus rectis aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XXXIII.

Rectae rectas aequales et parallelas ad easdem partes [1]) coniungentes et ipsae aequales et parallelae sunt.

1) Hoc est: ne coniungantur B et Γ, Δ et A; u. Proclus p. 386, 15.

b, V (eras.), p. ΓBA] $A\Gamma B$ F; $B\Gamma A$ V (eras.), Pbp. ἄρα] mg. m. 2 V. εἰσιν ἴσαι p. 14. εἰσίν] PFV; comp. b; εἰσί uulgo. 17. ἐστίν] PF; comp. b; ἐστί uulgo. γωνίαι τρεῖς F. 18. δυσίν] γωνίαι φ. 20. παραλλήλους εὐθείας Proclus. 21. καὶ αὐταί] mg. m. 2 V.

Ἔστωσαν ἴσαι τε καὶ παράλληλοι αἱ *ΑΒ*, *ΓΔ*, καὶ ἐπιζευγνύτωσαν αὐτὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη εὐθεῖαι αἱ *ΑΓ*, *ΒΔ*· λέγω, ὅτι καὶ αἱ *ΑΓ*, *ΒΔ* ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

Ἐπεζεύχθω ἡ *ΒΓ*. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ *ΑΒ* τῇ *ΓΔ*, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ *ΒΓ*, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ *ΑΒΓ*, *ΒΓΔ* ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ *ΑΒ* τῇ *ΓΔ* κοινὴ δὲ ἡ *ΒΓ*, δύο δὴ αἱ *ΑΒ*, *ΒΓ* δύο ταῖς *ΒΓ*, *ΓΔ* ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ *ΑΒΓ* γωνίᾳ τῇ ὑπὸ *ΒΓΔ* ἴση· βάσις ἄρα ἡ *ΑΓ* βάσει τῇ *ΒΔ* ἐστιν ἴση, καὶ τὸ *ΑΒΓ* τρίγωνον τῷ *ΒΓΔ* τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ *ΑΓΒ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΓΒΔ*. καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς *ΑΓ*, *ΒΔ* εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ *ΒΓ* τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ *ΑΓ* τῇ *ΒΔ*. ἐδείχθη δὲ αὐτῇ καὶ ἴση.

Αἱ ἄρα τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

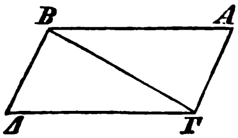
λδ΄.

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναν-

XXXIV. Boetius p. 383, 13. cfr. Psellus p. 46.

---

1. *ΓΔ*] in ras. V. *καὶ* — 2. *εὐθεῖ-*] in ras. b. 3. *ΒΔ*] (prius) in ras. V. *ΑΓ*] *ΓΑ* BF, V m. 2. *τε*] om. FV, in ras. m. 1 P. 5. *ἡ*] *γάρ ἡ* V m. 2. 6. *ΓΔ*] in ras. b. 7. *εἰσίν*] PF; comp. b; *εἰσί* uulgo. 8. *ἴση*] *η* eras. V. 9. *δυσί* FBp. *εἰσίν*] PF; comp. b; *εἰσί* uulgo. 10. *ἴση ἐστί* FV. 11. *ἐστιν ἴση*] *ἴση ἐστί* V; *ἴση* p. *ΒΓΔ*] *ΒΔΓ* p. 12. *ἐστίν*] PFV; comp. b; om. p; *ἐστί* B. 14. *ΑΓΒ*] *ΑΒΓ* corr.



Sint aequales et parallelae AB, $\Gamma\Delta$, et coniungant eas ad easdem partes rectae $A\Gamma$, $B\Delta$. dico, etiam $A\Gamma$, $B\Delta$ aequales et parallelas esse.

ducatur $B\Gamma$. et quoniam AB rectae $\Gamma\Delta$ parallela est, et in eas incidit $B\Gamma$, anguli alterni $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. et quoniam $AB = \Gamma\Delta$, communis autem $B\Gamma$, duae rectae AB, $B\Gamma$ duabus $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ aequales sunt. et $\angle AB\Gamma = B\Gamma\Delta$. basis igitur $A\Gamma$ basi $B\Delta$ aequalis, et triangulus $AB\Gamma$ triangulo $B\Gamma\Delta$ aequalis est, et reliqui anguli reliquis angulis aequales erunt alter alteri, sub quibus aequalia latera subtendunt. itaque $\angle A\Gamma B = \Gamma B\Delta$ [prop. IV]. et quoniam in duas rectas $A\Gamma$, $B\Delta$ incidens recta $B\Gamma$ angulos alternos inter se aequales effecit, erit $A\Gamma$ rectae $B\Delta$ parallela [prop. XXVII]. sed demonstratum est, eandem aequalem ei esse.

Ergo rectae rectas aequales et parallelas ad easdem partes coniungentes et ipsae aequales et parallelae sunt; quod erat demonstrandum.

XXXIV.

Spatiorum parallelogrammorum[1]) latera angulique

1) H. e. rectis parallelis comprehensorum. nomen ab ipso Euclide ad similitudinem uocabuli εὐθύγραμμος fictum est; u. Proclus p. 392, 20. Studien p. 35.

in $B\Gamma A$ m. rec. b. 15. Post $\Gamma B\Delta$ in p add. ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΒΔΓ. $A\Gamma$] AB in ras. F. 16. γωνίας] P; γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΔ Theon? (BVbp); in F τὰς ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΔ in mg. sunt, sed m. 1; habet Campanus. 17. πεποίηκε Vb. ἐστιν ἄρα (compp.) b. 18. δέ] δὲ καί V. καί] m. 2 V.

τίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Ἔστω παραλληλόγραμμον χωρίον τὸ ΑΓΔΒ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΒΓ· λέγω, ὅτι τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ ΒΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει.

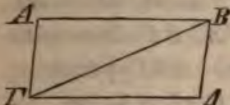
Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΒΓ, ΒΓΔ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΒΓΔ, ΓΒΔ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις κοινὴν αὐτῶν τὴν ΒΓ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΑΒ πλευρὰ τῇ ΓΔ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΒΔ, καὶ ἔτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΓΔ, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἐστιν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΒ ἴση.

---

1. ἀλλήλοις b; corr. m. recens. 2. εἰσίν] PBF; comp. b; εἰσί uulgo. αὐτά] -ά in ras. F. 3. ΑΓΔΒ] ΓΔΒ litt. in ras. b; litt. ΔΒ corr. ex ΒΔ m. 2 V; ΑΒΓΔ P; item PV lin. 4. 5. τε] om. p. 6. ἀλλήλοις b; corr. m. rec. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσί uulgo. δίχα αὐτό p. 9. αὐτάς] -υτά- absumpta ob pergam. ruptum in F. 10. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσί uulgo. 11. ΒΔ] ΔΒ F; ΒΔ post ras. 1 litt. (Γ?) V. 12.

opposita inter se aequalia sunt, et diametrus ea in duas partes aequales diuidit.

Sit spatium parallelogrammum $A\Gamma\Delta B$, diametrus autem eius $B\Gamma$. dico, parallelogrammi $A\Gamma\Delta B$ latera angulosque opposita inter se aequalia esse, et diametrum $B\Gamma$ in duas partes aequales id diuidere.



nam quoniam AB rectae $\Gamma\Delta$ parallela est, et in eas incidit recta $B\Gamma$, anguli alterni $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. rursus quoniam $A\Gamma$ rectae $B\Delta$ parallela est, et in eas incidit $B\Gamma$, alterni anguli $A\Gamma B, \Gamma B\Delta$ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. itaque duo trianguli sunt $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$ duos angulos $AB\Gamma$, $B\Gamma A$ duobus $B\Gamma\Delta$, $\Gamma B\Delta$ aequales habentes alterum alteri et unum latus uni aequale, quod ad angulos aequales positum est $B\Gamma$ eorum commune. itaque etiam reliqua latera reliquis aequalia habebunt alterum alteri et reliquum angulum reliquo angulo [prop. XXVI]. quare $AB = \Gamma\Delta$, $A\Gamma = B\Delta$, $\angle BA\Gamma = \Gamma\Delta B$. et quoniam $\angle AB\Gamma = B\Gamma\Delta$ et $\Gamma B\Delta = A\Gamma B$, erit $\angle AB\Delta = A\Gamma\Delta$ [κ. ἐνν. 2]. sed demonstratum est, esse etiam $\angle BA\Gamma = \Gamma\Delta B$. ergo spatiorum parallelogrammorum latera angulique opposita inter se aequalia sunt.

$A\Gamma B$] $B\Gamma\Delta$ F. 13. εἰσίν] PF; comp. b; εἰσί uulgo. ἔστιν PF; comp. b. τά] τό F. 14. $B\Gamma\Delta$] in ras. m. 2 V; $\Gamma B\Delta$ F. 16. τῇ μιᾷ V. 18. λοιπαῖς πλευραῖς FV. 21. ἔτι ἴση ἐστίν] P; om. Theon (BFVbp). $\Gamma\Delta B$] $B\Gamma\Delta$ p. καὶ ἐπεί — 22. $B\Gamma\Delta$] mg. m. recenti p. 23. $\Gamma B\Delta$] litt. ΓB e corr. V m. 2. $A\Gamma B$] litt. ΓB e corr. V m. 2. 24. ἐδείχθη — 25. ἴση] mg. m. 2 V.

Τῶν ἄρα παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Λέγω δή, ὅτι καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΓΔ, ΒΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση. καὶ βάσις ἄρα ἡ ΑΓ τῇ ΔΒ ἴση. καὶ τὸ ΑΒΓ [ἄρα] τρίγωνον τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν.

Ἡ ἄρα ΒΓ διάμετρος δίχα τέμνει τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λε΄.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΒΓΖ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΖ, ΒΓ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ το ΑΒΓΔ τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ.

Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΕΖ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΕΖ ἐστιν ἴση· καὶ κοινὴ ἡ ΔΕ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΕ ὅλῃ τῇ ΔΖ ἐστιν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ ἴση· δύο δὴ αἱ ΕΑ, ΑΒ δύο ταῖς ΖΔ, ΔΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΖΔΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΑΒ ἐστιν ἴση ἡ

XXXV. Psellus p. 45. Boetius p. 383, 17.

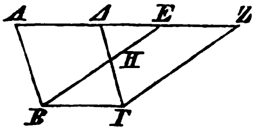
2. *εἰσί* B. 3. *δή*] om. P; corr. ex *δέ* m. 2 V. 5. *ΓΔ*] *ΒΓ*] BF, in ras. m. 2 V; *ΔΓ, ΓΒ* P (*ΔΓ* in ras.); *ΒΓ, ΓΔ* bp. 7. *καί*] om. p. *ἄρα*] om. P. *τῇ*] *βάσει τῇ* p. *ΔΒ*] *ΒΔ* P et V, sed corr. m. 2. *ἴση*] P; *ἐστιν ἴση* Theon (BFVbp).

iam dico, diametrum ea in duas partes aequales diuidere. nam quoniam $AB = \Gamma\Delta$ et $B\Gamma$ communis, duae rectae AB, $B\Gamma$ duabus $\Gamma\Delta$, $B\Gamma$ aequales sunt altera alteri; et $\angle AB\Gamma = B\Gamma\Delta$ [prop. XXIX]. itaque etiam [$A\Gamma = \Delta B$, et][1] $\triangle AB\Gamma = B\Gamma\Delta$ [prop. IV].

Ergo diametrus $B\Gamma$ parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$ in duas partes aequales diuidit; quod erat demonstrandum.

XXXV.

Parallelogramma in eadem basi posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt.



Sint $AB\Gamma\Delta$, $EB\Gamma Z$ parallelogramma in eadem basi $B\Gamma$ et in iisdem parallelis AZ, $B\Gamma$. dico, esse $AB\Gamma\Delta = EB\Gamma Z$.

nam quoniam parallelogrammum est $AB\Gamma\Delta$, erit $A\Delta = B\Gamma$ [prop. XXXIV]. eadem de causa etiam $EZ = B\Gamma$ [id.]. quare $A\Delta = EZ$ [κ. ἔνν. 1]. et communis est ΔE. itaque $AE = \Delta Z$ [κ. ἔνν. 2]. uerum etiam $AB = \Delta\Gamma$ [prop. XXXIV]. itaque duae rectae EA, AB duabus $Z\Delta$, $\Delta\Gamma$ aequales sunt altera alteri; et $\angle Z\Delta\Gamma = EAB$ exterior interiori [prop. XXIX].

---

1) Fortasse potius καὶ βάσις ἄρα ἡ $A\Gamma$ τῇ ΔB ἴση lin. 7 delenda sunt quam ἄρα lin. 8 cum Augusto.

---

8. ἄρα] del. August. $B\Gamma\Delta$] $B\Delta\Gamma$ P; $BA\Gamma$ b, sed A eras. ἴσον ἐστίν] PBb (comp.); ἴσον ἔσται FV; ἐστιν ἴσον p. 10. Post παραλληλόγραμμον in V add. χωρίον, sed punctis del. m. 2. 13. ὄντα] om. Proclus solus. 17. ἐστίν P, ut lin. 19, 23. 18. παραλληλογράμμῳ] P; om. Theon (BFVbp). 20. δή] mg. γρ. τοίνυν F. ἡ] m. 2 F. 22. ἐστιν] om. F. 23. $E\Delta$] ΔE F. 24. δυσί BVp. $Z\Delta$] ΔZ F. 25. ἡ] (alt.) supra m. 1 P.

ἐκτὸς τῇ ἐντός· βάσις ἄρα ἡ *ΕΒ* βάσει τῇ *ΖΓ* ἴση ἐστίν, καὶ τὸ *ΕΑΒ* τρίγωνον τῷ *ΔΖΓ* τριγώνῳ ἴσον ἔσται· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ *ΔΗΕ*· λοιπὸν ἄρα τὸ *ΑΒΗΔ* τραπέζιον λοιπῷ τῷ *ΕΗΓΖ* τραπεζίῳ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ *ΗΒΓ* τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ *ΑΒΓΔ* παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ *ΕΒΓΖ* παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λς΄.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ *ΑΒΓΔ*, *ΕΖΗΘ* ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τῶν *ΒΓ*, *ΖΗ* καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς *ΑΘ*, *ΒΗ*· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ *ΑΒΓΔ* παραλληλόγραμμον τῷ *ΕΖΗΘ*.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ *ΒΕ*, *ΓΘ*. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ *ΒΓ* τῇ *ΖΗ*, ἀλλὰ ἡ *ΖΗ* τῇ *ΕΘ* ἐστιν ἴση, καὶ ἡ *ΒΓ* ἄρα τῇ *ΕΘ* ἐστιν ἴση. εἰσὶ δὲ καὶ παράλληλοι. καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς αἱ *ΕΒ*, *ΘΓ*· αἱ δὲ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι [καὶ αἱ *ΕΒ*, *ΘΓ* ἄρα ἴσαι τέ εἰσι καὶ παράλληλοι]. παραλληλό-

XXXVI. Boetius p. 383, 19.

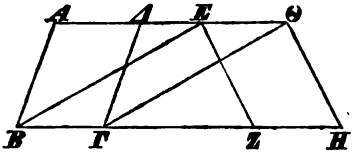
1. *ΖΓ*] mutat. in *ΓΖ* m. 2 V. 2. ἐστίν] PF (in B ν eras.); comp. b; ἐστί uulgo; ἐστιν ἴση p. *ΔΖΓ*] BF, V m. 2; *ΔΓΖ* P; *ΖΔΓ* bp, V m. 1. 3. ἔσται] PBFp; ἐστί Vb. τό] postea add. P. *ΔΗΕ*] corr. ex *ΔΗ* P; ὑπὸ *ΔΗΕ* F; ὑπὸ

itaque $EB = Z\Gamma$ et $\triangle\, EAB = \Delta Z\Gamma$ [prop. IV]. subtrahatur, qui communis est, triangulus ΔHE. itaque $ABH\Delta = EH\Gamma Z$ [κ. ἔνν. 3]. communis adiiciatur triangulus $HB\Gamma$. itaque $AB\Gamma\Delta = EB\Gamma Z$.

Ergo parallelogramma in eadem basi posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XXXVI.

Parallelogramma in aequalibus basibus posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt.



Sint parallelogramma $AB\Gamma\Delta$, $EZH\Theta$ in aequalibus basibus $B\Gamma$, ZH et in iisdem parallelis $A\Theta$, BH. dico, esse $AB\Gamma\Delta = EZH\Theta$.

ducantur enim BE, $\Gamma\Theta$. et quoniam $B\Gamma = ZH$ et $ZH = E\Theta$, erit etiam $B\Gamma = E\Theta$ [κ. ἔνν. 1]. uerum etiam parallelae sunt. et coniungunt eas EB, $\Theta\Gamma$; quae autem rectas aequales et parallelas ad easdem partes coniungunt, aequales et parallelae sunt [prop. XXXIII]. itaque parallelogrammum est $EB\Gamma\Theta$ [prop.

---

eras. Vb. ἐπίλοιπον P. 4. $EZ\Gamma H$ F. 5. $HB\Gamma$] $BH\Gamma$ F. 7. ἐστίν] PF; comp. b; ἐστί uulgo; om. p. 8. ἄρα] ἄλλα V; corr. m. 1. 13. ἐστὶν ἀλλήλοις p. 14. ἐστί Proclus. 17. BH] HB F. ἐστίν PF; comp. b. 18. $EZH\Theta$] Pb, V (E e corr.); $ZH\Theta E$ BFp; in V sequitur ras. 1 litt. 19. BE] EB P. $\Gamma\Theta$] in ras. P. 20. $B\Gamma$] Pb, V e corr. m. 2; ΓB BFp, V m. 1. ἀλλ' F. ἀλλὰ ἡ] mg. m. 2 V. 21. εἰσίν P. 22. BE, $\Gamma\Theta$ b, V e corr. m. 2. 23. τε] om. P. 24. τέ εἰσι καὶ παράλληλοι F. καί] (alt.) om. F. καὶ αἱ — 25. παράλληλοι] καὶ αἱ EB, $\Theta\Gamma$ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι P. m. rec. 24. EB] E insert. m. 1 V. 25. $\Theta\Gamma$] V m. 1; $\Gamma\Theta$ V m. 2.

γραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΒΓΘ. καί ἐστιν ἴσον τῷ ΑΒΓΔ· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει τὴν ΒΓ, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶν αὐτῷ ταῖς ΒΓ, ΑΘ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΖΗΘ τῷ αὐτῷ τῷ ΕΒΓΘ ἐστιν ἴσον· ὥστε καὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΖΗΘ ἐστιν ἴσον.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λζ΄.

Τὰ τρίγωνα τα ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΔ, ΒΓ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΔ ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Ε, Ζ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΕ, διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΒΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΖ. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΕΒΓΑ, ΔΒΓΖ· καί εἰσιν ἴσα· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς εἰσι τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΕΖ· καί ἐστι τοῦ μὲν ΕΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ ΔΒΓΖ παραλληλογράμμου

XXXVII. Boetius p. 383, 22. Apud Proclum excidit.

---

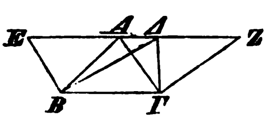
1. *ἐστίν* PF; comp. b. *τῷ*] corr. ex *τό* m. 1 V. 3. *ἐστιν παραλλήλοις* p. 4. *αὐτῷ τῷ*] mg. m. 1 F; om. p.

XXXIV]. et *EBΓΘ* = *ABΓΔ*; nam et eandem basim habent *BΓ* et in iisdem parallelis sunt *BΓ*, *AΘ* [prop. XXXV]. eadem de causa etiam *EZHΘ* = *EBΓΘ* [id.]. quare etiam *ABΓΔ* = *EZHΘ* [*κ. ἐνν.* 1].

Ergo parallelogramma in aequalibus basibus posita et in iisdem parallelis inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XXXVII.

Trianguli in eadem basi positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt.



Sint trianguli *ABΓ*, *ΔBΓ* in eadem basi *BΓ* et in iisdem parallelis *AΔ*, *BΓ*. dico, esse

△ *ABΓ* = *ΔBΓ*.

producatur *AΔ* in utramque partem ad *E*, *Z*, et per *B* rectae *ΓA* parallela ducatur *BE*, per *Γ* autem rectae *BΔ* parallela ducatur *ΓZ* [prop. XXXI]. itaque *EBΓA*, *ΔBΓZ* parallelogramma sunt; et sunt aequalia. nam et in eadem basi sunt *BΓ* et in iisdem parallelis *BΓ*, *EZ* [prop. XXXV]. et dimidia pars parallelogrammi *EBΓA* est triangulus *ABΓ*; nam diametrus *AB* id in duas partes aequales diuidit [prop. XXXIV]. parallelogrammi autem *ΔBΓZ* dimidia pars

8. *ἀλλήλοις*] *-λοις* corr. m. 1 V. 9. *ἐστίν*] *εἰσιν* F. 16. *ἐστίν* P et eraso *ν* V. In F hic uerba nonnulla euan. 19. *E*, *Z*] *Z*, *E* F. *καὶ διά* — 20. *BE*] mg. m. rec. p. 19. *ΓA*] *A* in ras. b. 21. *τῶν*] *ν* postea add. m. 1 V. 22. *ΔBΓZ*] *BΔΓZ* F. *εἰσιν ἴσα*] P; *ἴσον τὸ EBΓA τῷ ΔBΓZ* Theon (BFVbp; *BΔΓZ* F; in *EBΓA* litt. *EB* m. 2 V). *τε*] om. Bp (in F non liquet). 23. *εἰσι*] Bbp; *εἰσιν* P; *ἐστι* V; *ἐστιν* F. *ταῖς*] (alt.) *ἐστὶν ταῖς* F. 24. *BΓ*, *EZ καί*] absumpta ob ruptum pergam. F. *ἐστιν* P. 25. *τό*] *τά* in ras. P. 26. *παραλληλογράμμον*] mg. m. 2 V.

ἥμισυ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΔΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει. [τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν]. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ.

Τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λη'.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ, ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ, ΑΔ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΑΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Η, Θ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΗ, διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΘ. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΗΒΓΑ, ΔΕΖΘ· καὶ ἴσον τὸ ΗΒΓΑ τῷ ΔΕΖΘ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ, ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ, ΗΘ· καί ἐστι τοῦ μὲν ΗΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ ΔΕΖΘ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΖΕΔ τρίγωνον· ἡ γὰρ

XXXVIII. Boetius p. 383, 24.

---

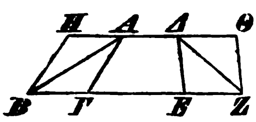
1. *ΔΒΓ*] *ΔΓΒ* F. *τρίγωνον*] supra m. 2 V. *ΔΓ*] absumptum in F. 2. *ἀλλήλοις*] supra m. 2 V. 3. *ἐστίν* P. 9. *ἴσων*] PBV, Proclus; *τῶν ἴσων* Fbp; cfr. p. 86, 12. *ἴσων* in ras. p. 10. *ἐστίν*] PVp, Proclus; *εἰσίν* BFb. 11. *ΔΕΖ*] corr. ex *ΖΔΕ* F. *βάσεων*] PBp; *βάσεων ὄντα* Fb, V (sed *ὄντα* punctis del. m. 2). 12. *ΕΖ*] corr. ex *ΖΕ* F. 13. *ἐστίν* P. 15. *ἐπί*] *κατά* P. 16. *τῇ*] corr. ex *τῆς* V.

est triangulus *ΔBΓ*; nam diametrus *ΔΓ* id in duas partes aequales diuidit. itaque[1]) △ *ABΓ* = *ΔBΓ*.

Ergo trianguli in eadem basi positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XXXVIII.

Trianguli in aequalibus basibus positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt.



Sint trianguli *ABΓ*, *ΔEZ* in aequalibus basibus *BΓ*, *EZ* et in iisdem parallelis *BZ*, *AΔ*. dico, esse △ *ABΓ* = *ΔEZ*.

producatur enim *AΔ* ad utramque partem ad *H*, *Θ*, et per *B* rectae *ΓA* parallela ducatur *BH*, per *Z* autem rectae *ΔE* parallela ducatur *ZΘ* [prop. XXXI].

parallelogramma igitur sunt *HBΓA*, *ΔEZΘ*. et *HBΓA* = *ΔEZΘ*; nam et in aequalibus basibus sunt *BΓ*, *EZ* et in iisdem parallelis *BZ*, *HΘ* [prop. XXXVI]. et parallelogrammi *HBΓA* dimidia pars est triangulus *ABΓ*; nam diametrus *AB* id in duas partes aequales diuidit [prop. XXXIV]. parallelogrammi autem *ΔEZΘ* dimidia pars est triangulus *ZEΔ*; nam diametrus *ΔZ*

---

1) Cum constet, *κ. ἔνν.* 6 ab Euclide non profectam esse (cfr. Proclus p. 196, 25), quamquam tempore satis antiquo (ante Theonem saltem) interpolata est, ueri simile est, uerba *τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν* lin. 2 et p. 92, 1 eodem tempore irrepsisse. Euclides usus erat *κ. ἔνν.* 3.

---

17. *HB* P. Z] E F. *ΔE*] *EΔ* F. 18. *ZΘ*] *EΘ* F. 19. *ΔEZΘ*] (prius) *ΔΓEΘ* F. 20. *τε*] om. p. *τῶν ἴσων* p. *εἰσιν* PB. *τῶν*] corr. ex *τῶι* m. 2 V. EZ] ZE e corr. F. 21. *BZ*, *HΘ*] *BH*, *ZΘ* V; corr. m. 2. *ἐστιν* P. 23. *τοῦ δέ* — p. 92, 1: *τέμνει*] mg. m. 2 V ad hunc locum relata. *ΔEZΘ*] *ΔΓEΘ*, E in Z corr. F. 24. *ZEΔ*] *EΔΓ* F; *ΔEZ* b.

ΔΖ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει [τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν]. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λθ'.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς ΒΓ· λέγω, ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ.

Εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ Α σημείου τῇ ΒΓ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΑΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τῷ ΔΒΓ ἐστιν ἴσον· καὶ τὸ ΔΒΓ ἄρα τῷ ΕΒΓ ἴσον ἐστὶ τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΕ τῇ ΒΓ. ὁμοίως δὴ

XXXIX. Boetius p. 384, 1.

1. ΔΖ] Pb, F e corr.; ΖΔ BVp. *ἴσων γωνιῶν* F. 2. *ἐστίν*] PVp; *εἰσίν* BFb. *ἐστί*] *ἐστίν* PF; comp. b. 3. ΔΕΖ] corr. ex ΖΔΕ F. 5. *ἐστίν*] *εἰσίν* BFb. 8. *τά*] (alt.) om. b. 9. *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*] P, F (del. m. 1), V m. 2, Boetius, Proclus, Campanus; om. Bb, V m. 1, p. *καί*] (alt.) om. Proclus. 11. *γρ. δύο* mg. V. 12. *ὄντα*] om. p. *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*] P, Campanus; om. Theon (BFVbp).

id in duas partes aequales diuidit [id.]. itaque

$$\triangle AB\Gamma = \Delta EZ.$$

Ergo trianguli in aequalibus basibus positi et in iisdem parallelis inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

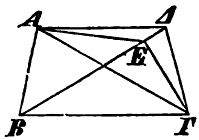
XXXIX.

Aequales trianguli in eadem basi positi et ad easdem partes in iisdem parallelis sunt.

Sint aequales trianguli $AB\Gamma$, $\Delta B\Gamma$ in eadem basi positi $B\Gamma$ et ad easdem partes. dico, eos etiam in iisdem parallelis esse.

ducatur enim $A\Delta$. dico, $A\Delta$ parallelam esse rectae $B\Gamma$.

nam si minus, ducatur per A punctum rectae $B\Gamma$ parallela AE [prop. XXXI], et ducatur $E\Gamma$. itaque $\triangle AB\Gamma = EB\Gamma$; nam in eadem basi sunt $B\Gamma$ et in iisdem parallelis [prop. XXXVII]. uerum $\triangle AB\Gamma = \Delta B\Gamma$. quare etiam



$$\triangle \Delta B\Gamma = EB\Gamma \text{ [κ. ἔνν. 1]},$$

maior minori; quod fieri non potest. itaque AE rectae $B\Gamma$ parallela non est. similiter demonstrabimus, ne

13. ἐστίν] εἰσίν p. 16. σημεῖον] om. p. εὐθεία] om. p. 18. ἄρα] δή P. ἔστιν P. 19. ἔστιν αὐτῷ] εἰσι p. $B\Gamma$] ΓB F. 20. ἀλλά] PB, F m. 1, V m. 1, b m. 1; ταῖς $B\Gamma$, AE. ἀλλά p, V m. 2, b m. 2; in F pro ἀλ- scripsit φ: ταῖς, sed -λά relictum est. Post $AB\Gamma$ add. τρίγωνον P m. rec., VBp; comp. supra scr. m. 1 F. 21. ἴσον ἐστὶ τῷ $\Delta B\Gamma$ τριγώνῳ p. ἔστιν] euan. F. $\Delta B\Gamma$] (alt.) $\Delta\Gamma B$ F. ἄρα] om. P; ἄρα τρίγωνον P m. rec., p. ἴσον ἐστὶ τῷ $EB\Gamma$ τριγώνῳ p. 22. ἐστί] ἐστίν PFb ἐστίν] PBb; om. Vp; in F est: ἀδύνατον φ, sequente νατον m. 1 (fuit sine dub. ἐστὶν ἀδύν.). 23. ὁμοίως] mg. m. 2 V.

δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς ΑΔ· ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστι παράλληλος.

Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μ'.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΓΔΕ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ, ΓΕ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. λέγω, ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΕ.

Εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ Α τῇ ΒΕ παράλληλος ἡ ΑΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ, ΓΕ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΕ, ΑΖ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΓΕ [τριγώνῳ]· καὶ τὸ ΔΓΕ ἄρα [τρίγωνον] ἴσον ἐστὶ τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα παράλληλος ἡ ΑΖ τῇ ΒΕ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς ΑΔ· ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΕ ἐστι παράλληλος.

XL. Boetius p. 384, 4.

---

1. *οὐδέ* FVbp. 2. *ἐστιν* P. 4. *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*] om. BFVbp. 7. *ἴσων*] PBVbp, Proclus; *τῶν ἴσων* F, sed *τῶν* punctis del. 8. *καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*] P (del.), V mg. m. 2 (*καί* m. 1), Proclus, Boetius, Campanus; om. B, V m. 1, bp; in F: *καὶ ἐπί φ*, dein post lacunam *βάσεις ὄντα* m. 1, punctis del. *καί*] (alt.) om. Proclus, V. 9. *ἐστίν*] *ἐστί*

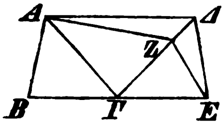
aliam quidem ullam praeter *AΔ* parallelam esse. itaque *AΔ* rectae *BΓ* parallela est.

Ergo aequales trianguli in eadem basi positi et ad easdem partes etiam in iisdem parallelis sunt; quod erat demonstrandum.

XL.

Aequales trianguli in aequalibus basibus positi et ad easdem partes etiam in iisdem parallelis sunt.

Sint aequales trianguli *ABΓ*, *ΓΔE* in aequalibus basibus *BΓ*, *ΓE* et ad easdem partes. dico, eos etiam in iisdem parallelis esse.



ducatur enim *AΔ*. dico, *AΔ* rectae *BE* parallelam esse.

nam si minus, per *A* rectae *BE* parallela ducatur *AZ*, et ducatur *ZE*. itaque △ *ABΓ* = *ZΓE*; nam in aequalibus basibus sunt *BΓ*, *ΓE* et in iisdem parallelis *BE*, *AZ* [prop. XXXVIII]. sed △ *ABΓ* = *ΔΓE*. quare etiam △ *ΔΓE* = *ZΓE* [κ. ἔνν. 1], maior minori; quod fieri non potest. itaque *AZ* rectae *BE* parallela non est. similiter demonstrabimus, ne aliam quidem ullam praeter *AΔ* parallelam esse. itaque *AΔ* rectae *BE* parallela est.

Proclus; *εἰσίν* p. 10. *ΓΔE*] *ΔΓE* P. 11. *ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*] punctis del. P; om. Theon (BFVbp). 12. *ἐστίν*] P; *εἰσίν* Theon (BFVbp); cfr. p. 92, 13. 14. *EB* P. 16. *ZE*] *ZΓ* P. *ἄρα*] *δή* P. *ἐστιν* P. 17. *τρίγωνον τῷ ZΓE*] om. P; *τρίγωνον τριγώνῳ τῷ ZΓE* m. rec. 18. *εἰσιν* PF. 19. *AZ*, *BE* p. *ἐστίν* P. 20. *ΔΓE*] litt. *Δ* in ras. m. 2 V; *ΔEΓ* F. *τριγώνῳ*] om. P. *τρίγωνον*] om. P. 21. *ἐστίν* P. *ZΓE*] *ZEΓ* F. 22. *ἐστίν*] om. p. *ἐστιν ἡ* p. Post *AZ* lacunam V. 23. *οὐδέ* p. 24. *ἡ*] in ras. m. 1 b. *ἐστιν* P. *παράλληλός ἐστι* Vb.

Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μα´.

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Παραλληλόγραμμον γὰρ τὸ ΑΒΓΔ τριγώνῳ τῷ ΕΒΓ βάσιν τε ἐχέτω τὴν αὐτὴν τὴν ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἔστω ταῖς ΒΓ, ΑΕ· λέγω, ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τοῦ ΒΕΓ τριγώνου.

Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΓ. ἴσον δή ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΑΕ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου· ἡ γὰρ ΑΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· ὥστε τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον καὶ τοῦ ΕΒΓ τριγώνου ἐστὶ διπλάσιον.

Ἐὰν ἄρα παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

XLI. Boetius p. 384, 7.

---

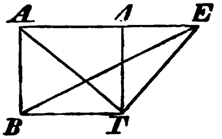
1. τὰ ἐπὶ — 3. δεῖξαι] mg. m. 1 b. καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη] om. PBFVbp. 2. ἐστι παραλλήλοις V. 7. ᾖ] supra m. 1 F. ἐστι] Proclus; ἐστιν P; cfr. lin. 24; ἔσται BFVbp; cfr. Boetius, Campanus. 9. τῷ] m. rec. P. 10. τε] om. P. τήν] (alt.) τῆι BV, corr. m. 2. τὴν ΒΓ] supra m. 1 b. 11. ἔστω παραλλήλοις V. 12. ἐστιν P. ΒΕΓ] ΕΒΓ P.

Ergo aequales trianguli in aequalibus basibus positi et ad easdem partes, etiam in iisdem parallelis sunt; quod erat demonstrandum.

XLI.

Si parallelogrammum et eandem basim habet, quam triangulus aliquis, et in iisdem parallelis est, duplo maius est parallelogrammum triangulo.

parallelogrammum enim $AB\Gamma\Delta$ eandem basim habeat $B\Gamma$, quam triangulus $EB\Gamma$, et in iisdem parallelis sit $B\Gamma$, AE. dico, parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$ duplo maius esse triangulo $BE\Gamma$.



ducatur enim $A\Gamma$. itaque $\triangle AB\Gamma = EB\Gamma$; nam in eadem basi sunt $B\Gamma$ et in iisdem parallelis $B\Gamma$, AE [prop. XXXVII]. sed $AB\Gamma\Delta = 2\ AB\Gamma$; nam diametrus $A\Gamma$ id in duas partes aequales diuidit [prop. XXXIV]. quare etiam

$$AB\Gamma\Delta = 2\ EB\Gamma.$$[1])

Ergo si parallelogrammum et eandem basim habet, quam triangulus aliquis, et in iisdem parallelis est, duplo maius est parallelogrammum triangulo; quod erat demonstrandum.

---

1) Hoc ita ex axiomatis colligitur:

$AB\Gamma = EB\Gamma$, $2\,AB\Gamma = 2\,EB\Gamma$ [κ. ἔνν. 2].

$2\,AB\Gamma = AB\Gamma\Delta$; ergo $2\,EB\Gamma = AB\Gamma\Delta$ [κ. ἔνν. 1].

---

14. $A\Gamma$] corr. ex AB m. 1 F. ἐστιν P. τρίγωνον] om. V 15. $EB\Gamma$] E supra m. 2 V. 16. παραλλήλοις] -οις in ras., seq. ras. 6 litt. V. ἐστιν P. 20. καὶ τοῦ $EB\Gamma$ τριγώνου] τριγώνου τοῦ $EB\Gamma$ V. $EB\Gamma$] corr. ex $AB\Gamma$ m. 1 F. ἐστίν F; comp. b. 23. ἤ] supra m. 1 F. 24. ἐστι] BFb; ἐστιν P; ἔσται Vp.

μβ'.

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ· δεῖ δὴ τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ Δ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΑΕ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΕΓ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ε τῇ Δ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΕΖ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Α τῇ ΕΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΗ, διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΗ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΕΓΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΓ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΑΕΓ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΕ, ΕΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΑΗ· διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου. ἔστι δὲ καὶ τὸ ΖΕΓΗ παραλληλόγραμμον διπλάσιον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστιν αὐτῷ παραλλήλοις· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΕΓΗ παραλληλόγραμμον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ. καὶ ἔχει τὴν ὑπὸ ΓΕΖ γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ Δ.

Τῷ ἄρα δοθέντι τριγώνῳ τῷ ΑΒΓ ἴσον παραλ-

XLII. Boetius p. 384, 13. Apud Proclum excidit in codd.; Boetius prop. XLII—XLIII permutauit.

---

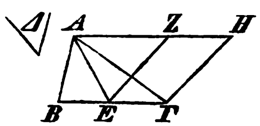
3. συστήσασθαι] συστησεται φ (F συστήσασθαι). ἐν] ἐν γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση ex Proclo in prop. XLIV recepit August suadente Gregorio; cfr. Campanus. 7. τῇ] P m. 1, Fb, V

XLII.

Dato triangulo aequale parallelogrammum construere in dato angulo rectilineo.

Sit datus triangulus $AB\Gamma$, datus autem angulus rectilineus Δ. oportet igitur triangulo $AB\Gamma$ aequale parallelogrammum in angulo rectilineo Δ construere.

secetur $B\Gamma$ in duas partes aequales in E [prop. X], et ducatur AE, et ad $E\Gamma$ rectam et punctum in ea situm E angulo Δ aequalis construatur $\angle\, \Gamma EZ$ [prop. XXIII], et per A rectae $E\Gamma$ parallela ducatur AH [prop. XXXI], per Γ autem rectae EZ parallela ducatur ΓH. itaque parallelogrammum est $ZE\Gamma H$. et quoniam $BE = E\Gamma$, erit



$$\triangle\, ABE = AE\Gamma;$$

nam in aequalibus basibus sunt BE, $E\Gamma$ et in iisdem parallelis $B\Gamma$, AH [prop. XXXVIII]. itaque

$$AB\Gamma = 2\, AE\Gamma.$$

uerum etiam $ZE\Gamma H = 2\, AE\Gamma$; nam basim eandem habent et in iisdem parallelis sunt [prop. XLI]. quare $ZE\Gamma H = AB\Gamma$. et angulum ΓEZ dato angulo Δ aequalem habet.

Ergo dato triangulo $AB\Gamma$ aequale parallelogram-

---

m. 1; ἴσῃ τῇ Bp, PV m. 2. 9. τεμνέσθω p. κατὰ τὸ E δίχα F. καί] om. φ. 11. ΓEZ] $ZE\Gamma$ F. 12. τῇ] om. F. $E\Gamma$] om. F; mutat. in $B\Gamma$ m. 2 V. 13. EZ] ZE Bp, V m. 2. ΓH] litt. Γ in ras. V. 14. ἐστίν PF. 15. ἐστί] ἐστίν P, ἔσται F. εἰσιν P. 17. Post αὐταῖς F habet λοιπαῖς delet. punctis. ταῖς] insert. m. 2 F. $B\Gamma$] corr. ex $BE\Gamma$ P. 18. τρίγωνον] P, V m. 2; om. Theon (BFbp, V m. 1). 19. $ZE\Gamma H$] Γ in F dubium est. 20. $AE\Gamma$] $A\Gamma E$ F. 21. ἐστιν αὐτῷ] mg. m. 1 P. 22. ἐστίν P. 23. ΓEZ] ΓE e corr. m. 2 F. 24. τῇ Δ] τῷ Δ F. 25. τῷ $AB\Gamma$] om. B, mg. m. rec. F; τῷ corr. ex τό m. 1 b.

ληλόγραμμον συνέσταται τὸ ΖΕΓΗ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΕΖ, ἥτις ἐστὶν ἴση τῇ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μγ΄.

Παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, περὶ δὲ τὴν ΑΓ παραλληλόγραμμα μὲν ἔστω τὰ ΕΘ, ΖΗ, τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ ΒΚ, ΚΔ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΚ παραπλήρωμα τῷ ΚΔ παραπληρώματι.

Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΓΔ τριγώνῳ. πάλιν, ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΕΘ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἐστιν ἡ ΑΚ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΚΖΓ τρίγωνον τῷ ΚΗΓ ἐστιν ἴσον. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, τὸ δὲ ΚΖΓ τῷ ΚΗΓ, τὸ ΑΕΚ τρίγωνον μετὰ τοῦ ΚΗΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ μετὰ τοῦ ΚΖΓ· ἔστι δὲ καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ὅλῳ τῷ ΑΔΓ ἴσον· λοιπὸν ἄρα τὸ

XLIII. Boetius p. 384, 10. Apud Proclum excidit.

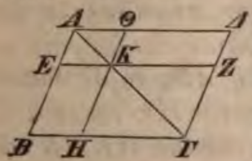
---

1. *συνέσταται*] PBFbp; *συνίσταται* V; *συνεστάθη* φ. ΖΕΓΗ] e corr. φ. *ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΕΖ*] om. F (mg. m. rec. *ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΕΓ ἥ ἐστιν*). 2. ΓΕΖ] seq. ras. 1 litt. P; ΖΕΓ B, V m. 2. *ἥτις*] PVp; *ἥ* BFb. *ποιῆσαι*] in ras. p; *δεῖξαι* P (*ἐν ἄλλῳ δεῖξαι* mg. b). 3. *διάμετρον αὐτοῦ* p. 8. Post *τήν ΑΓ* in V m. 2 add. *διάμετρον*. 9. ΖΗ] ΗΖ F. *παραπληρώματα*] *-πληρώματα* in ras. m. 2 V. *τά*] m. rec. P. 10. *ἐστίν* P. 11. *παραπληρώματι*] *παρα-* supra V m. 2. 13. *ἡ*] *ἐστιν ἡ* F. *ἴσον*] *ἴσον ἄρα* F.

mum constructum est $ZE\Gamma H$ in angulo ΓEZ, qui aequalis est angulo Δ; quod oportebat fieri.

XLIII.

In quouis parallelogrammo complementa parallelogrammorum circum diametrum positorum inter se aequalia sunt.



Sit parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $A\Gamma$, et circum $A\Gamma$ parallelogramma sint $E\Theta$, ZH, et complementa, quae uocantur, BK, $K\Delta$. dico, esse

$$BK = K\Delta.$$

nam quoniam parallelogrammum est $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $A\Gamma$, erit $\triangle\ AB\Gamma = A\Gamma\Delta$ [prop. XXXIV]. rursus quoniam parallelogrammum est $E\Theta$, diametrus autem eius AK, erit $\triangle\ AEK = A\Theta K$. eadem de causa etiam $KZ\Gamma = KH\Gamma$ [id.]. iam quoniam $\triangle\ AEK = A\Theta K$ et $KZ\Gamma = KH\Gamma$, erit

$$AEK + KH\Gamma = A\Theta K + KZ\Gamma \text{ [κ. ἔνν. 2].}$$

---

14. ἐστιν P. 15. $E\Theta$] P m. 1, Bp, V m. 2; $AKE\Theta$ P m. rec.; $AEK\Theta$ F (AEK in ras.), V m. 1, b, Zambertus. ἐστιν] PFB; om. Vbp. ἴσον ἄρα ἐστίν P. 16. AEK] $A\Gamma E$ F; corr. in AKE m. 2. $A\Theta K$] ΘK litt. in ras. V. τὰ αὐτά] ταῦτα BVb. 17. $KZ\Gamma$] $KH\Gamma$ p. $KH\Gamma$] $K\Gamma Z$ p. Dein add. τριγώνῳ P m. 2, FVbp. ἴσον ἐστίν Vb. 18. AEK] E litt. e corr. F. τρίγωνον] supra m. 2 V. $A\Theta K$] litt. ΘK in ras. V. τριγώνῳ] om. p. 19. ἴσον ἐστί Vb. $KZ\Gamma$] $KH\Gamma$ p. $KH\Gamma$] litt. H eras. F; $K\Gamma Z$ p. Post τό add. b ἄρα comp. m. 1. AEK] E litt. in ras. F. τὸ AEK — 21. $KZ\Gamma$] mg. m. 1 P. 20. τρίγωνον] comp. supra m. 2 V. $KH\Gamma$] corr. ex $KE\Gamma$ m. 2 F. ἐστίν Fp. ἐστιν ἴσον b. 22. $A\Delta\Gamma$] litt. Δ e corr. F.

ΒΚ παραπλήρωμα λοιπῷ τῷ ΚΔ παραπληρώματί ἐστιν ἴσον.

Παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μδ'.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ Γ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ· δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν ἴσῃ τῇ Δ γωνίᾳ.

Συνεστάτω τῷ Γ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΕΖΗ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΒΗ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ· καὶ κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΒΕ τῇ ΑΒ, καὶ διήχθω ἡ ΖΗ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΒΗ, ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΒ. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΘ, ΕΖ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΘΖ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΘΖ, ΘΖΕ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΘΗ, ΗΖΕ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ δὲ ἀπὸ ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι συμπίπτουσιν·

XLIV. Boetius p. 384, 14.

---

1. *ἴσον ἐστίν* p. 3. *χωρίου*] om. BVp; cfr. p. 100, 4. *διάμετρον αὐτοῦ* p. 8. *παραβαλεῖν*] -*βαλ*- in ras. m. 1 B. *ἐν*] *ἐν γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση* Proclus; cfr. Campanus. 12. *εὐθεῖαν*] mg. m. 1 F. 17. *ὥστ'* V. 18. *ΑΒ*] *ΑΘ* π. 19. *ΒΗ*] seq. ras. 1 litt. F. *ΑΘ*] *ΑΒ* F. *καί* — 20. *ΘΒ*] mg. m. 1 P. 20. *ΘΒ*] *ΒΘ* F. 21. *εὐθείας* BVp. *ἐν*-

uerum etiam $AB\Gamma = A\Delta\Gamma$. itaque etiam

$$BK = K\Delta \text{ [κ. ἔνν. 3].}$$

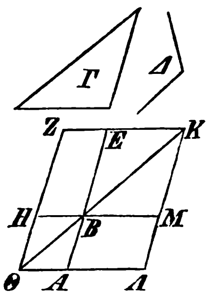
Ergo in quouis parallelogrammo complementa parallelogrammorum circum diametrum positorum inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XLIV.

Datae rectae parallelogrammum dato triangulo aequale adplicare in dato angulo rectilineo.

Sit data recta AB, datus autem triangulus Γ, datus autem angulus rectilineus Δ. oportet igitur datae rectae AB parallelogrammum dato triangulo Γ aequale adplicare in angulo aequali angulo Δ.

construatur parallelogrammum $BEZH$ triangulo



Γ aequale in angulo EBH, qui aequalis est angulo Δ [prop. XLII], et ponatur ita, ut BE, AB in eadem recta sint, et educatur ZH ad Θ, et per A utrique BH, EZ parallela ducatur $A\Theta$ [prop. XXXI], et ducatur ΘB. et quoniam in parallelas $A\Theta$, EZ recta incidit ΘZ,

$$\angle A\Theta Z + \Theta ZE$$

duobus rectis aequales erunt [prop. XXIX]. itaque

$$\angle B\Theta H + HZE$$

duobus rectis minores erunt; quae autem ex angulis minoribus, quam sunt duo recti, in infinitum producuntur,

---

ἔπεσεν] P; ἐμπέπτωκεν Theon (BFVbp); cfr. p. 106, 14. 108, 25. ἄρα] om. P. $A\Theta Z$] $BH\Theta$ p; corr. m. rec. ΘZE — 22. $B\Theta H$] mg. m. rec. p. 22. εἰσιν ἴσαι] PBF; ἴσαι εἰσίν Vbp. Ante αἱ insert. comp. καί B. $B\Theta Z$, ΘZE P. 23. ἀπό] ἀπ' p. 24. ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον p. ἐκβαλόμεναι P.

αἱ ΘΒ, ΖΕ ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Κ, καὶ διὰ τοῦ Κ σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΕΑ, ΖΘ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΛ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΘΑ, ΗΒ ἐπὶ τὰ Λ, Μ σημεῖα. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΛΚΖ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΘΚ, περὶ δὲ τὴν ΘΚ παραλληλόγραμμα μὲν τὰ ΑΗ, ΜΕ, τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ ΛΒ, ΒΖ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΒ τῷ ΒΖ. ἀλλὰ τὸ ΒΖ τῷ Γ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΛΒ ἄρα τῷ Γ ἐστιν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΜ, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΗΒΕ τῇ Δ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΜ ἄρα τῇ Δ γωνίᾳ ἐστὶν ἴση.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΛΒ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΜ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

με'.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Ε· δεῖ δὴ τῷ ΑΒΓΔ εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ τῇ Ε.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ, καὶ συνεστάτω τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΖΘ ἐν τῇ ὑπὸ ΘΚΖ

XLV. Boetius p. 384, 17.

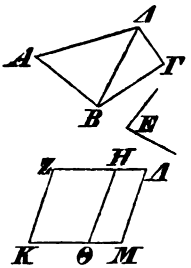
1. ΘΒ] ΑΒ π. 4. ἐκβεβλήσθω φ. ΗΒ] ΗΘ φ. Μ] seq. lacuna 3 litt. φ. 5. ἐστίν PF. ΘΛΚΖ] e corr. F. 6. ΘΚ] (prius) ΘΗ φ. δέ] supra m. 2 F. 7. δὲ λεγόμενα] αη με φ, seq. μενα euan. m. 1. 8. τά] om. B. ἐστίν P. 9. ἀλλὰ καὶ τό V. 10. ΛΒ] corr. ex ΑΒ m. 2 F.

concurrunt [αἰτ. 5]. itaque *ΘΒ*, *ΖΕ* productae concurrent. producantur et concurrant in *Κ*, et per *Κ* punctum utrique *ΕΑ*, *ΖΘ* parallela ducatur *ΚΛ*, et producantur *ΘΑ*, *ΗΒ* ad puncta *Λ*, *Μ*. itaque *ΘΛΚΖ* parallelogrammum est, diametrus autem eius *ΘΚ*, et circum *ΘΚ* parallelogramma *ΑΗ*, *ΜΕ*, complementa autem, quae uocantur, *ΛΒ*, *ΒΖ*. itaque erit *ΛΒ* = *ΒΖ* [prop. XLIII]. uerum *ΒΖ* = *Γ*. quare etiam *ΛΒ* = *Γ* [κ. ἐνν. 1]. et quoniam ∠ *ΗΒΕ* = *ΑΒΜ* [prop. XV], uerum ∠ *ΗΒΕ* = *Δ*, erit etiam ∠ *ΑΒΜ* = *Δ*.

Ergo datae rectae *ΑΒ* parallelogrammum *ΛΒ* dato triangulo *Γ* aequale adplicatum est in angulo *ΑΒΜ*, qui ato angulo *Δ* aequalis est; quod oportebat fieri.

XLV.

Datae figurae rectilineae aequale parallelogrammum construere in dato angulo rectilineo.



Sit data figura rectilinea *ΑΒΓΔ*, datus autem angulus rectilineus *Ε*. oportet igitur figurae rectilineae *ΑΒΓΔ* aequale parallelogrammum construere in dato angulo *Ε*.

ducatur *ΔΒ*, et triangulo *ΑΒΔ* aequale construatur parallelogrammum *ΖΘ* in angulo *ΘΚΖ*, qui ae-

τῷ] τό F. ἐπεί] del. August. 11. *ΗΒΕ*] litt. *Η* in ras. m. 1 B. ἀλλ' F. 12. *ΑΒΜ*] in ras. m. 2 V. ἄρα] om. B; mg. m. 2 V. γωνίᾳ] om. p. 13. ἐστίν] om. φ. 15. τὸ *ΛΒ* ἐν γωνίᾳ τῇ] mg. m. 1 P. τῇ] bis φ. 24. τῇ δοθείσῃ] ἴσῃ Bp. 25. ἐπιζευγνύσθω FVb (in b supra scr. m. 1 ε χ). ἡ] γὰρ ἡ P. *ΔΒ*] mutat. in *ΒΔ* m. 2 V; *ΑΓ* P, mg. γρ. καὶ ἡ *ΔΒ*. *ΑΒΔ*] *ΒΑ* supra scripto *Δ* F; *ΑΒΓ* P. τριγώνῳ] εὐθυ F, seq. γραμμων φ. τριγώνῳ ἴσον] corr. m. 1 ex τρίγωνον ἴσο P.

γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε· καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΗΘ εὐθεῖαν τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΗΜ ἐν τῇ ὑπὸ ΗΘΜ γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε. καὶ ἐπεὶ ἡ Ε γωνία ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΘΚΖ, ΗΘΜ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΘΚΖ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΜ ἐστιν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΚΘΗ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ ταῖς ὑπὸ ΚΘΗ, ΗΘΜ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΚΘΗ, ΗΘΜ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΗΘ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Θ δύο εὐθεῖαι αἱ ΚΘ, ΘΜ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΘ τῇ ΘΜ· καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τας ΚΜ, ΖΗ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΘΗ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΖ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΘΗΛ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΛ ταῖς ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΛ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ΗΛ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΚ τῇ ΘΗ ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν, ἀλλὰ καὶ ἡ ΘΗ τῇ ΜΛ, καὶ ἡ ΚΖ ἄρα τῇ ΜΛ ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν· καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς εὐθεῖαι αἱ ΚΜ, ΖΛ· καὶ αἱ ΚΜ, ΖΛ ἄρα ἴσαι τε

---

1. γωνίᾳ] mg. m. 1 P. ἴση ἐστίν P. 2. ΗΘ] ΘΗ P. εὐθεῖαν] corr. ex εὐθεῖα F. ΑΔΓ P. ἴση ἐστίν p. ΗΘΜ] Η supra F. 7. εἰσιν ἴσαι V. 8. ἀλλά PB. δυσίν] δύο F; corr. m. 2. ἴσαι εἰσίν] εἰσιν ἴσαι p; ἴσαι εἰσί Vb. 9. δύο] P, F m. 1; δυσίν BVbp, F m. 2. εἰσίν] εἰσι V; comp. b. 11. ΚΘ] ΘΚ P. 12. δυσίν BVbp. 13. ΘΜ] e corr. m. 2 F. 14. ΖΗ] ΖΚ φ; ΖΛ p; Η in ras. m. 2 V. εὐθείας P. Supra ἐνέπεσεν in F scr. ἐμπέπτωκεν. 16. εἰσίν] PF; εἰσι uulgo. 17. Post ἄρα ras. 1 litt. F.

qualis sit angulo E [prop. XLII]. et rectae $H\Theta$ parallelogrammum HM triangulo $\Delta B\Gamma$ aequale adplicetur in angulo $H\Theta M$, qui aequalis sit angulo E [prop. XLIV]. et quoniam angulus E utrique ΘKZ, $H\Theta M$ aequalis est, erit etiam $\angle \Theta KZ = H\Theta M$ [κ. ἔνν. 1]. communis adiiciatur $\angle K\Theta H$. itaque $ZK\Theta + K\Theta H = K\Theta H + H\Theta M$. uerum $ZK\Theta + K\Theta H$ duobus rectis aequales sunt [prop. XXIX]. itaque etiam $K\Theta H + H\Theta M$ duobus rectis aequales sunt [κ. ἔνν. 2]. itaque ad rectam quandam $H\Theta$ et punctum eius Θ duae rectae $K\Theta$, ΘM non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales efficiunt; in eadem igitur sunt recta $K\Theta$ et ΘM [prop. XIV]. et quoniam in parallelas KM, ZH recta incidit ΘH, anguli alterni $M\Theta H$, ΘHZ inter se aequales sunt [prop. XXIX]. communis adiiciatur $\angle \Theta H\Lambda$. itaque $M\Theta H + \Theta H\Lambda = \Theta HZ + \Theta H\Lambda$ [κ. ἔνν. 2]. uerum $M\Theta H + \Theta H\Lambda$ duobus rectis aequales sunt [prop. XXIX]. itaque etiam $\Theta HZ + \Theta H\Lambda$ duobus rectis aequales sunt [κ. ἔνν. 1]. quare ZH, $H\Lambda$ in eadem sunt recta [prop. XIV]. et quoniam ZK rectae ΘH aequalis et parallela est [prop. XXXIV], uerum etiam ΘH rectae $M\Lambda$ [id.], etiam KZ rectae $M\Lambda$ aequalis et parallela est. et coniungunt eas rectae KM, $Z\Lambda$.

$M\Theta H$] Θ e corr. V. $\Theta H\Lambda$] e corr. F. ΘHZ] e corr. V; $\Theta H\Lambda$ P. $\Theta H\Lambda$] ΘHZ P. εἰσιν ἴσαι p. ἴσαι] ἴση φ (ἴσαι F). 18. ἀλλά PB. $M\Theta H$] litt. ΘH in ras. b. δυσίν BVbp. 19. εἰσί V, comp. b. καὶ αἱ — 20. εἰσίν] mg. m. 1 BF. ἄρα] om. Fb; mg. m. 2 V. δύο] P, δυσίν uulgo. 20. εἰσιν ἴσαι p. ἐστίν] ἐστὶν καί P. 21. ZK] KZ P. 22. ἡ ΘH] om. F; corr. ex ἡ $E\Theta$ m. 2 V. καὶ ἡ KZ ἄρα τῇ $M\Lambda$] om. b. 23. ἐστιν] ἐστι BV. 24. ἄρα] bp, et V sed punctis delet.; coni. August II p. 317; om. PBF.

καὶ παράλληλοί εἰσιν· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ το ΚΖΛΜ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΖΘ παραλληλογράμμῳ, τὸ δὲ ΔΒΓ τῷ ΗΜ, ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ εὐθύγραμμον ὅλῳ τῷ ΚΖΛΜ παραλληλογράμμῳ ἐστὶν ἴσον.

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ ΑΒΓΔ ἴσον παραλληλόγραμμον συνέσταται τὸ ΚΖΛΜ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΚΜ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ δοθείσῃ τῇ Ε· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μϛ΄.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Ἤχθω τῇ ΑΒ εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου τοῦ Α πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΓ, καὶ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΑΔ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ σημείου τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΕ, διὰ δὲ τοῦ Β σημείου τῇ ΑΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΕ. Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΒΕ. ἀλλὰ ἡ ΑΒ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση· αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΔ, ΔΕ, ΕΒ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ παραλληλόγραμμον. λέγω δή, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΒ, ΔΕ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΑΔ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΑΔ, ΑΔΕ γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ

XLVI. Ammonius in Porphyr. fol. 48[v]. Boetius p. 384, 19.

1. εἰσιν] PFp; εἰσι uulgo. Seq. ras. 2 litt. F. ἐστί] ἐστίν FV. 2. καί — μέν] mg. m. 1 P. ΑΒΔ] ΑΔΒ p; ΑΒΓ P, et F, corr. m. rec. 3. ΔΒΓ] ΔΑΓ P. 5. ἐστὶν ἴσον] PFp; ἴσον ἐστίν V; ἴσον ἐστί B et comp. b. 6. τῷ]

quare etiam KM, $Z\Lambda$ aequales et parallelae sunt [κ. ἐνν. 1; prop. XXX]. parallelogrammum igitur est $KZ\Lambda M$. et quoniam $\triangle\ AB\Delta = Z\Theta$, $\Delta B\Gamma = HM$, erit $AB\Gamma\Delta = KZ\Lambda M$ [κ. ἐνν. 2].

Ergo datae figurae rectilineae $AB\Gamma\Delta$ aequale parallelogrammum constructum est $KZ\Lambda M$ in angulo ZKM, qui dato angulo E aequalis est; quod oportebat fieri.

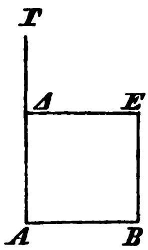
XLVI.

In data recta quadratum construere.

Sit data recta AB. oportet igitur in recta AB quadratum construere.

ducatur ad rectam AB a puncto in ea sito A perpendicularis $A\Gamma$ [prop. XI], et ponatur $A\Delta = AB$ [prop. II]. et per punctum Δ rectae AB parallela ducatur ΔE, per B autem punctum rectae $A\Delta$ parallela ducatur BE [prop. XXXI]. parallelogrammum igitur est $A\Delta EB$. itaque $AB = \Delta E$ et $A\Delta = BE$ [prop. XXXIV]. uerum $AB = A\Delta$. ergo

$$BA = A\Delta = \Delta E = EB \quad [\text{κ. ἐνν. } 1].$$



quare aequilaterum est parallelogrammum $A\Delta EB$. dico, idem rectangulum esse. nam quoniam in parallelas $AB, \Delta E$ recta incidit $A\Delta$, $BA\Delta + A\Delta E$ duobus rectis aequales sunt

(alt.) corr. ex τό m. 1 b. 7. συνίσταται FVp. τό] corr. ex τῇ m. rec. P. 8. τῇ] (alt.) om. b. 9. ἐν ἄλλῳ δεῖξαι mg. m. 1 b. 12. Post prius ἡ ras. p. 16. ἡ] (alt.) corr. ex τῇ V. 18. ΔE] corr. ex ΛE m. 2 p. 19. ἐστίν P. 21. ἀλλά] ἀλλ' F; ἀλλὰ καί Vb. 24. δή] δέ Vb; om. F (δέ supra comp. m. 2). 25. εὐθεῖας V, εὐθείας V m. 2 et b. ἡ] τῇ φ. Post ἄρα lacun. 3 litt. φ. 26. BAΔ] litt. BA in ras. m. 1 B. AΔE] litt. ΔE e corr. F. δυσίν BVbp.

δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΕ. τῶν δὲ παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἑκατέρα τῶν ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ ΑΒΕ, ΒΕΔ γωνιῶν· ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον.

Τετράγωνον ἄρα ἐστίν· καί ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας ἀναγεγραμμένον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μζ'.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν· λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ μὲν τῆς ΒΓ τετράγωνον τὸ ΒΔΕΓ, ἀπὸ δὲ τῶν ΒΑ, ΑΓ τὰ ΗΒ, ΘΓ, καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΒΔ, ΓΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΔ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΖΓ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΑΓ, ΒΑΗ γωνιῶν, πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΒΑ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΑΗ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΑ τῇ ΑΗ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ

XLVII. Pappus I p. 178, 11. Schol. in Archim. III p. 383. Boetius p. 384, 21.

---

1. *καί*] insert. m. rec. b (comp.). 5. *ἐστίν* PV; comp. b.

[prop. XXIX]. uerum ∠ $BA\Delta$ rectus est. itaque etiam ∠ $A\Delta E$ rectus. sed in spatiis parallelogrammis latera angulique opposita inter se aequalia sunt [prop. XXXIV]. itaque etiam uterque angulus oppositus ABE, $BE\Delta$ rectus est. rectangulum igitur est $A\Delta EB$. demonstratum autem est, idem aequilaterum esse. ergo quadratum est [def. 22]. et in recta AB constructum est; quod oportebat fieri.

XLVII.

In triangulis rectangulis quadratum in latere sub recto angulo subtendenti constructum aequale est quadratis in lateribus rectum angulum comprehendentibus constructis.

Sit triangulus rectangulus $AB\Gamma$ rectum habens ∠ $BA\Gamma$. dico, esse $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$.

construatur enim in $B\Gamma$ quadratum $B\Delta E\Gamma$, in BA, $A\Gamma$ uero HB, $\Theta\Gamma$ [prop. XLVI], et per A utrique $B\Delta$, ΓE parallela ducatur $A\Delta$ [prop. XXXI]; et ducantur $A\Delta$, $Z\Gamma$. et quoniam rectus est uterque angulus $BA\Gamma$, BAH, ad rectam quandam BA et punctum in ea situm A duae rectae $A\Gamma$, AH non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales efficiunt; itaque in eadem recta sunt ΓA, AH [prop. XIV]. eadem igitur de causa etiam

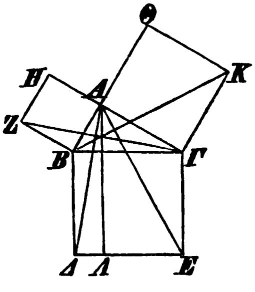
τὸ $A\Delta EB$] mg. m. 2 V; in F supra E scr. H. 7. ἐστίν] (prius) PF; ἐστί uulgo. 12. τὴν] περὶ τὴν Proclus. 13. περιεχουσῶν] om. Proclus. 15. $BA\Gamma$] corr. ex $B\Gamma A$ m. 2 F. Ante $B\Gamma$ eras. A P. 16. ἴσον] supra m. 2 (comp.) F. ἐστίν P. BA] AB F. 18. μέν] om. F. 19. $B\Gamma\Delta E$ F. HB] corr. ex BH m. 2 F. $\Theta\Gamma$] Γ in ras. est in F; seq. in V m. 2: τετράγωνα. 20. ἤχθω παράλληλος p. $A\Delta$] Δ in ras. P m. 1. 23. BA] AB p. 26. τὰ αὐτὰ] ταῦτα Bp.

ἡ *ΒΑ* τῇ *ΑΘ* ἐστιν ἐπ' εὐθείας. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΔΒΓ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΖΒΑ*· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ *ΑΒΓ*· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ *ΔΒΑ* ὅλῃ τῇ ὑπὸ *ΖΒΓ* ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν *ΔΒ* τῇ *ΒΓ*, ἡ δὲ *ΖΒ* τῇ *ΒΑ*, δύο δὴ αἱ *ΔΒ*, *ΒΑ* δύο ταῖς *ΖΒ*, *ΒΓ* ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ *ΔΒΑ* γωνίᾳ τῇ ὑπὸ *ΖΒΓ* ἴση· βάσις ἄρα ἡ *ΑΔ* βάσει τῇ *ΖΓ* [ἐστιν] ἴση, καὶ τὸ *ΑΒΔ* τρίγωνον τῷ *ΖΒΓ* τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καί [ἐστι] τοῦ μὲν *ΑΒΔ* τριγώνου διπλάσιον τὸ *ΒΛ* παραλληλόγραμμον· βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν *ΒΔ* καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς *ΒΔ*, *ΑΛ*· τοῦ δὲ *ΖΒΓ* τριγώνου διπλάσιον τὸ *ΗΒ* τετράγωνον· βάσιν τε γὰρ πάλιν τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν *ΖΒ* καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς *ΖΒ*, *ΗΓ*. [τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·] ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ *ΒΛ* παραλληλόγραμμον τῷ *ΗΒ* τετραγώνῳ. ὁμοίως δὴ ἐπιζευγνυμένων τῶν *ΑΕ*, *ΒΚ* δειχθήσεται καὶ τὸ *ΓΛ* παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ *ΘΓ* τετραγώνῳ· ὅλον ἄρα τὸ *ΒΔΕΓ* τετράγωνον δυσὶ τοῖς *ΗΒ*, *ΘΓ* τετραγώνοις ἴσον ἐστίν. καί ἐστι τὸ μὲν *ΒΔΕΓ* τετράγωνον ἀπὸ τῆς *ΒΓ* ἀναγραφέν, τὰ δὲ *ΗΒ*, *ΘΓ* ἀπὸ τῶν *ΒΑ*, *ΑΓ*. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς *ΒΓ* πλευ-

---

1. ἐπ' εὐθείας ἐστίν V. 2. *ΔΒΓ*] *ΔΓΒ* F; corr. m. 2. 4. *ΖΒΓ*] litt. *Γ* e corr. F. ἐστιν ἴση] ἴση ἐστίν p. ἴση ἐστὶν ἡ μὲν *ΔΒ* τῇ *ΒΓ* ἡ δὲ *ΖΒ* τῇ *ΒΑ*] P; om. Theon (BFVbp). 5. δή] P; om. Theon (BFVbp). *ΔΒ*, *ΒΑ*] in ras. m. 2 V; *ΑΒ*, *ΒΑ* F, corr. m. 2; *ΑΒ*, *ΒΔ* b. 6. δυσί Bbp, δυσίν V. *ΒΖ*, *ΒΓ* BFp, V m. 2. 7. *ΖΒΓ*] litt. *ΖΒ* e corr. p. ἴση ἐστί V. 8. ἐστιν ἴση] ἴση P; ἴση ἐστίν p. καί] comp. supra m. 1 b. 9. *ΑΒΔ*] *ΑΔΒ* F. ἴσον ἐστίν V. 10. ἐστί] om. P. *ΒΛ*] *ΒΔ* F, et b, corr. m. 1. 11. αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει p. ἔχουσιν P. την] corr. ex τῆι

$B\mathit{\Lambda}$, $A\Theta$ in eadem recta sunt [prop. XIV]. et quoniam



$\llcorner\, \Delta B\Gamma = ZBA$ (nam uterque rectus est), communis adiiciatur $\llcorner\, AB\Gamma$. itaque

$$\llcorner\, \Delta BA = ZB\Gamma \text{ [}\varkappa.\ \tilde{\varepsilon}\nu\nu.\ 2\text{]}.$$

et quoniam $\Delta B = B\Gamma$,

$$ZB = BA \text{ [def. 22]},$$

duae rectae ΔB, BA duabus ZB, $B\Gamma$ aequales sunt altera alteri; et $\llcorner\, \Delta BA = ZB\Gamma$. itaque $A\Delta = Z\Gamma$, $\triangle\, AB\Delta = ZB\Gamma$ [prop. IV]. et

$$B\Lambda = 2\, AB\Delta;$$

nam eandem basim habent $B\Delta$ et in iisdem parallelis sunt $B\Delta$, $A\Lambda$ [prop. XLI]. et $HB = 2\, ZB\Gamma$; nam rursus eandem basim habent ZB et in iisdem sunt parallelis ZB, $H\Gamma$. itaque[1]) $B\Lambda = HB$. similiter ductis rectis AE, BK demonstrabimus, esse etiam $\Gamma\Lambda = \Theta\Gamma$. itaque $B\Delta E\Gamma = HB + \Theta\Gamma$ [κ. ἔνν. 2].

et $B\Delta E\Gamma$ in $B\Gamma$ constructum est, HB, $\Theta\Gamma$ autem

---

1) Ex comm. concept. 2; nam uerba τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν lin. 16 cum κ. ἔνν. 5 interpolata sunt; cfr. p. 91 not. 1.

---

m. 2 F. 12. εἰσι] ἐστι p. $B\Delta$, $A\Lambda$ τοῦ] mg. m. 1 P. 13. HB] BH P. τετράγωνον] comp. b; supra hoc uerbum in F scr. παραλληλόγραμμον m. rec.; item lin. 17 et 20. 14. γάρ] γὰρ αὐτῷ p. ἔχουσι] ἔχουσιν PF; ἔχει p. 15. ZB] BZ p. εἰσί] ἐστι p; om. V; εἰσιν F; comp. b. 16. ἐστίν] εἰσίν V. 17. ἐστίν P. 18. δή] m. 2 P. 19. $\Gamma\Lambda$] $A\Lambda$, ut uidetur, F; corr. m. 2; $\Lambda\Gamma$ V, corr. m. 2. 20. $B\Delta E\Gamma$] $\Delta EB\Gamma$ p. δυσίν P. 21. ἴσον ἐστίν] PF, comp. b; ἐστὶν ἴσον p; ἴσον ἐστί uulgo. καί ἐστιν P. 22. $\Delta EB\Gamma$ p. ἀναγεγράφ seq. ras. 2 litt. F, ἀναγεγραμμένον p. τά] supra F. 23. Ante HB ras. 1 litt. F. Ante $B\Lambda$ ras. 2—3 litt. F. $B\Lambda$] $B\Delta$ φ (BA F).

ρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν [γωνίαν] περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μη΄.

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστιν.

Τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τὸ ἀπὸ μιᾶς τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἔστω τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις· λέγω, ὅτι ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία.

Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῇ ΑΓ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΔ καὶ κείσθω τῇ ΒΑ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΑ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὶ τῆς ΑΓ τετράγωνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΔΑ, ΑΓ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΔΑ, ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ· ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ὑπόκειται γάρ· τὸ ἄρα

XLVIII. Boetius p. 384, 26.

1. ἐστιν ἴσον F. ἐστίν P. ΒΑ] ΒΔ φ. 3. ἐν] ἐάν F; corr. m. rec. ὀρθογώνοις p. 4. ἐπιτεινούσης V; corr.

in $B A$, $A \Gamma$. itaque quadratum lateris $B\Gamma$ aequale est quadratis laterum $B A$, $A \Gamma$.

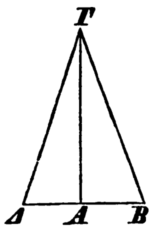
Ergo in triangulis rectangulis quadratum in latere sub recto angulo subtendenti constructum aequale est quadratis in lateribus rectum angulum comprehendentibus constructis; quod erat demonstrandum.

XLVIII.

Si in triangulo quadratum unius lateris aequale est quadratis reliquorum duorum laterum trianguli, angulus reliquis duobus lateribus trianguli comprehensus rectus est.

nam in triangulo $AB\Gamma$ sit $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$. dico, $\angle BA\Gamma$ rectum esse.

ducatur enim a puncto A ad rectam $A\Gamma$ perpendicularis $A\Delta$ [prop. XI], et ponatur $A\Delta = BA$, et



ducatur $\Delta\Gamma$. iam quoniam $\Delta A = AB$, erit[1]) etiam $\Delta A^2 = AB^2$. commune adiiciatur $A\Gamma^2$. itaque

$$\Delta A^2 + A\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2 \text{ [κ. ἔνν. 2].}$$

uerum $\Delta\Gamma^2 = \Delta A^2 + A\Gamma^2$; nam $\angle \Delta A\Gamma$ rectus est [prop. XLVII]; et $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$; hoc enim suppositum est. itaque

1) Hoc ex definitione quadrati (22) sequitur.

m. 1. 5. *ἐστίν* PF. *γωνίαν*] om. PBF. 12. *ἐστιν*] PFV, Proclus, comp. b; *ἐστι* Bp. 15. Post *πλευρῶν* ras. 5—6 litt. b. 19. *ΔΓ*] *Δ* in ras. b. *ἐπεί*] PBVb; *ἐπεὶ οὖν* Fp; *καὶ ἐπεί* P m. rec. *ἐστίν*] comp. supra m. 2 F. *ΑΔ* P. 20. *ἐστίν* P. *τό*] supra m. 1 b. *ΑΒ*] *ΒΑ* p. 21. *κοινή* B. 23. *ἐστίν* P. *ΑΓ*] om. φ. 24. *ἐστίν* P. *ΔΓ*] *ΔΓ τετράγωνον* p. 25. *ΓΑΔ* P. *ΒΑ*] *ΑΒ* B. 26. *ἐστίν* P. *ὑπόκειται* φ, seq. *ται* m. 1.

ἀπὸ τῆς ΔΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΔΓ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΓ, δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΓ δύο ταῖς ΒΑ, ΑΓ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΔΓ βάσει τῇ ΒΓ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ [ἐστιν] ἴση. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. *ἐστίν* P. *τῷ*] *τὸ* b; corr. m. 2. 4. *δή*] absumptum ob pergam. ruptum in F. *δυσί* BVbp, F m. 2. *εἰσίν*] PF; comp. b; *εἰσί* uulgo. 5. *τῇ*] *ἡ φ.* *ἴση*] PBbp; *ἴση ἐστίν* F; *ἴση ἐστί* V, sed *ἐστί* punctis del. m. 2. *ἡ*] supra P. *ὑπό*] om. P. 6. *ἐστιν*] BFVbp; om. P. 8. *τριγώνῳ* p. 10. In *περιεχομένη* ante *χ* ras. 1 litt. b. *γωνία* om. p. In fine: *Εὐκλείδου στοιχείων α'* PB; *Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως β̄* F.

$$\Delta\Gamma^2 = B\Gamma^2 \text{ [}\varkappa.\ \check{\epsilon}\nu\nu.\ 1\text{]}.$$

quare etiam $\Delta\Gamma = B\Gamma$. et quoniam $\Delta A = AB$, et communis est $A\Gamma$, duae rectae ΔA, $A\Gamma$ duabus BA, $A\Gamma$ aequales sunt; et basis $\Delta\Gamma$ basi $B\Gamma$ aequalis est. itaque $\angle\ \Delta A\Gamma = BA\Gamma$ [prop. VIII]. sed $\angle\ \Delta A\Gamma$ rectus est. itaque etiam $\angle\ BA\Gamma$ rectus.

Ergo si in triangulo quadratum unius lateris aequale est quadratis reliquorum duorum laterum trianguli, angulus reliquis duobus lateribus trianguli comprehensus rectus est; quod erat demonstrandum.

β'.

Ὅροι.

α'. Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

β'. Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ παραλληλογράμμων ἓν ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι γνώμων καλείσθω.

α'.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ Α, ΒΓ, καὶ τετμήσθω ἡ ΒΓ, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὰ Δ, Ε σημεῖα· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν Α, ΒΓ περιεχομένον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν Α, ΒΔ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν Α, ΔΕ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ τῶν Α, ΕΓ.

Def. 1. Hero def. 57. Boetius p. 378, 8. Def. 2. Hero def. 58. Proclus in Tim. 83 d. Boetius p. 378, 11. Prop. I. Eutocius in Archim. III p. 40, 29. 256, 7. Boetius p. 385, 4.

Εὐκλείδου στοιχείων δεύτερον B; Εὐκλείδου ἐκ τῆς Θέωνος ἐκδόσεως στοιχείων δεύτερον V; Εὐκλείδου στοιχείων τῆς

II.

Definitiones.

1. Quoduis parallelogrammum rectangulum comprehendi dicitur duabus rectis rectum angulum comprehendentibus.

2. In quouis autem parallelogrammo spatio utrumuis parallelogrammorum circum diametrum positorum cum duobus supplementis gnomon uocetur.

I.

Si sunt duae rectae, et altera earum in quotlibet partes secatur, rectangulum duabus rectis comprehensum aequale est rectangulis recta non secta et singulis partibus comprehensis.[1]

Sint duae rectae A, $B\Gamma$, et secetur $B\Gamma$ utcumque in punctis Δ, E. dico, esse

$$A \times B\Gamma = A \times B\Delta + A \times \Delta E + A \times E\Gamma.$$

---

1) Arithmetice $a \times (b + c + d) = ab + ac + ad$.

Θέωνος ἐκδόσεως $\bar{\beta}$ F. 1. ὅροι] om. P|BF. Numeros om. PBF. 10. ἐάν] seq. ras. 2 litt. F. ὦσιν B. 13. ἐστίν P. τοῖς] corr. ex τῷ P. ὑπό τε] τε ὑπό P, τε ἀπό F. 14. περιεχομένοις ὀρθογωνίοις] corr. ex περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ P. 16. ἔτυχεν] PBF; ἔτυχε Vp. σημεῖα] supra m. 2 V. τό] in ras. V. 17. ἐστίν P. 18. τῷ] in ras. V. τε ὑπό] PF; ὑπό V; ὑπό τε Bp. 19. τῶν] PVp; F insert. m. 2; om. B, F m. 1. ἔτι] om. P. τῷ] corr. ex τῶν V.

Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Β τῇ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΖ, καὶ κείσθω τῇ Α ἴση ἡ ΒΗ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Η τῇ ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΗΘ, διὰ δὲ τῶν Δ, Ε, Γ τῇ ΒΗ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΔΚ, ΕΛ, ΓΘ.

Ἴσον δή ἐστι τὸ ΒΘ τοῖς ΒΚ, ΔΛ, ΕΘ. καί ἐστι τὸ μὲν ΒΘ τὸ ὑπὸ τῶν Α, ΒΓ· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ΗΒ, ΒΓ, ἴση δὲ ἡ ΒΗ τῇ Α· τὸ δὲ ΒΚ τὸ ὑπὸ τῶν Α, ΒΔ· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ΗΒ, ΒΔ, ἴση δὲ ἡ ΒΗ τῇ Α. τὸ δὲ ΔΛ τὸ ὑπὸ τῶν Α, ΔΕ· ἴση γὰρ ἡ ΔΚ, τουτέστιν ἡ ΒΗ, τῇ Α. καὶ ἔτι ὁμοίως τὸ ΕΘ τὸ ὑπὸ τῶν Α, ΕΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α, ΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ Α, ΒΔ καὶ τῷ ὑπὸ Α, ΔΕ καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ Α, ΕΓ.

Ἐὰν ἄρα ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β'.

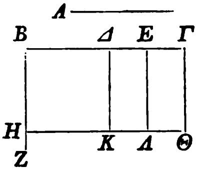
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γὰρ ἡ ΑΒ τετμήσθω, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ Γ σημεῖον· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχό-

---

1. ΒΖ] corr. ex ΖΒ V m. 2. 4. ΔΚ] ΚΔ B. 5. ΔΛ] Λ e corr. m. 2 F. 6. τό] (alt.) in ras. V (supra τῷ m. rec.). 7. ΗΒ] ΒΗ p. 8. τό] τῷ PV. 9. Post Α ras. paullo maior linea F. τό] (alt.) τῷ PV. 10. ΒΗ] in ras. m. 2 V. 11. τό] (alt.) τῷ PV. 12. ἐστίν P. τῷ τε ὑπό] τοῖς ὑπό τε F; τῷ corr. ex τοῖς m. 2 et post ὑπό ras. V; τῷ τε ὑπὸ τῶν

ducatur enim a B ad rectam $B\Gamma$ perpendicularis BZ [I, 11], et ponatur $BH = A$, et per H rectae $B\Gamma$ parallela ducatur $H\Theta$ [I, 31], per puncta autem Δ, E, Γ rectae BH parallelae ducantur ΔK, $E\Lambda$, $\Gamma\Theta$ [id.].



itaque $B\Theta = BK + \Delta\Lambda + E\Theta$. et $B\Theta = A \times B\Gamma$; nam rectis HB, $B\Gamma$ comprehenditur, et $BH = A$. sed $BK = A \times B\Delta$; nam rectis HB, $B\Delta$ comprehenditur, et $BH = A$. et $\Delta\Lambda = A \times \Delta E$; nam $\Delta K = BH$ [I, 34] $= A$. et praeterea similiter $E\Theta = A \times E\Gamma$. itaque

$$A \times B\Gamma = A \times B\Delta + A \times \Delta E + A \times E\Gamma.$$

Ergo si sunt duae rectae, et altera earum in quotlibet partes secatur, rectangulum duabus rectis comprehensum aequale est rectangulis recta non secta et singulis partibus comprehensis; quod erat demonstrandum.

II.

Si recta linea utcumque secatur, rectangulum comprehensum tota et utraque parte aequale est quadrato totius.[1])

nam recta AB utcumque secetur in puncto Γ. dico, esse $AB \times B\Gamma + BA \times A\Gamma = AB^2$.

1) Arithmetice: si $b + c = a$, erit $ab + ac = a^2$.

p. τῷ] om. F, m. 2 V. ὑπὸ] ὑπὸ τῶν p. 13. τῷ] m. 2 V, τοῖς F. ὑπὸ] ὑπὸ τῶν p. $E\Gamma$] $E\Gamma$ περιεχομένοις ὀρθογωνίοις FV. γρ. τῷ τε ὑπὸ A, $B\Delta$ καὶ τῷ ὑπὸ A, ΔE καὶ ἔτι τῷ ὑπὸ A, $E\Gamma$ F mg. m. 1. 14. ὦσιν P. 16. τοῖς] τῷ P. ὑπό τε] ὑ- in ras. p; τε ὑπό F. 17. περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ P. 20. ἔτυχε Vp. τό] P, F m. 1, V m. 1; τά Bp, F m. 2, V m. 2. 21. περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον] P, F m. 1, V m. 1; περιεχόμενα ὀρθογώνια ἴσα Bp, P V m. 2; in F -ον ter eras. 24. ἔτυχε Vp.

μενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ὑπὸ BA, $A\Gamma$ περιεχομένου ὀρθογωνίου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς AB τετραγώνῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον τὸ $A\Delta EB$, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Γ ὁποτέρᾳ τῶν $A\Delta$, BE παράλληλος ἡ ΓZ.

Ἴσον δή ἐστι τὸ AE τοῖς AZ, ΓE. καί ἐστι τὸ μὲν AE τὸ ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον, τὸ δὲ AZ τὸ ὑπὸ τῶν BA, $A\Gamma$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ΔA, $A\Gamma$, ἴση δὲ ἡ $A\Delta$ τῇ AB· τὸ δὲ ΓE τὸ ὑπὸ τῶν AB, $B\Gamma$· ἴση γὰρ ἡ BE τῇ AB. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν BA, $A\Gamma$ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν AB, $B\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς AB τετραγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γὰρ ἡ AB τετμήσθω, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ Γ· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν AB, $B\Gamma$ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν $A\Gamma$, ΓB περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $B\Gamma$ τετραγώνου.

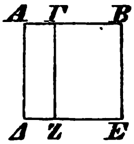
III. Pappus V p. 378, 8. 380, 14. 420, 11, 19. Eutocius in Archim. III p. 256, 5. Boetius p. 385, 9.

---

7. ἐστι] om. BFV. ΓE] e corr. V. ἐστι] ἐστιν P.

construatur enim in AB quadratum $A\Delta EB$ [I, 46], et ducatur per Γ utrique $A\Delta$, BE parallella ΓZ [I, 31].

itaque $AE = AZ + \Gamma E$. et $AE = AB^2$, et



$$AZ = BA \times A\Gamma;$$

nam comprehenditur rectis ΔA, $A\Gamma$, et $A\Delta = AB$ [I def. 23]. praeterea

$$\Gamma E = AB \times B\Gamma;$$

nam $BE = AB$. itaque

$$BA \times A\Gamma + AB \times B\Gamma = AB^2.$$

Ergo si recta linea utcumque secatur, rectangulum tota et utraque parte comprehensum aequale est quadrato totius; quod erat demonstrandum.

III.

Si recta linea utcumque secatur, rectangulum tota et alterutra parte comprehensum aequale est rectangulo partibus comprehenso et quadrato partis nominatae.[1])

recta enim AB utcumque secetur in puncto Γ. dico, esse $AB \times B\Gamma = A\Gamma \times \Gamma B + B\Gamma^2$.

1) Arithmetice: $(a + b)\, a = ab + a^2$.

8. AZ] ἀπὸ τῆς AZ F. 10. $A\Delta$] ΔA F. 13. ἐστίν P. 14. γραμμή] del. in P. ἔτυχε Vp. τό] τά Bp, F m. 2, V m. 2. 15. περιεχόμενα ὀρθογώνια ἴσα Bp, F m. 2, V m. 2. 19. ἔτυχε Vp. 21. ἐστίν P. τε] supra m. rec. F. 23. ἀπό] corr. ex ὑπό p. προειρημένου] προ- m. 2 V. 24. ἔτυχε Vp. 25. Γ σημεῖον Vp. 26. τε] om. Pp. $A\Gamma$] Γ in ras. V. περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ] om. Bp.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον τὸ ΓΔΕΒ, καὶ διήχθω ἡ ΕΔ ἐπὶ τὸ Ζ, καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΓΔ, ΒΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΖ. ἴσον δή ἐστι τὸ ΑΕ τοῖς ΑΔ, ΓΕ· καί ἐστι τὸ μὲν ΑΕ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον· περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΕ, ἴση δὲ ἡ ΒΕ τῇ ΒΓ· τὸ δὲ ΑΔ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· ἴση γὰρ ἡ ΔΓ τῇ ΓΒ· τὸ δὲ ΔΒ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνου.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Εὐθεῖα γὰρ γραμμὴ ἡ ΑΒ τετμήσθω, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ Γ. λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

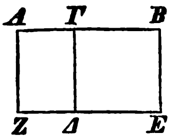
Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ

IV. Theon in Ptolem. p. 184. Boetius p. 385, 13.

---

1. τῆς] τοῦ P. ΓΒ] ΒΓ Fp. 2. ΓΔΒΕ B, m. 2 V. 7. ΓΒ] Β e corr. p. γάρ] corr. ex ἄρα m. 2 F. 8. ΓΒ]

construatur enim in ΓB quadratum $\Gamma\Delta E B$ [I, 46], et educatur $E\Delta$ ad Z, et per A utrique $\Gamma\Delta$, BE parallela ducatur AZ [I, 31]. itaque $AE = A\Delta + \Gamma E$.



et $AE = AB \times B\Gamma$; nam comprehenditur rectis AB, BE, et $BE = B\Gamma$. et $A\Delta = A\Gamma \times \Gamma B$; nam $\Delta\Gamma = \Gamma B$. et $\Delta B = \Gamma B^2$. itaque

$$AB \times B\Gamma = A\Gamma \times \Gamma B + B\Gamma^2.$$

Ergo si recta linea utcumque secatur, rectangulum tota et alterutra parte comprehensum aequale est rectangulo partibus comprehenso et quadrato partis nominatae; quod erat demonstrandum.

IV.

Si recta linea utcumque secatur, quadratum totius aequale est quadratis partium et duplo rectangulo partibus comprehenso.[1])

nam recta linea AB secetur utcumque in Γ. dico, esse $AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2\, A\Gamma \times \Gamma B$.

construatur enim in AB quadratum $A\Delta EB$ [I, 46],

1) $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.

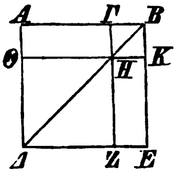
$B\Gamma$ F. ΓB] e corr. p. 11. $B\Gamma$] ΓB Pp; corr. ex $A\Gamma$ F m. 2. 12. ἔτυχεν] PF, B sed ν eras.; ἔτυχε Vp. 13. ὑπό] ὑ- e corr. p. 15. προειρημένου] προ- m. 2 V. 18. ἔτυχε Vp, B e corr. 22. γάρ] m. 2 F. ἔτυχε Vp, B e corr. 23. Γ σημεῖον V. 24. ἐστίν P. τε] om. V. τετραγώνοις — 25. ΓB] mg. m. 1 P. 25. τῶν] om. P.

ΑΔΕΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Γ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΔ, ΕΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΖ, διὰ δὲ τοῦ Η ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΘΚ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΓΖ τῇ ΑΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΔ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΓΗΒ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΑΔΒ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΑΔΒ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ ἐστιν ἴση, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ ΒΑ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΓΗΒ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΗΒΓ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΒΓ πλευρᾷ τῇ ΓΗ ἐστιν ἴση· ἀλλ' ἡ μὲν ΓΒ τῇ ΗΚ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΓΗ τῇ ΚΒ· καὶ ἡ ΗΚ ἄρα τῇ ΚΒ ἐστιν ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΗΚΒ. λέγω δή, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΓΗ τῇ ΒΚ [καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΓΒ], αἱ ἄρα ὑπὸ ΚΒΓ, ΗΓΒ γωνίαι δύο ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΚΒΓ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ· ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον αἱ ὑπὸ ΓΗΚ, ΗΚΒ ὀρθαί εἰσιν. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΗΚΒ· ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστίν· καί ἐστιν ἀπὸ τῆς ΓΒ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΘΖ τετράγωνόν ἐστιν· καί ἐστιν ἀπὸ τῆς ΘΗ, τουτέστιν [ἀπὸ] τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ΘΖ, ΚΓ τετράγωνα ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΗ τῷ ΗΕ, καί ἐστι τὸ ΑΗ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· ἴση γὰρ ἡ ΗΓ τῇ ΓΒ· καὶ τὸ ΗΕ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΓ, ΓΒ· τὰ ἄρα ΑΗ, ΗΕ ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ.

---

2. ΓΖ] ΖΓΖ P. διὰ δέ] καὶ διὰ p. 3. ΑΒ] Β in ras. p. Post παράλληλος in P est γραμμον punctis delet. 4. ΓΖ] corr. ex ΖΓ F. 5. ΒΔ] ΔΒ p. 7. ἀλλά Vp. 10. ἀλλά PVp. 11. ΚΒ] Β e corr. p; ΒΚ P. 12. ἐστιν ἴση] om. p. ἐστί] ἐστίν P. 13. δή] om. F. 14.

et ducatur $B\Delta$, et per Γ utrique $A\Delta$, EB parallela ducatur ΓZ [I, 30 et 31], per H autem utrique AB, ΔE parallela ducatur ΘK. et quoniam ΓZ rectae $A\Delta$ parallela est, et in eas incidit $B\Delta$, angulus exterior ΓHB aequalis est angulo interiori et opposito $A\Delta B$ [I, 29]. uerum $\angle A\Delta B = AB\Delta$, quoniam $BA = A\Delta$ [I, 5]. quare etiam $\angle \Gamma HB = HB\Gamma$. itaque etiam $B\Gamma = \Gamma H$ [I, 6]. sed etiam $\Gamma B = HK$ [I, 34] et $\Gamma H = KB$ [id.]. quare etiam $HK = KB$. itaque aequilaterum est ΓHKB. dico, idem rectangulum esse. nam quoniam ΓH rectae BK parallela est, erunt $KB\Gamma + H\Gamma B$ duobus rectis aequales [I, 29]. uerum $\angle KB\Gamma$ rectus est. itaque etiam $\angle B\Gamma H$ rectus. quare etiam oppositi anguli ΓHK, HKB recti sunt [I, 34]. ergo ΓHKB rectangulum est. sed demonstratum est, idem aequilaterum esse. ergo quadratum est; et in ΓB constructum est. eadem de causa etiam ΘZ quadratum est; et in ΘH, hoc est $A\Gamma$ [I, 34] constructum est. itaque quadrata ΘZ, $K\Gamma$ in $A\Gamma$, ΓB constructa sunt. et quoniam $AH = HE$ [I, 43], et $AH = A\Gamma \times \Gamma B$



καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΓB] add. Theon? (BFVp); mg. m. 2 P. ἐμπέπτωκεν] euan. F; ἐνέπεσεν B. εὐθεῖα] om. BF. 15. ΓB] B eras. p. $H\Gamma B$] $B\Gamma H$ P. δύο] δυσίν Vp. 16. ἴσαι εἰσίν Vp. 17. αἱ] (prius) om. F. 18. ἐστί] ἐστίν P. 19. ἐστίν] PF; ἐστί uulgo. 20. ΓB] corr. ex $B\Gamma$ m. 2 V; $B\Gamma$ p. ΘZ] e corr. p. 21. ἐστιν] (prius) PF; ἐστι uulgo. ΘH] $H\Theta$ F. 22. ἀπό] om. P; in F eras. $K\Gamma$] ΓK Pp. 23. εἰσιν] F; ἐστιν P; εἰσι uulgo. ἐστί] ἐστίν P. 24. ἐστιν P. Ante $H\Gamma$ ras. 1 litt. F. 25. Post ἄρα ras. V. ἐστίν PF. $A\Gamma$] τῶν $A\Gamma$ Vp, F m. 2. 26. AH] corr. ex AB p. ἐστίν P.

ἔστι δὲ καὶ τὰ ΘΖ, ΓΚ τετράγωνα ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· τὰ ἄρα τέσσαρα τὰ ΘΖ, ΓΚ, ΑΗ, ΗΕ ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. ἀλλὰ τὰ ΘΖ, ΓΚ, ΑΗ, ΗΕ ὅλον ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐν τοῖς τετραγώνοις χωρίοις τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα τετράγωνά ἐστιν].

ε'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ

IV. πόρ. De Proclo p. 304 u. ad IV, 15. V. Boetius p. 385, 17.

1. ἔστιν P. τά] τό F; corr. m. 2. τετράγωνον F; corr. m. 2. 2. τά] (alt.) om. F. ἐστίν P. 3. τε] m. 2 V. 4. ὀρθογώνια φ. τά] τὰ τέσσαρα P. ΘΖ] Θ in ras. V; ΖΘ B. 5. ΗΕ] Η e corr. p. ἐστίν P. ΑΔΕΒ

(nam $H\Gamma = \Gamma B$), erit etiam $HE = A\Gamma \times \Gamma B$. itaque $AH + HE = 2\, A\Gamma \times \Gamma B$. uerum etiam quadrata ΘZ, ΓK in $A\Gamma$, ΓB constructa sunt. ergo
$\Theta Z + \Gamma K + AH + HE = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2\, A\Gamma \times \Gamma B$.
sed $\Theta Z + \Gamma K + AH + HE = A\Delta EB = AB^2$. itaque $AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2\, A\Gamma \times \Gamma B$.

Ergo si recta linea utcunque secatur, quadratum totius aequale est quadratis partium et duplo rectangulo partibus comprehenso; quod erat demonstrandum.[1])

V.

Si recta linea in partes aequales et inaequales secatur, rectangulum inaequalibus partibus totius comprehensum cum quadrato rectae inter sectiones positae aequale est quadrato dimidiae.[2])

nam recta quaelibet AB in aequales partes sece-

---

1) Etiam Campanus hic duas demonstrationes habet, quarum prior reiectae, altera neque huic neque reiectae similis est. de hac habet: „sed hac uia non patet correlarium, sicut uia praecedenti patet, unde prima est autori magis consona." nam corollarium et ipse habet. itaque fortasse Theone antiquius est.

2) $ab + \left(\frac{a+b}{2} - b\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$.

τετράγωνον V. 6. *AB* τετράγωνον] (prius) mg. m. 2 V; in textu ras. 2—3 litt. τετράγωνον] mg. m. 2 F. 7. ἐστίν P. τε] om. p. τῶν] m. 2 F. 9. ἔτυχεν] B; ἔτυχε uulgo. 10. ἐστίν P. τε] om. p. 12. Sequitur alia demonstratio, quam Augustum secutus in appendicem reieci. 13. πόρισμα — 16. ἐστιν] add. Theon? (BFVp); mg. m. rec. P. 14. τούτων P. φανερόν ἐστιν V. 18. εἰς] supra m. 1 V. 19. εἰς ἄνισα p. 21. ἐστίν P.

τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον τὸ ΓΕΖΒ, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΒΕ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ ὁποτέρᾳ τῶν ΓΕ, ΒΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΗ, διὰ δὲ τοῦ Θ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΕΖ παράλληλος πάλιν ἤχθω ἡ ΚΜ, καὶ πάλιν διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΓΛ, ΒΜ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΚ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΘ παραπλήρωμα τῷ ΘΖ παραπληρώματι, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΜ· ὅλον ἄρα τὸ ΓΜ ὅλῳ τῷ ΔΖ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΓΜ τῷ ΑΛ ἴσον ἐστίν, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ ἐστιν ἴση· καὶ τὸ ΑΛ ἄρα τῷ ΔΖ ἴσον ἐστίν. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΘ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΘ τῷ ΜΝΞ γνώμονι ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΑΘ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ ἐστιν· ἴση γὰρ ἡ ΔΘ τῇ ΔΒ· καὶ ὁ ΜΝΞ ἄρα γνώμων ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΔ, ΔΒ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΛΗ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ· ὁ ἄρα ΜΝΞ γνώμων καὶ τὸ ΛΗ ἴσα ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ. ἀλλὰ ὁ ΜΝΞ γνώμων καὶ τὸ ΛΗ ὅλον ἐστὶ τὸ ΓΕΖΒ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΓΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνῳ.

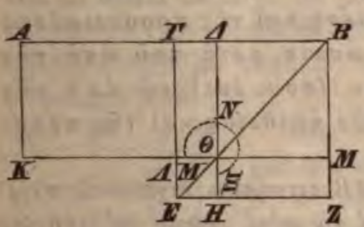
---

3. ἐστίν P. τετραγώνῳ] om. B; comp. add. m. 2 F. 5. ΓΕΖΒ] in ras. p. ΒΕ] Β in ras. F. 6. ΒΖ] ΖΒ F. διὰ δέ] καὶ διά V. 7. πάλιν] om. p, m. 2 V. 8. καὶ πάλιν — 9. ἡ ΑΚ] mg. m. rec. P. 10. ΘΖ] ΖΘ F. 12. ἴσον ἐστίν] (alt.) ἐστιν ἴσον V. 13. ἐπεί — ἴση] mg. m. 2 V (ἴση ἐστί). 14. ἐστιν ἴσον V. ἐστίν] P, comp. m. 2 F; ἐστί Bp. 15.

tur in Γ, in inaequales autem in Δ. dico, esse

$$A\Delta \times \Delta B + \Gamma\Delta^2 = \Gamma B^2.$$

construatur enim in ΓB quadratum ΓEZB [I, 46], et ducatur BE, et per Δ utrique ΓE, BZ parallela ducatur ΔH, per Θ autem utrique AB, EZ parallela ducatur KM [I, 30. 31], et rursus per A utrique $\Gamma\Lambda$, BM parallela ducatur AK. et quoniam $\Gamma\Theta = \Theta Z$ [I, 43], commune adiiciatur ΔM. itaque $\Gamma M = \Delta Z$. uerum $\Gamma M = A\Lambda$, quoniam $A\Gamma = \Gamma B$. quare etiam $A\Lambda = \Delta Z$. commune adiiciatur $\Gamma\Theta$. itaque $A\Theta = MN\Xi$ gnomoni.[1]) uerum



$$A\Theta = A\Delta \times \Delta B$$

(nam $\Delta\Theta = \Delta B$); quare etiam $MN\Xi = A\Delta \times \Delta B$. commune adiiciatur ΛH, quod aequale est $\Gamma\Delta^2$. itaque $MN\Xi + \Lambda H = A\Delta \times \Delta B + \Gamma\Delta^2$. sed

$$MN\Xi + \Lambda H = \Gamma EZB = \Gamma B^2.$$

itaque $A\Delta \times \Delta B + \Gamma\Delta^2 = \Gamma B^2$.

1) Cum littera M in figura, quam ex ed. Basil. recepimus, bis usurpetur, non sine causa pro $MN\Xi$ a Gregorio scriptum est $N\Xi O$, ut prop. VI. sed non audeo contra codd. mutare.

$MN\Xi$ *γνώμονι*] P; Campanus; ΔZ *καὶ* $\Delta\Lambda$ Theon (BFV; pro $\Delta\Lambda$ in F ΔA; $\Delta\Lambda$ *καὶ* ΔZ p). *τὸ* $A\Theta$] *τὸ μὲν* $A\Theta$ Bp. 16. *γὰρ ἡ*] *ἡ γάρ* P. $\Delta\Theta$] ΔB p. ΔB] $\Delta\Theta$ *ἐστι* p. Post ΔB add. Theon: *τὰ δὲ* $Z\Delta$, $\Delta\Lambda$ *ἐστιν ὁ* $MN\Xi$ *γνώμων* B ($Z\Delta\Lambda$), F, V (prius Δ in ras.), p (*ὁ* $MN\Xi$ *ἐστι*); om. P. 17. *καί*] om. p. *τῷ*] *τό* F. *ὑπὸ τῶν* p. 19. *ἐστίν* P. 20. *περιεχομένων ὀρθογωνίων* F. 21. *ἀλλὰ*] *ἀλλ'* F; *ἀλλὰ καί* V. 23. ΓB] post ras. 1 litt. V; $B\Gamma$ p. 24. *ἀπὸ τῆς*] supra m. 2 F; *ἀπό* P. *ἐστίν* PV.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ϛ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΔ· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετραγώνῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΓΔ τετράγωνον τὸ ΓΕΖΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Β σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΕΓ, ΔΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΗ, διὰ δὲ τοῦ Θ σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΜ, καὶ ἔτι διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΓΛ, ΔΜ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΚ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΛ τῷ ΓΘ. ἀλλὰ τὸ ΓΘ τῷ ΘΖ ἴσον ἐστίν. καὶ

VI. Schol. in Archim. III p. 383. Boetius p. 385, 22.

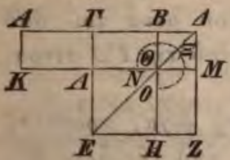
---

1. *γραμή* P. *εἰς ἄνισα* p. 4. *ἐστίν* PV. 8. *ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπό*] in ras. V. 9. *προσκειμένῃ*] -σ- supra p. *προκειμένης* V, et p sed corr. m. 1. 11. *ἐστίν* V. 12. *προσκειμένης*] -σ- insert. p. Post hoc uerbum legitur *ὡς ἀπὸ*

Ergo si recta linea in partes aequales et inaequales secatur, rectangulum partibus inaequalibus totius comprehensum cum quadrato rectae inter sectiones positae aequale est quadrato dimidiae; quod erat demonstrandum.

VI.

Si recta linea in duas partes aequales secatur, et alia quaedam recta ei in directum adiicitur, rectangulum tota cum adiecta et adiecta comprehensum cum quadrato dimidiae aequale est quadrato in dimidia adiectaque descripto.[1])



nam recta aliqua AB in duas partes aequales secetur in puncto Γ, et alia quaedam recta $B\Delta$ ei in directum adiiciatur. dico, esse $A\Delta \times \Delta B + \Gamma B^2 = \Gamma\Delta^2$.

construatur enim in $\Gamma\Delta$ quadratum $\Gamma EZ\Delta$, et ducatur ΔE, et per B punctum utrique $E\Gamma$, ΔZ parallela ducatur BH, per Θ autem punctum utrique AB, EZ parallela ducatur KM, et praeterea per A utrique $\Gamma\Lambda$, ΔM parallela ducatur AK. iam quoniam $A\Gamma = \Gamma B$, erit etiam $A\Lambda = \Gamma\Theta$. sed $\Gamma\Theta = \Theta Z$ [I, 43]. quare etiam $A\Lambda = \Theta Z$. commune adiiciatur ΓM.

---

1) $(2a + b)b + a^2 = (a + b)^2$.

μιᾶς ἀναγραφέντι in p, P mg. m. rec., Zamberto; om. Boetius, Campanus, P m. 1, B, V m. 1; in F fuit a m. 1 (restant.. αγραφέντι), sed τετραγώνῳ φ; ὡς ἀπὸ μιᾶς V mg. m. 2. 18. ἐστίν V. 20. ἐπεζεύχθω — 21. ΔZ] mg. m. rec. P. 21. EΓ] ΓE Pp. ΔZ] ZΔ φ. 22. σημείου] om. p. AB] ABΔ p, AΔ P. 25. AΓ] in ras. V. ἐστίν V. 26. ἀλλά] ἀλλὰ καί F. ἴσον ἐστίν] P; ἴσον F, ἴσον ἐστί B; ἐστιν ἴσον Vp.

τὸ *ΑΛ* ἄρα τῷ *ΘΖ* ἐστιν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ *ΓΜ*· ὅλον ἄρα τὸ *ΑΜ* τῷ *ΝΞΟ* γνώμονί ἐστιν ἴσον. ἀλλὰ τὸ *ΑΜ* ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν *ΑΔ*, *ΔΒ*· ἴση γάρ ἐστιν ἡ *ΔΜ* τῇ *ΔΒ*· καὶ ὁ *ΝΞΟ* ἄρα γνώμων ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν *ΑΔ*, *ΔΒ* [περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ]. κοινὸν προσκείσθω τὸ *ΛΗ*, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς *ΒΓ* τετραγώνῳ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν *ΑΔ*, *ΔΒ* περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς *ΓΒ* τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ *ΝΞΟ* γνώμονι καὶ τῷ *ΛΗ*. ἀλλὰ ὁ *ΝΞΟ* γνώμων καὶ τὸ *ΛΗ* ὅλον ἐστὶ τὸ *ΓΕΖΔ* τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς *ΓΔ*· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν *ΑΔ*, *ΔΒ* περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς *ΓΒ* τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς *ΓΔ* τετραγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ *ΑΒ* τετμήσθω, ὡς ἔτυχεν, κατὰ

---

1. *ΑΛ*] *ΛΑ* P. ἄρα] om. F. ΘΖ] corr. ex ΖΘ V.

itaque $A M = N \Xi O$. uerum $A M = A \Delta \times \Delta B$; nam $\Delta M = \Delta B$. quare etiam $N \Xi O = A \Delta \times \Delta B$. commune adiiciatur $A H$, quod est $B \Gamma^2$. itaque

$$A \Delta \times \Delta B + \Gamma B^2 = N \Xi O + A H.$$

sed $N \Xi O + A H = \Gamma E Z \Delta = \Gamma \Delta^2$. erit igitur

$$A \Delta \times \Delta B + \Gamma B^2 = \Gamma \Delta^2.$$

Ergo si recta linea in duas partes aequales secatur, et alia quaedam recta ei in directum adiicitur, rectangulum tota cum adiecta et adiecta comprehensum cum quadrato dimidiae aequale est quadrato in dimidia adiectaque descripto; quod erat demonstrandum.

VII.

Si recta linea utcunque secatur, quadratum totius et quadratum alterutrius partis simul sumpta aequalia sunt duplo rectangulo tota et parte nominata comprehenso cum quadrato reliquae partis.[1])

---

1) $(a + b)^2 + a^2 = 2(a + b)a + b^2$.

---

2. ΓM] in ras. V. $N \Xi O$] N in ras. V. *γνώμωνι* F. 3. *ἔστιν* FV. 4. ΔB] B eras. V. $N \Xi O$] N corr. ex M V 5. *ἐστίν* V. *περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ*] om. Pp. 8. ΓB] $B \Gamma$ V. *τετραγώνωι* φ. 9. *ἐστίν* FV. 10. *ἐστίν* V. $\Gamma E Z \Delta$] Z in ras. V. 11. $\Gamma \Delta$] in ras. V. 12. *ὀρθογώνιον*] *ὀρθο-* in ras. m. 1 p. 13. ΓB] $B \Gamma$ Vp. *ἐστίν* V. *ἀπὸ τῆς* $\Gamma \Delta$] ΓB φ seq. lacuna. 15. *γραμμή*] seq. ras. 4 litt. V. *προσθῇ* P. 17. *προσκειμένῃ*] σ insert. m. 1 p, ut breui post et lin. 20. 19. *ἐστίν* V. 20. Ante *τετραγώνῳ* in Fp: *ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι*; idem post *τετραγώνῳ* insert. in V m. 1? *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] :~ BF; om. V. 22. *ἔτυχε* p. 24. *ἐστίν* F. *τε*] *δέ* P; corr. m. 1. 28. *ἔτυχε* Fp.

τὸ Γ σημεῖον· λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ τετραγώνῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον τὸ ΑΔΕΒ· καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα.

Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΗ τῷ ΗΕ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΖ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΖ ὅλῳ τῷ ΓΕ ἴσον ἐστίν· τὰ ἄρα ΑΖ, ΓΕ διπλάσιά ἐστι τοῦ ΑΖ. ἀλλὰ τὰ ΑΖ, ΓΕ ὁ ΚΛΜ ἐστι γνώμων καὶ τὸ ΓΖ τετράγωνον· ὁ ΚΛΜ ἄρα γνώμων καὶ τὸ ΓΖ διπλάσιά ἐστι τοῦ ΑΖ. ἔστι δὲ τοῦ ΑΖ διπλάσιον καὶ τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ· ἴση γὰρ ἡ ΒΖ τῇ ΒΓ· ὁ ἄρα ΚΛΜ γνώμων καὶ τὸ ΓΖ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΔΗ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον· ὁ ἄρα ΚΛΜ γνώμων καὶ τὰ ΒΗ, ΗΔ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ. ἀλλὰ ὁ ΚΛΜ γνώμων καὶ τὰ ΒΗ, ΗΔ τετράγωνα ὅλον ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ καὶ τὸ ΓΖ, ἅ ἐστιν ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τετράγωνα· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ [τε] δὶς ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνου.

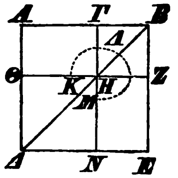
Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

2. ἐστίν PFV. 3. ΓΑ] ΑΓ BV. 6. ἐπεὶ οὖν] Pp; ἐπεί BF, V m. 1; καί add. V m. 2. 7. ἔστιν ἴσον p. 8.

nam recta AB secetur utcunque in puncto Γ. dico, esse $AB^2 + B\Gamma^2 = 2\ AB \times B\Gamma + \Gamma A^2$.

construatur enim in AB quadratum $A\Delta EB$, et describatur figura.[1]) iam quoniam $AH = HE$ [I, 43], commune adiiciatur ΓZ. itaque $AZ = \Gamma E$. quare



$AZ + \Gamma E = 2\ AZ$. uerum

$$AZ + \Gamma E = KAM + \Gamma Z.$$

itaque $KAM + \Gamma Z = 2\ AZ$. sed $2\ AB \times B\Gamma = 2\ AZ$; nam $BZ = B\Gamma$. itaque $KAM + \Gamma Z = 2\ AB \times B\Gamma$. commune adiiciatur ΔH, quod est $A\Gamma^2$. itaque $KAM + BH + H\Delta = 2\ AB \times B\Gamma + A\Gamma^2$. sed $KAM + BH + H\Delta = A\Delta EB + \Gamma Z = AB^2 + B\Gamma^2$. erunt igitur

$$AB^2 + B\Gamma^2 = 2\ AB \times B\Gamma + A\Gamma^2.$$

Ergo si recta linea utcunque secatur, quadratum totius et quadratum alterutrius partis aequalia sunt rectangulo tota et parte nominata comprehenso cum quadrato reliquae partis; quod erat demonstrandum.

---

1) Sc. eadem, quae in praecedentibus propositionibus, ita ut ducatur diametrus $B\Delta$ et per Γ rectis $A\Delta$, BE parallela ΓN, per H rectis AB, ΔE parallela ΘZ.

ἐστί B. τά] τό p. διπλάσιον p. ἐστιν PV. AZ] corr. ex BZ m. 1 p. 9. τά] τό p et post ras. 2 litt. F. ἐστι] ἐστιν V, supra m. 2 F. 10. διπλάσιον p. 11. ἐστιν FV. Post ἔστι 1 litt. eras. V. τοῦ] e corr. p. 12. BZ] ZB p. 13. ἐστίν V. τῷ] corr. ex τό m. 2 V. 14. $B\Gamma$] $B\Gamma$ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ p. 16. ἐστίν FV. τε] δέ P; corr. m. 1. 18. ἀλλ' F. 19. ἐστίν V. 20. ᾱ] supra m. 1 F. ἀπό] τὰ ἀπό F. τῶν] τῆς comp. p. $B\Gamma$] om. P; corr. m. rec. 21. ἐστίν V (ν eras.). τε] om. P. 22. περιεχόμενα φ. μετὰ τοῦ] καὶ τῷ p. 23. τετραγώνῳ p. 24. ἔτυχε p. 26. ἐστίν V. 27. προειρημένου P.

η'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπό τε τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ *ΑΒ* τετμήσθω, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ *Γ* σημεῖον· λέγω, ὅτι τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν *ΑΒ*, *ΒΓ* περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς *ΑΓ* τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς *ΑΒ*, *ΒΓ* ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας [τῇ *ΑΒ* εὐθεῖα] ἡ *ΒΔ*, καὶ κείσθω τῇ *ΓΒ* ἴση ἡ *ΒΔ*, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς *ΑΔ* τετράγωνον τὸ *ΑΕΖΔ*, καὶ καταγεγράφθω διπλοῦν τὸ σχῆμα.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ *ΓΒ* τῇ *ΒΔ*, ἀλλὰ ἡ μὲν *ΓΒ* τῇ *ΗΚ* ἐστιν ἴση, ἡ δὲ *ΒΔ* τῇ *ΚΝ*, καὶ ἡ *ΗΚ* ἄρα τῇ *ΚΝ* ἐστιν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ *ΠΡ* τῇ *ΡΟ* ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ *ΒΓ* τῇ *ΒΔ*, ἡ δὲ *ΗΚ* τῇ *ΚΝ*, ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ μὲν *ΓΚ* τῷ *ΚΔ*, τὸ δὲ *ΗΡ* τῷ *ΡΝ*. ἀλλὰ τὸ *ΓΚ* τῷ *ΡΝ* ἐστιν ἴσον· παραπληρώματα γὰρ τοῦ *ΓΟ* παραλληλογράμμου· καὶ τὸ *ΚΔ* ἄρα τῷ *ΗΡ* ἴσον ἐστίν· τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ *ΔΚ*, *ΓΚ*, *ΗΡ*, *ΡΝ* ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν. τὰ τέσ-

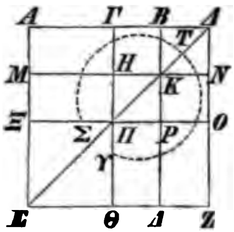
2. ἔτυχε p. 3. τετράκης V, corr. m. 2. 5. ἐστίν FV. ἀπό τε] BV; τε ἀπό Pp; ἀπό F. 7. ἀναγραφέντι] -τι postea add. F. 8. ἔτυχε p. 9. τετράκης V; corr. m. 2. 11. τετραγώνῳ p. ἐστίν V. 13. γάρ] om. F. τῇ *ΑΒ* εὐθεῖα] Theon? (BFVp; εὐθείᾳ B); m. rec. P. 14. ἴση τῇ *ΓΒ* P. *ΓΒ*] *ΒΓ* F. *ΒΔ*] *ΔΒ* V; corr. m. 2. 17. *ΓΒ*] *ΒΓ* P. ἀλλ' F. 18. *ΒΔ*] *ΔΒ* V, corr. m. 2. *ΚΝ*]

VIII.

Si recta linea utcunque secatur, quadruplum rectangulum tota et alterutra parte comprehensum cum quadrato reliquae partis aequale est quadrato in tota simul cum parte nominata constructo.[1])

nam recta AB utcunque secetur in puncto Γ. dico, esse $4\ AB \times B\Gamma + A\Gamma^2 = (AB + B\Gamma)^2$.

producatur enim in directum AB, ut fiat $B\Delta$, et ponatur $B\Delta = \Gamma B$, et in $A\Delta$ construatur quadratum $AEZ\Delta$, et figura duplex describatur.[2])



iam quoniam $\Gamma B = B\Delta$, et $\Gamma B = HK$, $B\Delta = KN$, erit etiam $HK = KN$: eadem de causa etiam $\Pi P = PO$. et quoniam $B\Gamma = B\Delta$, $HK = KN$, erit $\Gamma K = K\Delta$, $HP = PN$. uerum $\Gamma K = PN$; nam supplementa sunt parallelogrammi ΓO [I, 43]. quare etiam $K\Delta = HP$. ergo quattuor ΔK, ΓK, HP, PN

VIII. Pappus V p. 428, 21.

---

1) $4(a+b)a + b^2 = [(a+b)+a]^2$.

2) H. e. ducta diametro ΔE, ducantur BA, $\Gamma\Theta$ rectis ΔZ, AE parallelae, MN et ΞO rectis $A\Delta$, EZ; u. p. 137 not. 1; sed ibi duae tantum parallelae ducuntur, hic quattuor; quare figura duplex uocatur.

KH V, corr. m. 2. HK] e corr. V. ἄρα] PFp; om. BV. 19. KN] KH V; corr. m. 2. καὶ ἡ ΠP] in ras. V. 20. ἡ] ἡ μέν Bp. $B\Gamma$] ΓB p. 21. ἐστίν PFV. καί] om. B. μέν] om. P. $K\Delta$] $B\Delta$ P; in ras. est in V. 22. PN] (prius) NP Pp. Dein add. ἴσον in ras. V. 23. γάρ εἰσι p. 24. τό] corr. ex τῷ F. $K\Delta$] $B\Delta$ P. ἄρα] supra F. HP] PN p. ἐστιν ἴσον p. τέσσαρα] om p. τά] om. p, τό B. 25. ΔK] ΓK Pp. ΓK] in ras. V; $K\Delta$ Pp. ἐστίν] ἐστί Bp; εἰσι V.

σαρα ἄρα τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ΓΚ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΒΔ, ἀλλὰ ἡ μὲν ΒΔ τῇ ΒΚ, τουτέστι τῇ ΓΗ ἴση, ἡ δὲ ΓΒ τῇ ΗΚ, τουτέστι τῇ ΗΠ, ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ΓΗ ἄρα τῇ ΗΠ ἴση ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΓΗ τῇ ΗΠ, ἡ δὲ ΠΡ τῇ ΡΟ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ μὲν ΑΗ τῷ ΜΠ, τὸ δὲ ΠΛ τῷ ΡΖ. ἀλλὰ τὸ ΜΠ τῷ ΠΛ ἐστιν ἴσον· παραπληρώματα γὰρ τοῦ ΜΛ παραλληλογράμμου· καὶ τὸ ΑΗ ἄρα τῷ ΡΖ ἴσον ἐστίν· τὰ τέσσαρα ἄρα τὰ ΑΗ, ΜΠ, ΠΛ, ΡΖ ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· τὰ τέσσαρα ἄρα τοῦ ΑΗ ἐστι τετραπλάσια. ἐδείχθη δὲ καὶ τὰ τέσσαρα τὰ ΓΚ, ΚΔ, ΗΡ, ΡΝ τοῦ ΓΚ τετραπλάσια· τὰ ἄρα ὀκτώ, ἃ περιέχει τὸν ΣΤΥ γνώμονα, τετραπλάσιά ἐστι τοῦ ΑΚ. καὶ ἐπεὶ τὸ ΑΚ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ ἐστιν· ἴση γὰρ ἡ ΒΚ τῇ ΒΔ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΚ. ἐδείχθη δὲ τοῦ ΑΚ τετραπλάσιος καὶ ὁ ΣΤΥ γνώμων· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΤΥ γνώμονι. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΞΘ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνῳ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ΣΤΥ γνώμονι καὶ τῷ ΞΘ. ἀλλὰ ὁ ΣΤΥ γνώμων καὶ τὸ ΞΘ ὅλον ἐστὶ τὸ ΑΕΖΔ τετράγωνον, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΔ· τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΑΔ τετραγώνῳ· ἴση δὲ ἡ ΒΔ τῇ ΒΓ. τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΓ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΔ, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ καὶ ΒΓ ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

---

1. ἐστι] ἐστιν PV; εἰσι p. 2. ΓΒ] ΒΓ F. ἀλλ' F. ΒΚ] supra scr. Δ m. 2 V; mg. ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΓΗ ἐστιν ἴση V.

inter se aequalia sunt. ergo

$$\Delta K + \Gamma K + HP + PN = 4\,\Gamma K.$$

rursus quoniam $\Gamma B = B\Delta$ et $B\Delta = BK = \Gamma H$ et $\Gamma B = HK = H\Pi$, erit etiam $\Gamma H = H\Pi$. et quoniam $\Gamma H = H\Pi$ et $\Pi P = PO$, erit etiam $AH = M\Pi$ [I, 36] et $\Pi\Lambda = PZ$ [id.]. uerum $M\Pi = \Pi\Lambda$; nam supplementa sunt parallelogrammi $M\Lambda$ [I, 43]. quare etiam $AH = PZ$. itaque quattuor AH, $M\Pi$, $\Pi\Lambda$, PZ inter se aequalia sunt. quare $AH + M\Pi + \Pi\Lambda + PZ = 4\,AH$. sed demonstratum est etiam

$$\Gamma K + K\Delta + HP + PN = 4\,\Gamma K.$$

ergo octo spatia gnomonem $\Sigma T \Upsilon$ efficientia $= 4\,AK$. et quoniam $AK = AB \times B\Delta$ (nam $BK = B\Delta$), erit $4\,AB \times B\Delta = 4\,AK$. sed demonstratum est etiam $\Sigma T \Upsilon = 4\,AK$. quare $4\,AB \times B\Delta = \Sigma T \Upsilon$. commune adiiciatur $\Xi\Theta$, quod aequale est $A\Gamma^2$. itaque $4\,AB \times B\Delta + A\Gamma^2 = \Sigma T \Upsilon + \Xi\Theta$. sed

$$\Sigma T \Upsilon + \Xi\Theta = AEZ\Delta = A\Delta^2.$$

itaque $4\,AB \times B\Delta + A\Gamma^2 = A\Delta^2$. sed $B\Delta = B\Gamma$. itaque $4\,AB \times B\Gamma + A\Gamma^2 = A\Delta^2 = (AB + B\Gamma)^2$.

---

3. ΓH] H eras. V. ἴση] PF, ἴση ἐστίν B, ἐστιν ἴση p et in ras. V. τουτέστι τῇ $H\Pi$ ἴση ἐστί mg. m. 2 V. τουτέστιν B. 4. ἐστιν ἴση Vp. ἐστίν] (alt.) ἐστί B. 6. ἐστίν PV. μέν] om. P. 9. ἐστιν ἴσον Vp. ἐστίν] F; ἐστί PB. τά] (alt.) τό P. 10. ἐστίν] εἰσί V; ἐστί B. τετραπλάσιά ἐστι τοῦ AH p; τοῦ AH τετραπλάσιά ἐστιν P. 12. ἃ περιέχουσι p; ἅπερ ἔχει F. 13. γνώμονα τά FV. ἐστι] ἐστιν P; om. V. AK ἐστιν V. 14. ὑπό] ἀπό F. $B\Delta$] BK P. γάρ] γὰρ καί V. 15. BK] KB P. 16. ἐστιν PV; om. B. AK ἐστιν B. τετραπλασίων p. 18. ἐστίν V. τῷ] corr. ex τό m. 2 B. 21. $A\Gamma$] PB, F m. 1; τῆς $A\Gamma$ Vp, m. 2 F. 22. ἐστίν FV. τῷ] (alt.) corr. ex τό F. ἀλλ' F. 23. ἐστίν PFV. 25. $A\Gamma$] τῆς $A\Gamma$ p. ἐστίν V. $A\Delta$] τῆς $A\Delta$ Vp. 27. $B\Gamma$] $B\Delta$ B, corr. m. 2. $A\Gamma$] τῆς $A\Gamma$ Vp, τῆς φ. 28. ἐστίν PV. τουτέστιν V. 29. καί] om. p.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ, ὡς ἔτυχεν, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπό τε τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Δ· λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων.

Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΓΕ, καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρᾳ τῶν ΑΓ, ΓΒ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ, ΕΒ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ τῇ ΕΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΖ, διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΑΒ ἡ ΖΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΕΓ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ Γ, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ΕΑΓ, ΑΕΓ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν· καί εἰσιν ἴσαι· ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΕΑ, ΓΑΕ.

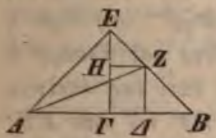
---

1. ἐὰν ἄρα — 6. τετραγώνῳ] om. p. 1. ἔτυχε V. 2. τετράκις] mg. m. 2 V. 4. ἐστίν F. ἀπό τε] τε ἀπό PBV; ἀπό F. 5. προειρημένου P. 9. εἰς ἄνισα p. 10. ἐστιν FV. τε] postea add. m. 2 F. ἡμισείας] corr. ex μεταξύ m. 2 F. 11. καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξύ] om. F; corr. m. rec., sed euan. 15. ἐστιν V. ἀπὸ τῶν] om. F. 18. τῶν] in

Ergo si recta linea utcunque secatur, quadruplum rectangulum tota et alterutra parte comprehensum cum quadrato reliquae partis aequale est quadrato in tota simul cum parte nominata descripto; quod erat demonstrandum.

IX.

Si recta linea in partes aequales et inaequales secatur, quadrata in partibus inaequalibus totius descripta duplo maiora sunt quadrato dimidiae cum quadrato rectae inter sectiones positae.[1])



nam recta aliqua AB in aequales partes secetur in Γ, in inaequales uero in Δ. dico, esse

$$A\Delta^2 + \Delta B^2 = 2(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

ducatur enim a Γ ad rectam AB perpendicularis ΓE [I, 11], et ponatur aequalis utrique $A\Gamma$, ΓB, et ducantur EA, EB, et per Δ rectae $E\Gamma$ parallela ducatur ΔZ, per Z autem rectae AB parallela ZH, et ducatur AZ. et quoniam $A\Gamma = \Gamma E$, erit etiam $\angle EA\Gamma = AE\Gamma$ [I,5]. et quoniam angulus ad Γ situs rectus est, reliqui $EA\Gamma + AE\Gamma$ uni recto aequales erunt [I, 32]. et sunt aequales. itaque uterque angulus

IX. Boetius p. 386, 3.

1) $a^2 + b^2 = 2\left[\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a+b}{2} - b\right)^2\right]$.

ras. FV. ΓB] B eras. V, B e corr. F. 19. EA] AE P. 20. AB] PBF; AB παράλληλος ἤχθω Vp. ἡ ZH] om. F (lacun. 4—5 litt.). 22. ἐστί] ἐστίν PFV. $EA\Gamma$] E supra scr. m. 1 V. γωνία] om. p. $AE\Gamma$] ΓEA p. 23. τῷ] τό F, corr. m. 2. 24. εἰσίν] (prius) εἰσί BVp. 25. ἑκατέρα (in ras. V) ἄρα τῶν ὑπὸ $AE\Gamma$, $EA\Gamma$ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς Vp.

διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΕΒ, ΕΒΓ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΕΒ ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΗΕΖ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΕΗΖ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΓΒ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΖΗ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα [ἐστὶν] ἡ ὑπὸ ΗΕΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΖΗ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΕΗ τῇ ΗΖ ἐστιν ἴση. πάλιν ἐπεὶ ἡ πρὸς τῷ Β γωνία ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΖΔΒ· ἴση γὰρ πάλιν ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΓΒ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΖΔ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΒ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΖΔ πλευρᾷ τῇ ΔΒ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ ΑΓ τῷ ἀπὸ ΓΕ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΕ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ ΑΓ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ τετράγωνον· ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ γωνία· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΑ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΗ τῇ ΗΖ, ἴσον καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΖ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΖ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΖ τετραγώνου. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΖ τετραγώνοις ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΖ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΖ. ἴση δὲ ἡ ΗΖ τῇ ΓΔ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΖ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ. ἔστι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΖ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν

1. διὰ τά — 2. ὀρθῆς] mg. in ras. V. 1. ὑπό] supra m. 2 F. ΕΒΓ, ΓΕΒ p. 4. ἐστιν P; comp. supra V. 5. ἀπεναντίας p. 6. ἐστίν] om. P. 7. ΕΗ] ΗΕ p. τῇ] πλευρᾷ τῇ Vp; πλευρᾷ add. mg. m. 1 F. 9. πάλιν ἐστί] ἐστι πάλιν P; ἐστί

$\Gamma E \varDelta$, $\Gamma \varDelta E$ dimidius recti est. eadem de causa etiam uterque angulus $\Gamma E B$, $E B \Gamma$ dimidius est recti. quare $\angle \varDelta E B$ rectus est. et quoniam $\angle H E Z$ dimidius est recti, rectus autem est $E H Z$ (nam aequalis est angulo interiori et opposito $E \Gamma B$ [I, 29]), reliquus $\angle E Z H$ dimidius est recti. ergo $\angle H E Z = E Z H$. quare etiam $E H = H Z$ [I, 6]. rursus quoniam angulus ad B situs dimidius est recti, angulus autem $Z \varDelta B$ rectus (nam rursus angulo interiori et opposito $E \Gamma B$ aequalis est [I, 29]), erit reliquus angulus $B Z \varDelta$ dimidius recti. itaque angulus ad B situs aequalis est angulo $\varDelta Z B$. quare etiam $Z \varDelta = \varDelta B$ [I, 6]. et quoniam $\varDelta \Gamma = \Gamma E$, erit etiam $\varDelta \Gamma^2 = \Gamma E^2$. itaque $\varDelta \Gamma^2 + \Gamma E^2 = 2\, \varDelta \Gamma^2$. sed $E \varDelta^2 = \varDelta \Gamma^2 + \Gamma E^2$ (nam $\angle \varDelta \Gamma E$ rectus est) [I, 47]. itaque $E \varDelta^2 = 2\, \varDelta \Gamma^2$. rursus quoniam $E H = H Z$, erit etiam $E H^2 = H Z^2$. quare $E H^2 + H Z^2 = 2\, H Z^2$. uerum $E Z^2 = E H^2 + H Z^2$ [I, 47]. itaque $E Z^2 = 2\, H Z^2$. sed $H Z = \Gamma \varDelta$ [I, 34]. itaque $E Z^2 = 2\, \Gamma \varDelta^2$. uerum etiam $E \varDelta^2 = 2\, \varDelta \Gamma^2$. itaque $\varDelta E^2 + E Z^2 = 2\,(\varDelta \Gamma^2 + \Gamma \varDelta^2)$. sed $\varDelta Z^2 = \varDelta E^2 + E Z^2$

---

supra F. 11. $B Z \varDelta$] $\varDelta Z B$ P. 12. $\varDelta Z B$] $B Z \varDelta$ p. 13. $Z \varDelta$] PF; $\varDelta Z$ BVp. 14. ἐστί] om. B, supra F. $\varDelta \Gamma$] PB, F m. 1; τῆς $\varDelta \Gamma$ Vp, F m. 2 ($\Gamma \varDelta$, sed corr.). ΓE] τῆς ΓE Vp, F m. 2. 15. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν $\varDelta \Gamma$] τετράγωνον seq. lac. 3 litt. φ. τῶν] τῆς comp. p. ἔστιν V. 16. $\varDelta \Gamma$] τῆς $\varDelta \Gamma$ Vp, F m. 2. ἐστίν FV. 17. τό] om. F. $E \varDelta$] $\varDelta E$ Pp. 18. ἀπό] ὑπό φ (non F). $E \varDelta$] $\varDelta E$ P et V m. 1. ἔστιν PV. 19. τῆς] om. P. $E H$] in ras. V. ἴσον] PBF; ἴσον ἐστί Vp. 20. $E H$] $H E$ P et F, sed corr. 21. ἔστιν V. 23. ἐστί] supra V. τετράγωνον] PF; om. BVp. 24. τετράγωνον] punctis del. P. ἔστιν V. 25. $H Z$] Z in ras. m. 2 V. ἴση δέ — 26. $\Gamma \varDelta$] mg. m. 2 V. ἴση δὲ η $H Z$ τῇ $\Gamma \varDelta$] ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς $H Z$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $\Gamma \varDelta$ P. 26. ἔστιν V. 27. $E \varDelta$] in ras. V; $\varDelta E$ p. τοῦ] ἐστι (comp.) τοῦ φ. 28. $\varDelta E$] inter $\varDelta$ et E ras. 1 litt. F. ἔστιν V.

ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΖ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ τετράγωνον· ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΕΖ γωνία· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΖ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΖ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΖ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Δ γωνία· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΖ διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. ἴση δὲ ἡ ΔΖ τῇ ΔΒ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ι'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ, προσκείσθω δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἡ ΒΔ· λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων.

Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς

2. ἐστίν V. τετράγωνον] om. p. ἐστιν] om. B, supra m. 1 F. 4. ἐστιν V. τῶν] (alt.) τῆς BF. 5. ἴσα ἐστί p. ΔΖ] corr. ex ΑΖ F. 7. ἐστιν FV. τῶν ἀπό] om. F.

(nam AEZ rectus est) [I, 47]. ergo

$$AZ^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

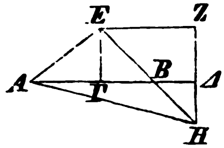
uerum $A\Delta^2 + \Delta Z^2 = AZ^2$ (nam angulus ad Δ situs rectus est). itaque $A\Delta^2 + \Delta Z^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2)$. uerum $\Delta Z = \Delta B$. itaque

$$A\Delta^2 + \Delta B^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

Ergo si recta linea in partes aequales et inaequales secatur, quadrata in partibus inaequalibus totius descripta duplo maiora sunt quadrato dimidiae cum quadrato rectae inter sectiones positae; quod erat demonstrandum.

X.

Si recta linea in duas partes aequales secatur, et alia recta ei in directum adiicitur, quadratum totius simul cum adiecta et quadratum adiectae simul sumpta duplo maiora sunt quadrato dimidiae et quadrato rectae ex dimidia et adiecta compositae.[1])



nam recta aliqua AB in duas partes aequales secetur in Γ, et alia recta $B\Delta$ ei in directum adiiciatur. dico, esse

$$A\Delta^2 + \Delta B^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

ducatur enim a puncto Γ ad rectam AB perpen-

X. Boetius p. 386, 7.

1) $(2a + b)^2 + b^2 = 2\,[a^2 + (a + b)^2]$.

8. ΔZ] Z in ras. V. 9. ἐστιν V. 12. ἐστιν V. τοῦ] (alt.) add. m. 2 V. 18. τά] om. F. 19. ἐστιν PV. 20. τε] insert. m. 2 F. 21. ἀναγραφέντι τετραγώνῳ P. 26. ἐστιν V.

ἡ ΓΕ, καὶ κείσθω ἴση ἑκατέρᾳ τῶν ΑΓ, ΓΒ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ, ΕΒ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Ε τῇ ΑΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΖ, διὰ δὲ τοῦ Δ τῇ ΓΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΔ. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς ΕΓ, ΖΔ εὐθεῖά τις ἐνέπεσεν ἡ ΕΖ, αἱ ὑπὸ ΓΕΖ, ΕΖΔ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΖΕΒ, ΕΖΔ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ δὲ ἀπ᾽ ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι συμπίπτουσιν· αἱ ἄρα ΕΒ, ΖΔ ἐκβαλλόμεναι ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΕ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΑΓ τῇ ὑπὸ ΑΕΓ· καὶ ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ Γ· ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς [ἐστιν] ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΕΑΓ, ΑΕΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΓΕΒ, ΕΒΓ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΕΒ. καὶ ἐπεὶ ἡμίσεια ὀρθῆς ἐστιν ἡ ὑπὸ ΕΒΓ, ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς καὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΗ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΗ ὀρθή· ἴση γάρ ἐστι τῇ ὑπὸ ΔΓΕ· ἐναλλὰξ γάρ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΗΒ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΗΒ τῇ ὑπὸ ΔΒΗ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΒΔ πλευρᾷ τῇ ΗΔ ἐστιν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΖ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ Ζ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τῷ Γ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΕΗ ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΗΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΕΗ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΗΖ πλευρᾷ

---

3. τοῦ Δ τῇ ΓΕ] τοῦ Δ ΓΕ φ. ΓΕ] ΓΕ πάλιν P. 4. ΖΔ] PF; ΔΖ BVp. 5. ΕΓ, ΖΔ] in ras. V, ΓΕ, ΔΖ p. 7. ΖΕΒ] in ras. m. 2 F. ΕΖΔ] Δ in ras. V. ἐλάττονες p. 8. ἀπ᾽] PV; ἀπό BFp. 12. ἐστίν PV. ΕΑΓ] PB, in ras. V; ΑΕΓ p, in ras. F. 13. ΑΕΓ] PB, in ras. V; ΕΑΓ Fp. 14. ἐστίν] om. P, supra F. 16. ΑΕΒ] ΕΒ et

dicularis ΓE, et ponatur utrique $A\Gamma$, ΓB aequalis, et ducantur EA, EB. et per E rectae $A\Delta$ parallela ducatur EZ, per Δ autem rectae ΓE parallela ducatur $Z\Delta$. et quoniam in rectas parallelas $E\Gamma$, $Z\Delta$ recta aliqua incidit EZ, anguli $\Gamma EZ + EZ\Delta$ duobus rectis aequales sunt [I, 29]. itaque $ZEB + EZ\Delta$ duobus rectis minores sunt. quae autem ex angulis minoribus, quam sunt duo recti, educuntur rectae, concurrunt [αἰτ. 5]. itaque EB, $Z\Delta$ ad partes B, Δ eductae concurrent. educantur et concurrant in H, et ducatur AH. et quoniam $A\Gamma = \Gamma E$, erit $\angle EA\Gamma = AE\Gamma$ [I, 5]. et angulus ad Γ positus rectus est. itaque uterque angulus $EA\Gamma$, $AE\Gamma$ dimidius est recti [I, 32]. eadem de causa etiam uterque angulus ΓEB, $EB\Gamma$ dimidius est recti. ergo $\angle AEB$ rectus est. et quoniam $\angle EB\Gamma$ dimidius recti est, etiam $\angle \Delta BH$ dimidius est recti [I, 15]. sed $\angle B\Delta H$ rectus est; nam aequalis est angulo $\Delta\Gamma E$ (alternus enim est) [I, 29]. itaque qui relinquitur angulus ΔHB dimidius est recti. erit igitur $\angle \Delta HB = \Delta BH$; quare etiam $B\Delta = H\Delta$ [I, 6]. rursus quoniam $\angle EHZ$ dimidius recti est et angulus ad Z positus rectus (nam aequalis est opposito angulo ad Γ [I, 34]), erit, qui relinquitur, angulus ZEH dimidius recti [I, 32]. itaque $\angle EHZ = ZEH$. quare etiam $HZ = EZ$ [I, 6]. et quoniam

---

inter has litt. 1 litt. eras. F. 17. ἄρα] ἄρα ἐστίν p et supra F. 18. ἔστιν V. καί] om. p. 19. ἐστιν V. γάρ] supra m. 2 F. 20. ΔHB] ΔBH V, corr. m. 2. ἡμίσεια — ΔHB] om. P. ΔHB] litt. HB e corr. V. 21. ΔBH] H e corr. V. ἴση ἐστίν p. $B\Delta$] ΔB p. 22. $H\Delta$] ΔH Pp. 24. ἐστιν PFV. 25. EHZ] ZEH p. 26. ZEH] EHZ p. HZ] in ras. m. 2 V; ZE p et F m. 2.

τῇ ΕΖ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ [ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ τῇ ΓΑ,] ἴσον ἐστὶ [καὶ] τὸ ἀπὸ τῆς ΕΓ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ τετραγώνῳ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΓ, ΓΑ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΑ τετραγώνου. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΕΓ, ΓΑ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΑ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετραγώνου. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ΕΖ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΕ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΗΖ, ΖΕ διπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΗΖ, ΖΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΗ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ. ἴση δὲ ἡ ΕΖ τῇ ΓΔ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΕΗ τετράγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΑ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΗ τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΑΕ, ΕΗ τετραγώνοις ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΗ τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΗ διπλάσιόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΗ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΗ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΗ [τετράγωνα] διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ [τετραγώνων]. ἴση δὲ ἡ ΔΗ τῇ ΔΒ· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ [τετράγωνα] διπλάσιά ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΔ τετραγώνων.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς

---

1. ΕΖ] ΖΕ P; ΖΗ p et F m. 2. ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ τῇ ΓΑ] om. P. ΕΓ] ΑΓ p. ΓΑ] in ras. m. 2 V; ΓΕ p. 2. ἐστίν V. καί] om. P. τῆς] om. P. ΕΓ] Ε in ras.

$E\Gamma^2 = \Gamma A^2$, erunt $E\Gamma^2 + \Gamma A^2 = 2\,\Gamma A^2$. sed

$$EA^2 = E\Gamma^2 + \Gamma A^2 \text{ [I, 47].}$$

itaque $EA^2 = 2\,A\Gamma^2$. rursus quoniam $ZH = EZ$, erit $ZH^2 = ZE^2$. itaque $HZ^2 + ZE^2 = 2\,EZ^2$. sed $EH^2 = HZ^2 + ZE^2$ [I, 47]. itaque $EH^2 = 2\,EZ^2$. uerum $EZ = \Gamma\Delta$ [I, 34]. ergo $EH^2 = 2\,\Gamma\Delta^2$. et demonstratum est etiam $EA^2 = 2\,A\Gamma^2$. itaque

$$AE^2 + EH^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

sed $AH^2 = AE^2 + EH^2$ [I, 47]. itaque

$$AH^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

sed $AH^2 = A\Delta^2 + \Delta H^2$ [id.]. ergo

$$A\Delta^2 + \Delta H^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

uerum $\Delta H = \Delta B$. itaque

$$A\Delta^2 + \Delta B^2 = 2\,(A\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2).$$

Ergo si recta linea in duas partes aequales secatur, et alia recta ei in directum adiicitur, quadratum totius simul cum adiecta et quadratum adiectae simul

---

V; ΑΓ p. *τετράγωνον*] om. p. 3. ΓΑ] ΓΕ p. *τετραγώνῳ*] om. p. ΑΓ, ΓΕ p. *τετράγωνα*] om. p. 4. ΓΑ] corr. ex ΑΓ V; ΑΓ p. 5. ΕΓ, ΓΑ] ΑΓ, ΓΕ p. ΕΑ] ΑΕ P; ΑΕ *τετράγωνον* p. 6. *τῆς*] *τῶν* F. ΕΑ *τετράγωνον*] ΑΕ p. *ἐστιν* V. 8. ΖΗ] PF, V m. 2; ΗΖ B, V m. 1; ΕΖ p. ΕΖ] ΖΕ P; ΖΗ p. ΖΗ] ΗΖ P, ΕΖ p; ΖΗ *τετράγωνον* V et m. 2 F (comp.). 9. ΖΕ] ΖΗ p, ΖΕ *τετραγώνῳ* V et F m. 2 (comp.). ΗΖ] PF, V m. 1; ΖΗ B, V m. 2; ΕΖ p. ΖΕ] ΖΗ *τετράγωνα* p. *ἐστιν* V. 10. ΕΖ, ΖΗ p. 11. ΕΗ *τετράγωνον* Vp, comp. supra F. 12. *ἐστιν* V. 13. *τετράγωνον*] om. p. *ἐστιν* V. 14. ΕΑ] corr. ex ΕΔ m. 1 P; ΑΕ p. 15. *ἄρα ἀπό*] φ, seq. -*πο* m. 1 (del. φ). ΕΗ] ΗΕ F. *τετράγωνα*] om. p. 16. *ἐστιν* V. *τετραγώνων*] om. p. 17. *τετραγώνοις*] om. p. *ἐστίν* V. 18. *τετράγωνον*] om. p. 19. *ἐστιν* V. 20. *ἐστιν* V. 21. *τετράγωνα*] om. P. *διπλάσιον* φ (non F). *ἐστιν* V. 22. ΓΔ] in ras. V. *τετραγώνων*] om. P. 23. *τετράγωνα*] P; om. BFVp. *ἐστιν* V. 26. *ὅλλης* φ. 27. *τὸ ἀπό*] om. PB; m. 2 insert. F. 28. *ἐστιν* V.

ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ *ΑΒ*· δεῖ δὴ τὴν *ΑΒ* τεμεῖν ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς *ΑΒ* τετράγωνον τὸ *ΑΒΔΓ*, καὶ τετμήσθω ἡ *ΑΓ* δίχα κατὰ τὸ *Ε* σημεῖον, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ *ΒΕ*, καὶ διήχθω ἡ *ΓΑ* ἐπὶ τὸ *Ζ*, καὶ κείσθω τῇ *ΒΕ* ἴση ἡ *ΕΖ*, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς *ΑΖ* τετράγωνον τὸ *ΖΘ*, καὶ διήχθω ἡ *ΗΘ* ἐπὶ τὸ *Κ*· λέγω, ὅτι ἡ *ΑΒ* τέτμηται κατὰ τὸ *Θ*, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν *ΑΒ*, *ΒΘ* περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ποιεῖν τῷ ἀπὸ τῆς *ΑΘ* τετραγώνῳ.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ *ΑΓ* τέτμηται δίχα κατὰ τὸ *Ε*, πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ *ΖΑ*, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν *ΓΖ*, *ΖΑ* περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς *ΑΕ* τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς *ΕΖ* τετραγώνῳ. ἴση δὲ ἡ *ΕΖ* τῇ *ΕΒ*· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν *ΓΖ*, *ΖΑ* μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς *ΑΕ* ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ *ΕΒ*. ἀλλὰ τῷ ἀπὸ

---

2. *ἀναγραφέντος τετραγώνου*] corr. ex *ἀναγραφέντι τετραγώνῳ* m. 1 P. Prop. XI cum praecedenti coniunxit V; corr. et numerum add. m. 2. 5. *-σαν εὐθεῖ-* in ras. p. 6. *τμημάτων*] seq. ras. 3 litt. V. 8. *τετραγώνου* F. 14. *ΑΒΔΓ*]

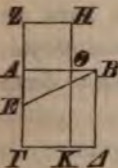
sumpta duplo maiora sunt quadrato dimidiae et quadrato rectae ex dimidia et adiecta compositae; quod erat demonstrandum.

XI.

Datam rectam ita secare, ut rectangulum tota et alterutra parte comprehensum quadrato reliquae partis aequale sit.

Sit data recta AB. oportet igitur rectam AB ita secare, ut rectangulum tota et alterutra parte comprehensum quadrato reliquae partis aequale sit.

construatur enim in AB quadratum $AB\Delta\Gamma$ [I, 46], et $A\Gamma$ in duas partes aequales secetur in puncto E,



et ducatur BE, et ΓA ad Z educatur, et ponatur $EZ = BE$, et construatur in AZ quadratum $Z\Theta$ [id.], et educatur $H\Theta$ ad K. dico, rectam AB ita sectam esse in Θ, ut faciat $AB \times B\Theta = A\Theta^2$.

nam quoniam recta $A\Gamma$ in duas partes aequales secta est in E, et ei adiecta est ZA, erit

$$\Gamma Z \times ZA + AE^2 = EZ^2 \text{ [prop. VI].}$$

sed $EZ = EB$. itaque $\Gamma Z \times ZA + AE^2 = EB^2$.

XI. Boetius p. 386, 15.

ABΓΔ B, *AB*, insertis *ΓΔ* m. 2 F, *AΓΔB* p. 17. ZΘ] ZHΘA p; in FV post Z et post Θ 1 litt. eras. διήχθω] δι- supra m. 2 F. 20. ποιεῖν] PF; εἶναι Bp et post ras. 2 litt. V. τῷ] mg. m. 2 p. 24. ἐστί] comp. supra m. 1 V. ἀπό] φ, seq. πό m. 1. EZ] in ras. F. 25. ΓZ, ZA] in ras. F. seq. ὀρθογώνιον φ, quod cum seq. μετά in mg. transit. μετά] PB et sine dubio F m. 1; περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετά Vp, et P m. 2. 26. ἀπὸ τῆς] om. P. AE τετραγώνου Vp, F m. 2. ἐστιν V. EB] PB, τῆς EB F, τετραγώνῳ add. m. 2; τῆς EB τετραγώνῳ Vp.

ΕΒ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΕ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Α γωνία· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΑ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΕ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΕ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΑ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ. καί ἐστι τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΖΑ τὸ ΖΚ· ἴση γὰρ ἡ ΑΖ τῇ ΖΗ· τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΒ τὸ ΑΔ· τὸ ἄρα ΖΚ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΔ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΑΚ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΖΘ τῷ ΘΔ ἴσον ἐστίν. καί ἐστι τὸ μὲν ΘΔ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΘ· ἴση γὰρ ἡ ΑΒ τῇ ΒΔ· τὸ δὲ ΖΘ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΘ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΘ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΘΑ τετραγώνῳ.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ τέτμηται κατὰ τὸ Θ ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΘ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ποιεῖν τῷ ἀπὸ τῆς ΘΑ τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιβ'.

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ [τῆς ἀπολαμβανομένης] ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

Ἔστω ἀμβλυγώνιον τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἀμβλεῖαν

---

1. τῆς ΕΒ Vp, F m. 2 (ΕΒ corr. ex ΕΔ). ἐστίν V. 3. ἐστίν V, comp. supra F. 4. τῆς ΑΕ τετράγωνον p. 5. ὀρθογώνιον] om. P. ἐστίν V. 6. ἐστιν V. 7. ΑΖ] ΖΑ p, et V sed corr. m. 2. 8. ἐστίν V. 9. ΘΔ] ΔΘ B et V

sed $BA^2 + AE^2 = EB^2$; nam angulus ad A positus rectus est [I, 47]. itaque

$$\Gamma Z \times ZA + AE^2 = BA^2 + AE^2.$$

subtrahatur, quod commune est, AE^2. itaque

$$\Gamma Z \times ZA = AB^2.$$

et $\Gamma Z \times ZA = ZK$; nam $AZ = ZH$. et $AB^2 = A\Delta$. itaque $ZK = A\Delta$. subtrahatur, quod commune est, AK. itaque $Z\Theta = \Theta\Delta$. et $\Theta\Delta = AB \times B\Theta$; nam $AB = B\Delta$. et $Z\Theta = A\Theta^2$. itaque $AB \times B\Theta = \Theta A^2$.

Ergo data recta AB in Θ ita secta est, ut faciat

$$AB \times B\Theta = \Theta A^2.$$

quod oportebat fieri.

XII.

In triangulis obtusiangulis quadratum lateris sub obtuso angulo subtendentis quadratis laterum obtusum angulum comprehendentium maius est duplo rectangulo comprehenso ab altero laterum obtusum angulum comprehendentium, eo scilicet, in quod perpendicularis cadit, et recta a perpendiculari ad angulum obtusum extrinsecus abscisa.

Sit triangulus obtusiangulus $AB\Gamma$ obtusum habens

XII. Boetius p. 386, 18.

e corr. m. 2. 10. ἐστίν] FV, ἐστί uulgo; ἐστιν ἴσον p. ἐστι] ἐστιν V. $\Theta\Delta$ τὸ ὑπό — 11. τῆς $A\Theta$] $Z\Theta$ τὸ ἀπὸ τῆς $A\Theta$ τὸ δὲ $\Theta\Delta$ τὸ ὑπὸ AB, $B\Theta$ P, Campanus; fort. recipiendum. 11. AB] BA p. 12. ἐστίν V. 13. ΘA] τῆς ΘA F, V (ΘA in ras.), τῆς $A\Theta$ p. 15. περιεχόμενον ὀρθογώνιον] om. p. 16. ποιεῖν] PF; εἶναι Bp et post ras. 3 litt. V. ΘA] in ras. m. 2 V; $A\Theta$ p. τετραγώνῳ] om. p. 17. ποιῆσαι] δεῖξαι p, corr. mg. m. 2. 20. ἐστιν V. 22. τε] insert. m. 1 F. 23. ἦν] ἣν ἐκβληθεῖσαν p, et B m. recenti.

ἔχον τὴν ὑπὸ *ΒΑΓ*, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ *Β* σημείου ἐπὶ τὴν *ΓΑ* ἐκβληθεῖσαν κάθετος ἡ *ΒΔ*. λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς *ΒΓ* τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν *ΒΑ*, *ΑΓ* τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν *ΓΑ*, *ΑΔ* περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ *ΓΔ* τέτμηται, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ *Α* σημεῖον, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς *ΔΓ* ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν *ΓΑ*, *ΑΔ* τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν *ΓΑ*, *ΑΔ* περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς *ΔΒ*· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν *ΓΔ*, *ΔΒ* ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν *ΓΑ*, *ΑΔ*, *ΔΒ* τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν *ΓΑ*, *ΑΔ* [περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ]. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν *ΓΔ*, *ΔΒ* ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς *ΓΒ*· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ *Δ* γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν *ΑΔ*, *ΔΒ* ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς *ΑΒ*· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς *ΓΒ* τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν *ΓΑ*, *ΑΒ* τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν *ΓΑ*, *ΑΔ* περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς *ΓΒ* τετράγωνον τῶν ἀπὸ τῶν *ΓΑ*, *ΑΒ* τετραγώνων μεῖζόν ἐστι τῷ δὶς ὑπὸ τῶν *ΓΑ*, *ΑΔ* περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐν ἄρα τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ᾽ ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

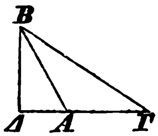
1. τήν] bis P. *ΒΑΓ* γωνίαν V. 2. ἐκβληθεῖσα p. 3. ἐστιν V. 4. τῶν] om. B. 6. ἔτυχε Vp. *ΔΓ*] *ΓΔ* P et V m. 1. 8. τῷ] τῶν V. 9. ὀρθογώνιον V; corr. m. 2. 10. *ΔΒ*] *ΒΔ* F. ἐστίν FV. 11. τετραγώνοις] om. BF.

angulum $B A \Gamma$, et ducatur a puncto B ad ΓA productam perpendicularis $B \Delta$. dico, esse

$$B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2 + 2\,\Gamma A \times A\Delta.$$

nam quoniam recta $\Gamma\Delta$ utcunque secta est in puncto A, erit $\Delta\Gamma^2 = \Gamma A^2 + A\Delta^2 + 2\,\Gamma A \times A\Delta$ [prop. IV]. commune adiiciatur ΔB^2. itaque

$$\Gamma\Delta^2 + \Delta B^2 = \Gamma A^2 + A\Delta^2 + \Delta B^2 + \Gamma A \times A\Delta.$$



sed $\Gamma B^2 = \Gamma\Delta^2 + \Delta B^2$; nam angulus ad Δ positus rectus est [I, 47]. et

$$AB^2 = A\Delta^2 + \Delta B^2 \text{ [id.]}.$$

itaque

$$\Gamma B^2 = \Gamma A^2 + AB^2 + 2\,\Gamma A \times A\Delta.$$

quare quadratum rectae ΓB quadratis rectarum ΓA, AB maius est duplo rectangulo rectis ΓA, $A\Delta$ comprehenso.

Ergo in triangulis obtusiangulis quadratum lateris sub obtuso angulo subtendentis quadratis laterum obtusum angulum comprehendentium maius est duplo rectangulo comprehenso ab altero laterum obtusum angulum comprehendentium, eo scilicet, in quod perpendicularis cadit, et recta a perpendiculari ad angulum obtusum extrinsecus abscisa; quod erat demonstrandum.

---

12. *περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ*] om. P. 13. *ΓΑ, ΑΔ* φ. *ἐστίν* V. 14. *ΑΔ*] *ΓΔ* φ (non F). 15. *ἴσον*] PBF; *ἴσον ἐστίν* V et p (*ἐστί*). *ΑΒ*] *ΒΑ* p. *ΓΒ*] *ΒΓ* p. 16. *ἐστίν* V. 18. *τετράγωνον μεῖζόν ἐστι* p. 19. *μεῖζόν ἐστι*] om. p. *ἐστιν* PV et B (*ν* in ras.). 21. *ἐν*] *ἐάν* φ. *τριγώνοις*] om. P. 22. *γωνίαν*] om. P. 23. *ἐστιν* V. *ἀπὸ τῶν*] supra F. 25. *τε*] insert. F. *ἣν ἐκβληθεῖσαν* p. 26. *ἐκτός*] *ἐκτὸς τῆς* φ.

ιγ'.

Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

Ἔστω ὀξυγώνιον τρίγωνον τὸ *ΑΒΓ* ὀξεῖαν ἔχον τὴν πρὸς τῷ *Β* γωνίαν, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ *Α* σημείου ἐπὶ τὴν *ΒΓ* κάθετος ἡ *ΑΔ*· λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς *ΑΓ* τετράγωνον ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν *ΓΒ*, *ΒΑ* τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν *ΓΒ*, *ΒΔ* περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

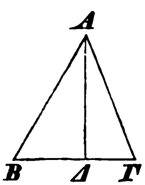
Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ *ΓΒ* τέτμηται, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ *Δ*, τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν *ΓΒ*, *ΒΔ* τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν *ΓΒ*, *ΒΔ* περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τῷ ἀπὸ τῆς *ΔΓ* τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς *ΔΑ* τετράγωνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν *ΓΒ*, *ΒΔ*, *ΔΑ* τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῶν *ΓΒ*, *ΒΔ* περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν *ΑΔ*, *ΔΓ* τετραγώνοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν *ΒΔ*, *ΔΑ* ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς *ΑΒ*· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ *Δ* γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν *ΑΔ*, *ΔΓ* ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς *ΑΓ*· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν *ΓΒ*, *ΒΑ* ἴσα ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς *ΑΓ* καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν *ΓΒ*, *ΒΔ*· ὥστε μόνον τὸ ἀπὸ τῆς *ΑΓ* ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν *ΓΒ*, *ΒΑ* τετραγώνων τῷ δὶς ὑπὸ τῶν *ΓΒ*, *ΒΔ* περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

---

4. ἔλασσον F. ἐστιν V. 12. *ΒΓ*] B e corr. m. 2 p.

XIII.

In triangulis acutiangulis quadratum lateris sub acuto angulo subtendentis quadratis laterum acutum angulum comprehendentium minus est duplo rectangulo comprehenso ab altero laterum acutum angulum comprehendentium, eo scilicet, in quod perpendicularis cadit, et recta a perpendiculari ad angulum acutum intra abscisa.



Sit triangulus acutiangulus $AB\Gamma$ acutum habens angulum ad B positum, et ducatur ab A puncto ad $B\Gamma$ perpendicularis $A\Delta$. dico, esse

$$A\Gamma^2 = \Gamma B^2 + BA^2 \div 2\,\Gamma B \times B\Delta.$$

nam quoniam recta ΓB utcunque secta est in Δ, erunt $\Gamma B^2 + B\Delta^2 = 2\,\Gamma B \times B\Delta + \Delta\Gamma^2$ [prop. VII]. commune adiiciatur ΔA^2. itaque

$$\Gamma B^2 + B\Delta^2 + \Delta A^2 = 2\,\Gamma B \times B\Delta + A\Delta^2 + \Delta\Gamma^2.$$

sed $AB^2 = B\Delta^2 + \Delta A^2$; nam angulus ad Δ positus rectus est [I, 47]. et $A\Gamma^2 = A\Delta^2 + \Delta\Gamma^2$ [I, 47]. itaque $\Gamma B^2 + BA^2 = A\Gamma^2 + 2\,\Gamma B \times B\Delta$. quare

$$A\Gamma^2 = \Gamma B^2 + BA^2 \div 2\,\Gamma B \times B\Delta.$$

XIII. Pappus V p. 376, 21.

τῆς] om. P. 13. ἔλασσον F. ἐστιν V. τῶν ἀπὸ τῶν] τῷ ὑπό F; corr. m. 2; τῶν ἀπό B. 14. περιεχόμενον φ. 16. ΓB] in ras. FV, $B\Gamma$ p. ἔτυχε Vp. 17. ἐστίν FV. 19. $\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta$ p. τετραγώνων φ. 21. ἐστίν FV. 22. περιεχομένων φ. 23. τῶν] add. m. 2 F. 24. ἴσον ἐστίν V et p (ἐστί). 25. ἴσον ἐστίν Vφ, p (ἐστί). τό] om. φ. 26. ἐστίν V. 27. τῶν] om. P. 28. ἔλασσον F. ἐστιν V. Post BA ras. unius fere lin. F. 29. $B\Delta$] BA φ.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ Α· δεῖ δὴ τῷ Α εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Συνεστάτω γὰρ τῷ Α εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον τὸ ΒΔ· εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν η ΒΕ τῇ ΕΔ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. συνέσταται γὰρ τῷ Α εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον τὸ ΒΔ· εἰ δὲ οὔ, μία τῶν ΒΕ, ΕΔ μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΒΕ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ζ, καὶ κείσθω τῇ ΕΔ ἴση ἡ ΕΖ, καὶ τετμήσθω ἡ ΒΖ δίχα κατὰ τὸ Η, καὶ κέντρῳ τῷ Η, διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΗΒ, ΗΖ ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ ΒΘΖ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΔΕ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΘ.

Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΒΖ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ

---

1. ἐν] inter ε et ν ras. 1 litt. V. 2. ἔλασσον F. 3. ἐστίν V. 4. τε] om. F. 6. ἐντός] om. P. 11. τὸ μὲν δοθέν p. 13. γάρ] om. p. 14. ΒΔ] ΒΓΔΕ p; in ras. V. 15. συνέσταται] PBF, V m. 2; συνεστάτω V m. 1; συνίσταται p. 17. οὔ] postea add. F. Post μία 1 litt. (ι?) eras. F. 18. ἐκβεβλήσθαι φ. 19. ΕΖ] ΖΕ BF. 20. καί] postea add. F. κέντρῳ] PB, F m. 1; κέντρῳ μέν Vp, F m. 2. ΗΒ] ΒΗ BF. 23. οὖν] om. F. Seq. ras. 1 litt. V. ΒΖ] in ras. V. εἰς] -ς supra m. 1 V.

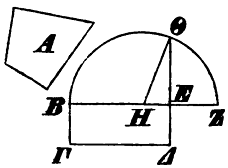
Ergo in triangulis acutiangulis quadratum lateris sub acuto angulo subtendentis quadratis laterum acutum angulum comprehendentium minus est duplo rectangulo comprehenso ab altero laterum acutum angulum comprehendentium, eo scilicet, in quod perpendicularis cadit, et recta a perpendiculari ad angulum acutum intra abscisa; quod erat demonstrandum.

XIV.

Quadratum datae figurae rectilineae aequale construere.

Sit data figura rectilinea A. oportet igitur figurae rectilineae A aequale quadratum construere.

construatur enim figurae rectilineae A aequale parallelogrammum rectangulum $B\Delta$ [I, 45]. si igitur $BE = E\Delta$, effectum erit, quod propositum erat. constructum enim est quadratum $B\Delta$ datae figurae rectilineae A aequale. sin minus, alterutra rectarum BE, $E\Delta$ maior est. sit maior BE, et producatur ad Z, et ponatur $EZ = E\Delta$, et BZ in H in duas partes aequales secetur [I, 10], et centro H radio autem alterutra rectarum HB, HZ semicirculus describatur $B\Theta Z$, et producatur ΔE ad Θ, et ducatur $H\Theta$.



iam quoniam recta BZ in partes aequales secta

XIV. Simplic. in Arist. de coel. fol. 101; id. in phys. fol. 12[u]; 14. Boetius p. 386, 23.

τὸ Η, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Ε, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΖ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΗ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΖ τετραγώνῳ. ἴση δὲ ἡ ΗΖ τῇ ΗΘ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΖ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΗΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΘ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΗΘ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΘΕ, ΕΗ τετράγωνα· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΖ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΗΕ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΘΕ, ΕΗ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΗΕ τετράγωνον· λοιπὸν ἄρα το ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΖ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΘ τετραγώνῳ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΖ τὸ ΒΔ ἐστιν· ἴση γὰρ ἡ ΕΖ τῇ ΕΔ· τὸ ἄρα ΒΔ παραλληλόγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΘΕ τετραγώνῳ. ἴσον δὲ τὸ ΒΔ τῷ Α εὐθυγράμμῳ. καὶ τὸ Α ἄρα εὐθύγραμμον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΘ ἀναγραφησομένῳ τετραγώνῳ.

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ Α ἴσον τετράγωνον συνέσταται τὸ ἀπὸ τῆς ΕΘ ἀναγραφησόμενον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

1. τό] (tert.) supra m. 1 V. 2. ΕΗ] ΗΕ P. 3. ἴσον — 5. ΗΘ] mg. m. 2 V; in textu ras. tertiae partis lineae. ἐστίν φ. 4. ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΖ] ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΖ ὀρθογώνιον in mg. transiens m. 1 F, seq. τῶν ΒΕ, ΕΖ φ; τῶν ΒΕ, ΕΖ περιεχόμενον ὀρθογώνιον p. 5. ΗΕ] ΗΕ τετραγώνου p; τετραγώνου add. comp. m. 1 F. δὲ ἀπό] euan. F. 6. ἐστίν Vφ. ΕΗ] Pp; ΗΕ BF, in ras. V. 7. ΕΖ περιεχόμενον ὀρθογώνιον p. ΗΕ] PB; τῆς ΗΕ Vφ, τῆς ΕΗ p. 8. ἴσα] ἴσον φ. ἐστίν V. τοῖς] in ras. V. ΘΕ, ΕΗ] Pp; ΘΕ, ΗΕ BF, V in ras. 9. ΗΕ] ΕΗ p. τῶν] supra m. 2 V. 10. περιεχόμενον ὀρθογώνιον] om. p. ἐστίν V. τῷ] τό φ. 11. τὸ ΒΔ] BFVp, Campanus; τὸ ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΔ P. 12. ΕΖ] ΖΕ P. 13. ἐστίν V. 14. καί] postea add. comp. F; om. V. Α] insert. m. 1 p. 15. ἐστίν PV. ἀναγραφησομένῳ] PBF; ἀναγραφομένῳ V, ἀναγραφέντι p. 18. συνέσταται] BF; συνίσταται Pp et V in ras. ἀναγραφέν

est in H in inaequales autem in E, erunt

$$BE \times EZ + EH^2 = HZ^2 \text{ [prop. V].}$$

sed $HZ = H\Theta$. itaque $BE \times EZ + HE^2 = H\Theta^2$. uerum $\Theta E^2 + EH^2 = H\Theta^2$ [I, 47]. itaque

$$BE \times EZ + HE^2 = \Theta E^2 + EH^2.$$

subtrahatur, quod commune est, HE^2. itaque

$$BE \times EZ = E\Theta^2.$$

uerum $BE \times EZ = B\Delta$; nam $EZ = E\Delta$. itaque $B\Delta = \Theta E^2$. sed $B\Delta = A$. itaque etiam figura rectilinea A quadrato, quod in $E\Theta$ construi poterit, aequale est.

Ergo datae figurae rectilineae A aequale quadratum constructum est, id quod in $E\Theta$ describi poterit; quod oportebat fieri.

---

p. 19. ποιῆσαι] δεῖξαι FV. Εὐκλείδου στοιχ. β B, Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως β F, τέλος τοῦ δευτέρου στοιχείου τοῦ Εὐκλείδου τοῦ γεωμέτρου V.

γ'.

Ὅροι.

α'. Ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διάμετροι ἴσαι εἰσίν, ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν.

β'. Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

γ'. Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

δ'. Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσιν.

ε'. Μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

ς'. Τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

ζ'. Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

η'. Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστίν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον καὶ ἀπ'

Def. 1. Hero def. 117, 3. Boetius p. 378, 15. 2. Hero def. 115, 1. Boetius p. 378, 17. 3. Hero ib. Boetius p. 378, 19. 4—5. Hero def. 117, 4. Boetius p. 379, 1. 6. Hero def. 33. Boetius p. 379, 5. 7. Boetius p. 379, 9. 8. Hero def. 34. Boetius p. 379, 6.

---

1. ὅροι] om. PBFp; numeros om. PBFV. 2. εἰσίν] om.

III.

Definitiones.

I. Aequales circuli sunt, quorum diametri aequales sunt, uel quorum radii aequales.

II. Recta circulum contingere dicitur, quaecunque circulum tangens et producta non secat circulum.

III. Circuli inter se contingere dicuntur, quicunque inter se tangentes non secant inter se.

IV. In circulo rectae aequali spatio a centro distare dicuntur, si rectae a centro ad eas perpendiculares ductae aequales sunt.

V. Maiore autem spatio distare ea dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.

VI. Segmentum circuli est figura a recta aliqua et arcu circuli comprehensa.[1])

VII. Segmenti autem angulus is est, qui a recta et arcu circuli comprehenditur.

VIII. Angulus autem in segmento positus is est, qui sumpto in arcu segmenti puncto aliquo et ab eo

1) Cfr. not. crit. ad p. 6, 1.

p. 3. αἱ] insert. m. 1 P. ἴσαι εἰσίν] εὐ...σιν intercedente ras. 10 litt. F. 5. τέμνῃ V, sed corr. 6. Post κύκλον add. ἐπὶ μηδέτερα μέρη P; idem loco uocabuli οὐ Hero, Boetius, Campanus. 7. Ante κύκλοι ras. 2 litt. V. 9. ἀπό] om. V, Hero. 11. ὦσι p. 12. ε΄] cum def. 4 coniunxit p. 14. ἐστίν V. 15. Post περιφερείας p mg. m. 1 pro scholio add. ἢ μείζονος ἡμικυκλιου ἢ ἐλάττονος ἡμικυκλίου; cfr. Hero. 19. ἀπ'] ἀπό P.

αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥ ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν.

θ'. Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

ι'. Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστίν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ τοῦ κύκλου συσταθῇ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

ια'. Ὅμοια τμήματα κύκλων ἐστὶ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

α'.

Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ· δεῖ δὴ τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Διήχθω τις εἰς αὐτόν, ὡς ἔτυχεν, εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Δ σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΔΓ καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Ε, καὶ τετμήσθω ἡ ΓΕ δίχα κατὰ τὸ Ζ· λέγω, ὅτι τὸ Ζ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ [κύκλου].

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Η, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΑ, ΗΔ, ΗΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΔΗ, δύο δὴ αἱ ΑΔ, ΔΗ δύο ταῖς ΗΔ, ΔΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΗΑ βάσει τῇ ΗΒ ἐστιν ἴση· ἐκ κέντρου γάρ·

Def. 9. Boetius p. 379, 10. 10. Hero def. 35. Boetius p. 379, 13. 11. Hero def. 118, 2. Simplicius in phys. fol. 14. Boetius p. 379, 16. I. Proclus p. 302, 5.

---

1. ἥ] PF; ἥτις BVp. ἐστίν BV. 5. ἀπολαμβάνωσιν

rectis ad terminos ductis rectae, quae basis est segmenti, a rectis ductis comprehenditur.

IX. Ubi uero rectae angulum comprehendentes arcum aliquem abscindunt, angulus in eo consistere dicitur.

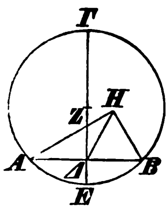
X. Sector autem circuli est figura, quae angulo ad centrum circuli constructo a rectis angulum comprehendentibus et arcu ab iis absciso continetur.

XI. Similia segmenta circulorum sunt, quae angulos aequales capiunt, uel in quibus anguli aequales sunt [cfr. def. 8].

I.

Dati circuli centrum inuenire.

Sit datus circulus $AB\Gamma$. oportet igitur circuli $AB\Gamma$ centrum inuenire.



producatur in eum utcunque recta AB, et in puncto Δ in duas partes aequales secetur, et a Δ ad rectam AB perpendicularis ducatur $\Delta\Gamma$ [I, 11], et producatur ad E, et ΓE in duas partes aequales secetur in Z. dico, Z centrum esse circuli $AB\Gamma$.

Ne sit enim, sed, si fieri potest, sit H, et ducantur HA, $H\Delta$, HB. et quoniam $A\Delta = \Delta B$, et ΔH communis est, duae rectae $A\Delta$, ΔH duabus $H\Delta$, ΔB aequales sunt altera alteri. et $HA = HB$; nam

V. ἐπ'] ἐπί B. 7. δέ] om. p. 11. κύκλων] PBp, Hero, Simplicius, Boetius; κύκλου Vφ. ἐστίν V. 17. ἤχθω P. 19. Post AB ras. 1 litt. V. $\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta$ P. 21. κύκλου] om. P. 22. ἐπιζευχθωσαν P. 23. καί] om. φ. 25. δύο] δυσί Vp. $H\Delta$, ΔB] ΔH, $B\Delta$ P. 26. ἴση ἐστίν V. γάρ] PB; γὰρ τοῦ H FVp.

γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΔΒ ἴση ἐστίν. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΔΒ. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΔΒ ὀρθή· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΔΒ τῇ ὑπὸ ΗΔΒ, ἡ μείζων τῇ ἐλάττονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Η κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλο τι πλὴν τοῦ Ζ.

Τὸ Ζ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ [κύκλου].

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις εὐθεῖάν τινα δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνῃ, ἐπὶ τῆς τεμνούσης ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. — ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

β'.

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ εἰλήφθω δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Α, Β· λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ἐκτὸς ὡς ἡ ΑΕΒ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου, καὶ

Prop. I πόρ. Proclus p. 304 6. Simplicius in phys. fol. 14^{n}.

---

1. ἐστιν ἴση p. 3. ὀρθή ἐστιν p. ἴσων] om. P. 4. ἐστιν] om. p. ΗΔΒ] ΔΗΒ φ. 6. ΗΔΒ] in ras. F. ἐλάττων τῇ μείζονι P. 7. ἐστίν V. ΑΒΓ] ΗΒΓ φ (non F). 8. οὐδ'] οὐδέ P. 9. ἄρα] om. F. ἐστίν PV. κύκλου] om. P. 11. πόρισμα] om. F. 12. τις εὐθεῖα V.

radii sunt. itaque $\angle A\Delta H = H\Delta B$ [I, 8]. ubi uero recta super rectam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, uterque angulus aequalis rectus est [I def. 10]. itaque $\angle H\Delta B$ rectus est. sed etiam $\angle Z\Delta B$ rectus est. itaque $\angle Z\Delta B = H\Delta B$ maior minori; quod fieri non potest. quare H centrum non est circuli $AB\Gamma$. similiter demonstrabimus ne aliud quidem ullum punctum centrum esse praeter Z.

Ergo Z punctum centrum est circuli $AB\Gamma$.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si in circulo recta aliqua aliam rectam in duas partes aequales et ad angulos rectos secet, centrum circuli in recta secanti esse.[1]) — quod oportebat fieri.

II.

Si in ambitu circuli duo quaelibet puncta sumpta erunt, recta puncta coniungens intra circulum cadet.

Sit circulus $AB\Gamma$, et in ambitu eius duo quaelibet puncta sumantur A, B. dico, rectam ab A ad B ductam intra circulum casuram esse.

Ne cadat enim, sed, si fieri potest, cadat extra ut

1) Nam in $\Gamma\Delta$ in media AB perpendiculari erecta centrum erat positum; ceterum hoc corollarium quasi parenthetice ponitur, ita ut uerba ὅπερ ἔδει ποιῆσαι lin. 14 ad ipsum problema I referuntur; cfr. III, 16, al.

14. ἐστίν V. ποιῆσαι] δεῖξαι P. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι] om. p. 18. σημεῖα τυχόντα p. τά] PBp, V m. 1; τὰ αὐτά F, V m. 2.

ἔστω τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ, ΔΒ, καὶ διήχθω ἡ ΔΖΕ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ, ἴση ἄρα καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΑΕ τῇ ὑπὸ ΔΒΕ· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΔΑΕ μία πλευρὰ προσεκβέβληται ἡ ΑΕΒ, μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΒ γωνία τῆς ὑπὸ ΔΑΕ. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΕ τῇ ὑπὸ ΔΒΕ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΒ τῆς ὑπὸ ΔΒΕ. ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· μείζων ἄρα ἡ ΔΒ τῆς ΔΕ. ἴση δὲ ἡ ΔΒ τῇ ΔΖ. μείζων ἄρα ἡ ΔΖ τῆς ΔΕ ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἐπ᾽ αὐτῆς τῆς περιφερείας· ἐντὸς ἄρα.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γʹ.

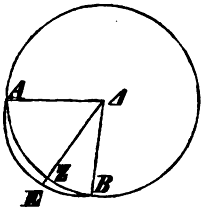
Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ ἐν αὐτῷ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΓΔ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου

---

1. ΔΑ] ΑΔ V. 2. ΔΖΕ] PBp; V m. 1; ΔΖ ἐπὶ τὸ Ε V m. 2; in F post ΔΖ eras. Ε et ἐπὶ τό supra scr. m. 2. 3. ἐπεὶ οὖν] καὶ ἐπεί P. 4. ἡ γωνία ἡ P. τριγώνου] in ras. comp. m. 2 V. 5. ΑΕΒ] PB, p (ἡ Α- in ras.); ΕΒ supra scr. Α m. 2 F; ΑΕ ἐπὶ τὸ Β V e corr. 10. τῇ] τῆς F. ἄρα καί p. 13. δή] corr. ex δέ m. 2 V. 14. ἄρα πεσεῖται P. 15. κύκλου ἄρα p. 16. σημεῖα τυχόντα p. τά]

AEB, et sumatur centrum circuli $AB\Gamma$ [prop. I], et sit Δ, et ducantur ΔA, ΔB, et producatur ΔZE.



iam quoniam $\Delta A = \Delta B$, erit

$$\angle \Delta AE = \Delta BE \text{ [I, 5]}.$$

et quoniam in triangulo ΔAE unum latus productum est AEB, erit

$$\angle \Delta EB > \Delta AE \text{ [I, 16]}.$$

uerum

$$\angle \Delta AE = \Delta BE.$$

itaque $\angle \Delta EB > \Delta BE$. sub maiore autem angulo maius latus subtendit [I, 19]. itaque $\Delta B > \Delta E$. sed $\Delta B = \Delta Z$. itaque $\Delta Z > \Delta E$ minus maiore; quod fieri non potest. ergo recta ab A ad B ducta extra circulum non cadet. iam similiter demonstrabimus, ne in ipsum quidem ambitum eam cadere; intra igitur cadet.

Ergo si in ambitu circuli duo quaelibet puncta sumpta erunt, recta puncta coniungens intra circulum cadet; quod erat demonstrandum.

III.

Si in circulo recta aliqua per centrum ducta aliam rectam non per centrum ductam in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secat. et si ad rectos angulos eam secat, etiam in duas partes aequales secat.

Sit circulus $AB\Gamma$, et in eo recta aliqua per centrum ducta $\Gamma\Delta$ aliam rectam non per centrum ductam

---

τὰ αὐτά φ (in mg. transit), V m. 2. 17. δεῖξαι] supra add. ποιῆσαι F m. 1. 21. τέμνει] P, τεμεῖ BFVp; sed cfr. p. 174, 19. 22. τέμνει] P; τεμεῖ BFVp.

τὴν *ΑΒ* δίχα τεμνέτω κατὰ τὸ *Ζ* σημεῖον· λέγω, ὅτι καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ *ΑΒΓ* κύκλου, καὶ ἔστω τὸ *Ε*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΕΑ*, *ΕΒ*.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ *ΑΖ* τῇ *ΖΒ*, κοινὴ δὲ ἡ *ΖΕ*, δύο δυσὶν ἴσαι [εἰσίν]· καὶ βάσις ἡ *ΕΑ* βάσει τῇ *ΕΒ* ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ *ΑΖΕ* γωνίᾳ τῇ ὑπὸ *ΒΖΕ* ἴση ἐστίν. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν· ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ *ΑΖΕ*, *ΒΖΕ* ὀρθή ἐστιν. ἡ *ΓΔ* ἄρα διὰ τοῦ κέντρου οὖσα τὴν *ΑΒ* μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαν δίχα τέμνουσα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει.

Ἀλλὰ δὴ ἡ *ΓΔ* τὴν *ΑΒ* πρὸς ὀρθὰς τεμνέτω· λέγω, ὅτι καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει, τουτέστιν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ *ΑΖ* τῇ *ΖΒ*.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ *ΕΑ* τῇ *ΕΒ*, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ *ΕΑΖ* τῇ ὑπὸ *ΕΒΖ*. ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ *ΑΖΕ* ὀρθῇ τῇ ὑπὸ *ΒΖΕ* ἴση· δύο ἄρα τρίγωνά ἐστι τὰ *ΕΑΖ*, *ΕΖΒ* τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐτῶν τὴν *ΕΖ* ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει· ἴση ἄρα ἡ *ΑΖ* τῇ *ΖΒ*.

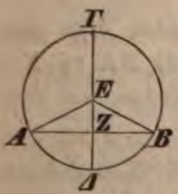
---

2. τεμεῖ F. 5. *ΖΒ*] corr. ex *ΒΖ* m. 2 V; *ΒΖ* B. 6. δύο δή BVp, in B seq. »—⁘—« εἰσίν] om. P; εἰσί p. *ΕΑ*] *ΑΕ* φ. 7. *ΒΖΕ*] *ΕΖΒ* P. 9. ὀρθή ἐστιν Bp. 10. ἐστιν] om. Bp; supra comp. m. 2 V. 10. ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ *ΑΖΕ*, *ΒΖΕ* P. *ΑΖΕ*, *ΒΖΕ*] in ras. F. 11. ἐστιν] comp. supra scr. F. *ΓΔ*] *Γ* postea insert. V. 13. αὐτὴν τέμνει V. 14. δὴ καί V. *ΓΔ*] *Γ* postea insert.

AB in duas partes aequales secet in puncto Z. dico, eandem eam ad rectos angulos secare.

sumatur enim centrum circuli $AB\Gamma$ [prop. I], et sit E, et ducantur EA, EB.

et quoniam $AZ = ZB$, communis autem est ZE, duae rectae duabus aequales sunt. et $EA = EB$. itaque $\angle AZE = BZE$ [I,8]. ubi uero recta super rectam erecta angulos deinceps positos inter se aequales efficit, uterque angulus aequalis rectus est [I def. 10]. itaque uterque angulus AZE, BZE rectus est. ergo $\Gamma\Delta$ per centrum ducta rectam AB non per centrum ductam in duas partes aequales secans eadem ad rectos angulos secat.



Uerum $\Gamma\Delta$ rectam AB ad rectos angulos secet. dico, eandem eam in duas partes aequales secare, h. e. esse $AZ = ZB$.

nam iisdem comparatis quoniam $EA = EB$, erit etiam $\angle EAZ = EBZ$ [I, 5]. uerum etiam $\angle AZE = BZE$, quia recti sunt. itaque[1]) duo trianguli sunt EAZ, EZB duos angulos duobus aequales habentes et unum latus uni lateri aequale EZ, quod commune est eorum, sub altero angulorum aequalium subtendens. itaque etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt [I, 26]. ergo $AZ = ZB$.

1) Cum ἄρα lin. 20 in omnibus bonis codicibus omissum sit, fortasse potius pro ἴση ἐστὶ καί lin. 18 scribendum: ἴση δὲ καί.

V. 18. ἐκ κέντρου mg. V (schol.). ἐστίν V. 19. EBZ] litt. BZ in ras. V; corr. ex EZB F. ἐστίν V. 20. ἄρα] om. PBF; comp. supra scr. V m. 2. τρίγωνα] -γωνα eras. B. ἔστιν V.

Ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δʹ.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι· λέγω, ὅτι οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Εἰ γὰρ δυνατόν, τεμνέτωσαν ἀλλήλας δίχα ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΑΕ τῇ ΕΓ, τὴν δὲ ΒΕ τῇ ΕΔ· καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, καὶ ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ.

Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΖΕ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν ΑΓ δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΕΑ· πάλιν, ἐπεὶ εὐθεῖά τις ἡ ΖΕ εὐθεῖάν τινα τὴν ΒΔ δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΕΒ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΑ ὀρθή· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΕΑ τῇ ὑπὸ ΖΕΒ ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα αἱ ΑΓ, ΒΔ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

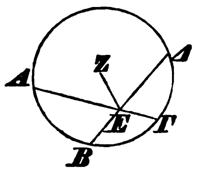
---

1. ἐν κύκλῳ] om. p; κύκλῳ comp. V, ἐν add. m. 2. 2. εὐθεῖάν τινα — 4. τέμνει] καὶ τὰ ἑξῆς PBV. μὴ διά — 4. τέμνει] καὶ τὰ ἑξῆς F. 4. τέμνῃ] -μνῃ in ras. p. 10. Ε σημεῖον P. 13. εἰ γάρ — 14. τῇ ΕΓ] in ras. F. 14. εἶναι ἴσην p. 18. μὴ διὰ τοῦ κέντρου] Pp; om. BFV. 19. τέμνει] PBpφ; τεμεῖ V. ἐστί P. 20. ἐπεί] Pp; m. 2 supra

Ergo si in circulo recta aliqua per centrum ducta aliam rectam non per centrum ductam in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secat; et si ad rectos angulos eam secat, etiam in duas partes aequales secat; quod erat demonstrandum.

IV.

Si in circulo duae rectae inter se secant non per centrum ductae, in duas partes aequales inter se non secant.



Sit circulus $AB\Gamma\Delta$ et in eo duae rectae $A\Gamma$, $B\Delta$ non per centrum ductae inter se secent in E. dico, eas in duas partes aequales inter se non secare.

nam si fieri potest, in duas partes aequales inter se secent, ita ut sit $AE = E\Gamma$ et $BE = E\Delta$, et sumatur centrum circuli $AB\Gamma\Delta$ [prop. I], et sit Z, et ducatur ZE. iam quoniam recta per centrum ducta ZE aliam rectam non per centrum ductam $A\Gamma$ in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secat [prop. III]. itaque $\angle ZEA$ rectus est. rursus quoniam recta ZE aliam rectam $B\Delta$ in duas partes aequales secat, etiam ad rectos angulos eam secat [id.]. itaque $\angle ZEB$ rectus est. sed demonstratum est, etiam $\angle ZEA$ rectum esse. quare

$$\angle ZEA = ZEB,$$

minor maiori; quod fieri non potest. itaque rectae $A\Gamma$, $B\Delta$ in duas partes aequales inter se non secant.

V; *ἐπ'* F, corr. m. 2; om. B. 21. *ΒΔ μὴ διὰ τοῦ κέντρου* F, V m. 2. *τέμνει*] (alt.) PBVp; *τεμεῖ* F. 23. *ἐλάσσων* F. 24. *ἐστίν*] PBp; om. Vφ.

Ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε΄.

Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΓΔΗ τεμνέτωσαν ἀλλήλους κατὰ τὰ Β, Γ σημεῖα. λέγω, ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ, καὶ διήχθω ἡ ΕΖΗ, ὡς ἔτυχεν. καὶ ἐπεὶ τὸ Ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ τῇ ΕΖ. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΗ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΕΓ τῇ ΕΗ· ἐδείχθη δὲ ἡ ΕΓ καὶ τῇ ΕΖ ἴση· καὶ ἡ ΕΖ ἄρα τῇ ΕΗ ἐστιν ἴση ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῶν ΑΒΓ, ΓΔΗ κύκλων.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔστιν αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ς΄.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

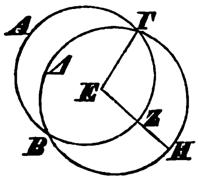
---

2. *μὴ διὰ — δίχα*] *καὶ τὰ ἑξῆς* BFV. 7. ΓΔΗ] ΔΗ V. 8. Β, Γ] Γ, Β p. 10. ΕΓ] ΓΕ p. 11. *ἔτυχε* p. 12. *ἐστίν* V. *τοῦ*] bis P. 13. *ἐστίν* V. 14. ΕΓ] ΓΕ P. 15. Post *δέ* 1 litt. eras. V. ΕΖ] (alt.) ΖΕ P. 16. *ἴση ἐστίν* p. *ἐλάττων* BVp. *ἐστίν*] om. V. 17. *ἐστίν* V. 19. *ἔσται* Vp. 22. *ἀλλήλων ἐντός* V et F m. 2.

Ergo si in circulo duae rectae inter se secant non per centrum ductae, in duas partes aequales inter se non secant; quod erat demonstrandum.

V.

Si duo circuli inter se secant, non habebunt idem centrum.



nam duo circuli $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta H$ inter se secent in punctis B, Γ. dico, eos idem centrum habituros non esse.

nam si fieri potest, sit E, et ducatur $E\Gamma$, et educatur EZH utcunque. et quoniam E punctum centrum est circuli $AB\Gamma$, erit $E\Gamma = EZ$. rursus quoniam punctum E centrum est circuli $\Gamma\Delta H$, erit $E\Gamma = EH$. sed demonstratum est etiam $E\Gamma = EZ$. itaque etiam $EZ = EH$, minor maiori; quod fieri non potest. itaque punctum E centrum circulorum $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta H$ non est.

Ergo si duo circuli inter se secant, non habebunt idem centrum; quod erat demonstrandum.

VI.

Si duo circuli inter se contingunt, non habebunt idem centrum.[1])

---

1) Euclides eum casum, quo circuli intra contingunt, ut obscuriorem sibi demonstrandum sumpsit; nam ubi circuli extrinsecus se contingunt, propositio per se patet. ceterum demonstratio Euclidis de hoc quoque casu ualet. quare ἐντός lin. 22 mera interpolatio est, ut etiam e codicum ratione adparet (om. Campanus).

Δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΓΔΕ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων κατὰ τὸ Γ σημεῖον· λέγω, ὅτι οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ, καὶ διήχθω, ὡς ἔτυχεν, ἡ ΖΕΒ.

Ἐπεὶ οὖν τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΕ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΖΓ τῇ ΖΕ. ἐδείχθη δὲ ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ ἴση· καὶ ἡ ΖΕ ἄρα τῇ ΖΒ ἐστιν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τῶν ΑΒΓ, ΓΔΕ κύκλων.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ'.

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες, μεγίστη μὲν ἔσται, ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν, δύο δὲ μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

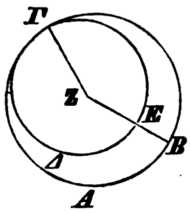
Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ ΑΔ, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΔ εἰλήφθω τι σημεῖον τὸ Ζ, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, κέντρον δὲ τοῦ κύκλου

---

1. ἀπτέσθωσαν P et F m. 1 (corr. m. 2). 2. ἔσται] ἔστιν Vp. 6. ἐστίν V. 7. ΖΒ] ΒΖ P. πάλιν — 8. ΓΔΕ] in ras. p. 8. ἐστίν V. 9. δὲ καί p et F m. 2. 10. ἐλάσ-

nam duo circuli $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta E$ in puncto Γ inter se contingant. dico, eos idem centrum habituros non esse.

nam si fieri potest, sit Z, et ducatur $Z\Gamma$, et educatur ZEB utcunque. iam quoniam punctum Z centrum est circuli $AB\Gamma$, erit $Z\Gamma = ZB$. rursus quoniam punctum Z centrum est circuli $\Gamma\Delta E$, erit $Z\Gamma = ZE$. sed demonstratum est $Z\Gamma = ZB$. quare etiam $ZE = ZB$ minor maiori; quod fieri non potest. itaque Z punctum centrum circulorum $AB\Gamma$, $\Gamma\Delta E$ non est.



Ergo si duo circuli inter se contingunt, non habebunt idem centrum; quod erat demonstrandum.

VII.

Si in diametro circuli punctum aliquod sumitur, quod centrum circuli non est, et ab hoc puncto ad circulum rectae aliquot adcidunt, maxima erit ea, in qua est centrum, minima autem reliqua, ceterarum autem proxima quaeque ei, quae per centrum ducta est, remotiore maior est, et duae solae aequales ad circulum adcident a puncto illo in utraque parte minimae.

sit circulus $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius sit $A\Delta$, et in $A\Delta$ sumatur punctum aliquod Z, quod non est centrum circuli, centrum autem circuli sit E, et a Z

σων Fp. ἐστίν] om. p. 11. ἐστίν V. 13. ἐφάπτωνται] ἐφ- add. m. 2 F. ἀλλήλων ἐντός V. 17. ἐστιν FV. 19. τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχεν F. 20. δὲ ἡ] supra m. 2 F. δέ] δ' FV p. 21. ἔγγειον P. ἀπωτέρῳ P. 22. ἐστί PBp. εὐθεῖαι ἴσαι Bp, V m. 2. τοῦ αὐτοῦ BVp. 25. ὁ] postea add. V. δέ] om. p. ἔστω] om. p. 27. ἐστιν F. κέντρον] (pr.) in ras. p. δέ] insert. p.

ἔστω τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον προσπιπτέτωσαν εὐθεῖαί τινες αἱ ΖΒ, ΖΓ, ΖΗ· λέγω, ὅτι μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ΖΑ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΖΔ, τῶν δὲ ἄλλων ἡ μὲν ΖΒ τῆς ΖΓ μείζων, ἡ δὲ ΖΓ τῆς ΖΗ.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΕ, ΓΕ, ΗΕ. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν, αἱ ἄρα ΕΒ, ΕΖ τῆς ΒΖ μείζονές εἰσιν. ἴση δὲ ἡ ΑΕ τῇ ΒΕ [αἱ ἄρα ΒΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶ τῇ ΑΖ]· μείζων ἄρα ἡ ΑΖ τῆς ΒΖ. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΓΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΖΕ, δύο δὴ αἱ ΒΕ, ΕΖ δυσὶ ταῖς ΓΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΕΖ γωνίας τῆς ὑπὸ ΓΕΖ μείζων· βάσις ἄρα ἡ ΒΖ βάσεως τῆς ΓΖ μείζων ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΓΖ τῆς ΖΗ μείζων ἐστίν.

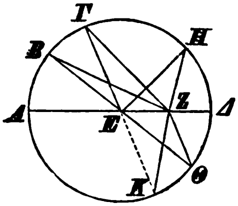
Πάλιν, ἐπεὶ αἱ ΗΖ, ΖΕ τῆς ΕΗ μείζονές εἰσιν, ἴση δὲ ἡ ΕΗ τῇ ΕΔ, αἱ ἄρα ΗΖ, ΖΕ τῆς ΕΔ μείζονές εἰσιν. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΕΖ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΗΖ λοιπῆς τῆς ΖΔ μείζων ἐστίν. μεγίστη μὲν ἄρα ἡ ΖΑ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΖΔ, μείζων δὲ ἡ μὲν ΖΒ τῆς ΖΓ, ἡ δὲ ΖΓ τῆς ΖΗ.

Λέγω, ὅτι καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου δύο μόνον ἴσαι προσπεσοῦνται πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ΖΔ ἐλαχίστης. συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ ΕΖ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ε τῇ ὑπὸ ΗΕΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΕΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΘ. ἐπεὶ

---

1. κύκλου φ. 3. ἐστιν] om. FV. ΖΑ] φ (eras. ΖΔ). 4. ΖΓ] corr. m. 2 ex ΗΓ V; ΓΖ P. ΖΓ] ΓΖ F et m. 2 V. 5. τῇ φ. 8. εἰσιν, ἴση δὲ ἡ ΑΕ τῇ ΒΕ. αἱ ἄρα ΒΕ F. αἱ ΕΒ, ΕΖ ἄρα P. τῆς ΒΖ — 9. ΕΖ] om. F. 9. ΑΕ] in ras. m. 2 V. αἱ ἄρα — ΑΖ] mg. m. 2 P. εἰσίν B. 10. Ante ΒΖ ras. 1 litt. V. 11. δέ] om. PB. δυσί]

ad circulum $AB\Gamma\Delta$ adcidant rectae aliquot ZB, $Z\Gamma$, ZH. dico, maximam esse ZA, minimam autem $Z\Delta$, ceterarum autem esse $ZB > Z\Gamma$ et $Z\Gamma > ZH$.



ducantur enim BE, ΓE, HE. et quoniam cuiusuis trianguli duo latera reliquo maiora sunt [I, 20], erunt $EB + EZ > BZ$. sed

$$AE = BE.$$

quare $AZ > BZ$. rursus quoniam $BE = \Gamma E$, communis autem ZE, duae rectae BE, EZ duabus ΓE, EZ aequales sunt. uerum etiam $\angle BEZ > \Gamma EZ$. itaque $BZ > \Gamma Z$ [I, 24]. eadem de causa etiam

$$\Gamma Z > ZH.$$

rursus quoniam $HZ + ZE > EH$ [I, 20], et

$$EH = E\Delta,$$

erunt $HZ + ZE > E\Delta$. subtrahatur, quae communis est, EZ. itaque $HZ > Z\Delta$.[1]) itaque ZA maxima est, $Z\Delta$ autem minima, et $ZB > Z\Gamma$, $Z\Gamma > ZH$.

dico etiam, duas solas aequales a puncto Z ad circulum $AB\Gamma\Delta$ adcidere in utraque parte rectae minimae $Z\Delta$. construatur enim ad rectam EZ et punctum eius E angulo HEZ aequalis $\angle ZE\Theta$ [I, 23],

1) Hoc Euclides ita demonstrauit:

$$HZ + ZE = E\Delta + x.$$

$EZ = EZ$. ergo $HZ = Z\Delta + x$ [κ. ἔνν. 3], h. e. $HZ > Z\Delta$.

δύο FV. 14. ἐστίν] PBF; comp. p; ἐστί V. 15. ZH] HZ P. ἐστίν] PFp; ἐστί BV. 18. εἰσιν] PF; εἰσι BVp. 19. λοιπῇ τῇ p. $Z\Delta$] supra m. 1 V. ἐστίν] PF; ἐστί BVp. μέν] supra m. 1 F. 20. τῶν δ' ἄλλων μείζων μὲν ἡ ZB p. 21. τῆς] τῇ V. 22. ἴσαι] PF; εὐθεῖαι ἴσαι BVp. 23. $AB\Gamma\Delta$] Δ add. m. 2 V. 24. $Z\Delta$] om. p.

οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΗΕ τῇ ΕΘ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΗΕ, ΕΖ δυσὶ ταῖς ΘΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΘΕΖ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΖΗ βάσει τῇ ΖΘ ἴση ἐστίν. λέγω δή, ὅτι τῇ ΖΗ ἄλλη ἴση οὐ προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου. εἰ γὰρ δυνατόν, προσπιπτέτω ἡ ΖΚ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΚ τῇ ΖΗ ἴση ἐστίν, ἀλλὰ ἡ ΖΘ τῇ ΖΗ [ἴση ἐστίν], καὶ ἡ ΖΚ ἄρα τῇ ΖΘ ἐστιν ἴση, ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῇ ἀπώτερον ἴση· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου ἑτέρα τις προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἴση τῇ ΗΖ· μία ἄρα μόνη.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες, μεγίστη μὲν ἔσται, ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν, δύο δὲ μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαί, ὡς ἔτυχεν, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη

---

2. ΗΕ] ΕΗ F. εἰσίν] PBF; εἰσί Vp. 4. ἐστιν ἴση p. ἐστίν] ἐστί V. δή] om. V (γάρ add. m. 2), δέ F. 5. ΖΗ] Η eras. V. 6. ἡ] ὡς ἡ BFp. 7. ἡ ΖΚ] e corr. m. 1 V. ἐστιν ἴση Pp. ἀλλά] ἀλλ' BF; ἀλλὰ μὴν καί P. ΖΗ] corr. ex ΖΕ V m. 1. 8. ἴση ἐστίν] om. P; ἴση F; ἐστιν ἴση Vp. ἄρα] om. F. ΖΘ] ΘΖ P. ἴση

et ducatur $Z\Theta$. iam quoniam $HE = E\Theta$, et EZ communis est, duae rectae HE, EZ duabus ΘE, EZ aequales sunt. et $\angle HEZ = \Theta EZ$. itaque $ZH = Z\Theta$. dico igitur, nullam aliam rectae ZH aequalem a puncto Z ad circulum adcidere. si enim fieri potest, adcidat ZK. et quoniam $ZK = ZH$ et $Z\Theta = ZH$, erit etiam $ZK = Z\Theta$, propior remotiori; quod fieri non potest [u. supra]. itaque a puncto Z nulla alia rectae HZ aequalis ad circulum adcidet. ergo una sola.

Ergo si in diametro circuli punctum aliquod sumitur, quod centrum circuli non est, et ab hoc puncto ad circulum rectae aliquot adcidunt, maxima erit ea, in qua est centrum, minima autem reliqua, ceterarum autem proxima quaeque ei, quae per centrum ducta est, remotiore maior est, et duae solae aequales ad circulum adcident a puncto illo in utraque parte minimae; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si extra circulum punctum aliquod sumitur, et ab hoc puncto ad circulum rectae aliquot educuntur, quarum una per centrum, ceterae autem utcunque ductae sunt, earum rectarum, quae ad cauam partem am-

VIII. Eutocius in Apollon. p. 12.

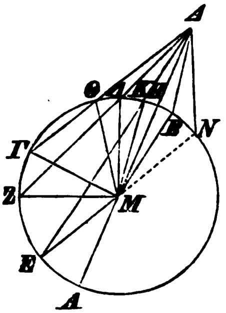
ἐστίν V. ἡ] om. F. ἔγγειον P. 9. τῇ] τῆς PBVφ. ἴση] del. August. ἀδύνατον] hic seq. demonstratio alia, quam in app. recepi. 10. σημείου] corr. ex σημεῖα m. 1 V. 11. HZ] EZ F. 13. ὃ μή — 19. ἐλαχίστης] καὶ τὰ ἑξῆς PBV et F post ras. 1 litt. 16. δέ] δ' p. 17. ἀπωτέρω p. ἐστί p. εὐθεῖαι ἴσαι p. 19. δεῖξαι] seq. ἑξῆς τὸ θεώρημα V. 22 διαχθῶσι V. 24. ἔτυχε Vp. κοίλην] λ eras. B; κοί- in ras. m. 1 P.

μέν ἐστιν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου] τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν, τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων, δύο δὲ μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Ἔστω κύκλος ὁ $ΑΒΓ$, καὶ τοῦ $ΑΒΓ$ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ $Δ$, καὶ ἀπ᾽ αὐτοῦ διήχθωσαν εὐθεῖαί τινες αἱ $ΔΑ$, $ΔΕ$, $ΔΖ$, $ΔΓ$, ἔστω δὲ ἡ $ΔΑ$ διὰ τοῦ κέντρου. λέγω, ὅτι τῶν μὲν πρὸς τὴν $ΑΕΖΓ$ κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη μέν ἐστιν ἡ διὰ τοῦ κέντρου ἡ $ΔΑ$, μείζων δὲ ἡ μὲν $ΔΕ$ τῆς $ΔΖ$ ἡ δὲ $ΔΖ$ τῆς $ΔΓ$, τῶν δὲ πρὸς τὴν $ΘΛΚΗ$ κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ $ΔΗ$ ἡ μεταξὺ τοῦ σημείου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς $ΑΗ$, ἀεὶ

1. ἐστιν] ἔσται B. Post κέντρου add. P: ἐλαχίστη δὲ ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου προσπίπτουσα; idem p, omisso προσπίπτουσα; del. m. 2; ἐλαχίστη μέν ἐστιν (hucusque φ) ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου F, supra scripto β m. 2; supra τῶν lin. 1 scr. α m. 2. δέ] δ᾽ B. 2. ἔγγειον P. ἀπώτερων P, ἀπωτέρω p. 3. ἐστίν] PF; comp. p; ἐστί V; ἔσται B. 4. ἐλαχίστη — 5. διαμέτρου] mg. m. 2 P; om. p et F, supra εὐθειῶν est β m. 2. 5. ἐστιν] PV, ἔσται B. 6. τῶν δὲ ἄλλων] om. p, add. m. 2 PF. δ᾽ B. ἔγγειον P. 7. ἀπωτέρω Pp. ἐλάττων (in ras. m. 1) ἐστίν p. ἐστιν] ἔσται B. ἐλάσσων F. 8. ἴσαι] P m. 1, F; om. p; εὐθεῖαι ἴσαι B; ἴσαι εὐθεῖαι V, P m. 2. τοῦ] τοῦ αὐτοῦ B. 9. πρός] ἴσαι πρός p. 10. Post ἔστω ras. 1 litt. V. καὶ τοῦ $ΑΒΓ$] om. F. εἰλήφω φ. 12. τινες] P, F m. 1, V m. 1; τινες πρὸς τὸν κύκλον Bp, F m. 2, V m. 2. In ipsa propositione Augustus suo arbitrio ordinem uerborum

bitus adcidunt, maxima est, quae per centrum ducta est, ceterarum autem proxima quaeque ei, quae per centrum est, remotiore maior est, rectarum autem ad conuexam partem ambitus adcidentium minima est, quae inter punctum et diametrum posita est, ceterarum autem proxima quaeque minimae remotiore minor, et duae solae rectae a puncto illo ad circulum adcident in utraque parte minimae.



Sit circulus *ΑΒΓ*, et extra *ΑΒΓ* sumatur punctum aliquod *Δ*, et ab eo rectae aliquot educantur *ΔΑ*, *ΔΕ*, *ΔΖ*, *ΔΓ*, et *ΔΑ* per centrum ducta sit. dico, rectarum ad cauam partem ambitus *ΑΕΖΓ* adcidentium maximam esse eam, quae per centrum ducta sit, *ΔΑ*, et $ΔΕ > ΔΖ$, $ΔΖ > ΔΓ$, earum autem, quae ad conuexam partem ambitus *ΘΛΚΗ* adcidant, minimam esse *ΔΗ*, quae inter punctum et diametrum *ΑΗ* posita sit, et proximam

---

mutauit, sed parum recte; neque enim Euclides demonstrat *ΔΑ* maximam, *ΔΗ* minimam esse omnium rectarum a *Δ* adcidentium, quod tamen inde facile sequitur, quod rectae ad *ΘΛΚΗ* adcidentes omnino minores sunt ceteris. Campanus omisit p. 182 l. 23: *ὧν μία* — 25. *εὐθειῶν*, cetera ut nos praebet. Eutocius p. 182, 24—25 et p. 184, 3—4 ut nos legit.
15. Post *ΔΑ* add. *ἐλαχίστη δὲ ἡ μεταξὺ τοῦ Δ σημείου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς ΑΗ* BFV; idem P (*ΔΗ* pro *ΑΗ*) et p addito *τε* ante *Δ* et supra *μεταξύ* scripto *ἡ ΔΗ*; *ἐλαχίστη δὲ ἡ μεταξὺ τοῦ σημείου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς ΑΗ* ed. Basil.
16. *τῆς*] (alt.) *τῇ* FV. 17. *ΘΛΚΗ*] *Κ* corr. ex *Η* V m. 1.
18. *ἐλαχίστη* — 19. *ΑΗ*] om. PBFVp, ed. Basil.; corr. Gregorius. 19. *ἀεί*] *αἰεί* F.

δὲ ἡ ἔγγιον τῆς ΔΗ ἐλαχίστης ἐλάττων ἐστὶ τῆς ἀπώτερον, ἡ μὲν ΔΚ τῆς ΔΛ, ἡ δὲ ΔΛ τῆς ΔΘ.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου καὶ ἔστω τὸ Μ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΕ, ΜΖ, ΜΓ, ΜΚ, ΜΛ, ΜΘ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΜ τῇ ΕΜ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΜΔ· ἡ ἄρα ΑΔ ἴση ἐστὶ ταῖς ΕΜ, ΜΔ. ἀλλ' αἱ ΕΜ, ΜΔ τῆς ΕΔ μείζονές εἰσιν· καὶ ἡ ΑΔ ἄρα τῆς ΕΔ μείζων ἐστίν. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΜΕ τῇ ΜΖ, κοινὴ δὲ ἡ ΜΔ, αἱ ΕΜ, ΜΔ ἄρα ταῖς ΖΜ, ΜΔ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΜΔ γωνίας τῆς ὑπὸ ΖΜΔ μείζων ἐστίν. βάσις ἄρα ἡ ΕΔ βάσεως τῆς ΖΔ μείζων ἐστίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΖΔ τῆς ΓΔ μείζων ἐστίν· μεγίστη μὲν ἄρα ἡ ΔΑ, μείζων δὲ ἡ μὲν ΔΕ τῆς ΔΖ, ἡ δὲ ΔΖ τῆς ΔΓ.

Καὶ ἐπεὶ αἱ ΜΚ, ΚΔ τῆς ΜΔ μείζονές εἰσιν, ἴση δὲ ἡ ΜΗ τῇ ΜΚ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΚΔ λοιπῆς τῆς ΗΔ μείζων ἐστίν· ὥστε ἡ ΗΔ τῆς ΚΔ ἐλάττων ἐστίν· καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΜΛΔ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς ΜΔ δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεστάθησαν αἱ ΜΚ, ΚΔ, αἱ ἄρα ΜΚ, ΚΔ τῶν ΜΛ, ΛΔ ἐλάττονές εἰσιν·

---

1. δέ] om. PBFVp, ed. Basil.; corr. Gregorius. ἔγγειον P, sed corr. ἐλάσσων ἐστίν PF. ἀπωτέρω p. 4. ΜΕ] corr. ex ΕΜ m. 2 V. ΜΓ] ΜΕ? φ (non F). 7. ΔΜ P. ἐστίν P. ταῖς] corr. ex τά m. 1 F. 8. ἀλλ' αἱ] αἱ δέ P. τῆς] supra m. 1 P. εἰσιν] PBF; εἰσι Vp. 9. ἐστίν] PF; ἐστί uulgo. 10. ΕΜ τῇ ΖΜ P. δέ] cum Gregorio; προσκείσθω PBFVp. ἡ] om. V. 11. εἰσίν] PBF; εἰσί Vp. καὶ γωνία] mutat. in γωνία δέ m. rec. F. ΕΜΔ] Ε supra m. 1 F. 12. ἐστίν] comp. p; ἐστί uulgo. 13. ἐστί P. 14. ΔΖ P. ΓΔ] Δ in ras. V. ἐστίν] P; comp. p; ἐστί uulgo. 15. μὲν ΔΕ] litt. μὲν Δ in ras. p. 19. ὥστε καί p. ΔΗ τῆς ΔΚ P. ἐλάττων] ἐλαχίστη F;

quamque minimae ΔH remotiore minorem, $\Delta K < \Delta \Lambda$, $\Delta \Lambda < \Delta \Theta$.[1])

sumatur enim centrum circuli $AB\Gamma$ [prop. I], et sit M. et ducantur ME, MZ, $M\Gamma$, MK, $M\Lambda$, $M\Theta$. et quoniam $AM = EM$, communis adiiciatur $M\Delta$. itaque $A\Delta = EM + M\Delta$. uerum

$$EM + M\Delta > E\Delta \text{ [I, 20]}.$$

quare etiam $A\Delta > E\Delta$. rursus quoniam $ME = MZ$, et communis est $M\Delta$, erunt EM, $M\Delta$ et ZM, $M\Delta$ aequales.[2]) et $\angle EM\Delta > ZM\Delta$. itaque $E\Delta > Z\Delta$ [I, 24]. similiter demonstrabimus, esse etiam $Z\Delta > \Gamma\Delta$. ergo maxima est ΔA, et $\Delta E > \Delta Z$, $\Delta Z > \Delta\Gamma$.

et quoniam $MK + K\Delta > M\Delta$ [I, 20], et

$$MH = MK,$$

erit $K\Delta > H\Delta$. quare etiam $H\Delta < K\Delta$. et quoniam in triangulo $M\Lambda\Delta$ in uno latere $M\Delta$ duae rectae MK, $K\Delta$ intra constitutae sunt, erunt

$$MK + K\Delta < M\Lambda + \Lambda\Delta \text{ [I, 21]}.$$

---

1) Ne hic quidem emendationes Augusti a mutationibus ab eodem in propositione factis pendentes recipiendas esse duxi, sed emendatione Gregorii leniore, quamquam et ipsa ob consensum codicum incertissima, usus uerba *ἐλαχίστη μέν — διαμέτρου τῆς AH* transposui a p. 184,16 ad lin. 19 et huic loco adcommodaui. eodem ducit tenor et propositionis et demonstrationis. sine dubio et transpositio omnium codicum hoc loco et interpolatio nonnullorum p. 184,1 (cfr. 4) satis antiquo tempore a mathematico imperito ad similitudinem prop. VII factae sunt, in quam rursus p. 178, 19 in F ex prop. VIII quaedam irrepserunt.

2) Lin. 10 error codicum iam ante Theonem ex lin. 6 ortus erat.

ἐλάσσων Bp. *ἐστί* B. Post *ἐστίν* add. *ἐλαχίστη ἄρα ἐστίν* PV; om. BFp, Augustus. 21. *συνεστήκεσαν* p. 22. *αἱ ἄρα* MK, $K\Delta$] *ἄρα* P. Ante *τῶν* in F lacun. 3 litt. *ἐλάττους* P, *ἐλάσσονες* F.

ἴση δὲ ἡ ΜΚ τῇ ΜΛ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΚ λοιπῆς τῆς ΔΛ ἐλάττων ἐστίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ η ΔΛ τῆς ΔΘ ἐλάττων ἐστίν· ἐλαχίστη μὲν ἄρα ἡ ΔΗ, ἐλάττων δὲ ἡ μὲν ΔΚ τῆς ΔΛ ἡ δὲ ΔΛ τῆς ΔΘ.

Λέγω, ὅτι καὶ δύο μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ Δ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ΔΗ ἐλαχίστης· συνεστάτω πρὸς τῇ ΜΔ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Μ τῇ ὑπὸ ΚΜΔ γωνίᾳ ἴση γωνία ἡ ὑπὸ ΔΜΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΜΚ τῇ ΜΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΜΔ, δύο δὴ αἱ ΚΜ, ΜΔ δύο ταῖς ΒΜ, ΜΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΚΜΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΜΔ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΔΚ βάσει τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν. λέγω [δή], ὅτι τῇ ΔΚ εὐθείᾳ ἄλλη ἴση οὐ προσπεσεῖται πρὸς τὸν κύκλον ἀπὸ τοῦ Δ σημείου. εἰ γὰρ δυνατόν, προσπιπτέτω καὶ ἔστω ἡ ΔΝ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΔΚ τῇ ΔΝ ἐστιν ἴση, ἀλλ' ἡ ΔΚ τῇ ΔΒ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ΔΒ ἄρα τῇ ΔΝ ἐστιν ἴση, ἡ ἔγγιον τῆς ΔΗ ἐλαχίστης τῇ ἀπώτερον [ἐστιν] ἴση· ὅπερ ἀδύνατον ἐδείχθη. οὐκ ἄρα πλείους ἢ δύο ἴσαι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον ἀπὸ τοῦ Δ σημείου ἐφ' ἑκάτερα τῆς ΔΗ ἐλαχίστης προσπεσοῦνται.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου αἱ δὲ λοιπαί, ὡς ἔτυχεν,

---

1. *ἴση δέ*] PF; *ὧν ἐστιν ἴση* BV; *ὧν* p. *ΜΛ*] *ΜΛ ἴση ἐστίν* p. 2. *ἐλάσσων* F, ut lin. 3. 3. *ΔΗ*] *ΔΗ τῆς ΔΚ* Fp et V eras. 4. *ἐλάσσων* Bp. *ἐλάττων δὲ ἡ μέν*] *ἡ δέ* F. 5. *καί*] om. Bp. *ἴσαι*] P, F m. 1; *ἴσαι εὐθεῖαι* V, F m. 2; *εὐθεῖαι ἴσαι* Bp. 7. *γὰρ πρός* F. 9. *γωνία*] om. p. 10. *ΜΚ*] *ΒΜ* B, *ΜΒ* p et V e corr. *ΜΒ*] *ΜΚ* Bp et V e corr. 11. *δυσί* BVp. *ἑκατέρα*] *ἑκατέραι* V. 13. *ἴση*]

uerum $MK = MΛ$. itaque $ΔK < ΔΛ$. similiter demonstrabimus, esse etiam $ΔΛ < ΔΘ$. ergo minima est $ΔH$, et $ΔK < ΔΛ$, $ΔΛ < ΔΘ$.

dico etiam, duas solas aequales a puncto $Δ$ ad circulum adcidere in utraque parte minimae $ΔH$. construatur ad rectam $MΔ$ et punctum eius M angulo $KMΔ$ aequalis $\angle ΔMB$ [I, 23], et ducatur $ΔB$. et quoniam $MK = MB$, et communis est $MΔ$, duae rectae $KM, MΔ$ duabus $BM, MΔ$ aequales sunt altera alteri; et $\angle KMΔ = BMΔ$. itaque $ΔK = ΔB$ [I, 4]. dico, rectae $ΔK$ aequalem aliam rectam non adcidere ad circulum a puncto $Δ$. nam, si fieri potest, adcidat et sit $ΔN$. iam quoniam $ΔK = ΔN$, et $ΔK = ΔB$, erit etiam $ΔB = ΔN$, propior minimae $ΔH$ remotiori; quod fieri non potest [u. supra]. quare plures quam duae aequales non adcident ad circulum $ABΓ$ a $Δ$ puncto in utraque parte minimae $ΔH$.

Ergo si extra circulum punctum aliquod sumitur, et ab hoc puncto ad circulum rectae aliquot educun-

---

(prius) P, F m. 1, p; ἴση ἐστί V, F m. 2; ἐστιν ἴση B. ἐστίν] P, comp. p, ἐστί uulgo. 14. δή] om. Pp. $ΔK$] K in ras. V, $BΔ$ F; $ΔB$ φ. 15. πρὸς] post κα' m. 1 πρός φ; mg. ' γρ. πρὸς τὸν κύκλον F. 16. -πιπτέτω in ras. V. 17. ἀλλά P. $ΔK$] $KΔ$ F. $ΔB$] B e corr. V. 18. ἄρα] supra comp. F m. 2. ἔγγειον P, sed corr. 19. ἀπωτέρω p. ἐστιν] deleo; cfr. p. 182, 9. ἐστιν ἴση] om. p, August. ἐδείχθη] om. B, August. Post hoc uerbum legitur alia demonstratio; u. append. 20. ἢ δύο ἴσαι] P et sine dubio F m. 1; ἀδύνατ φ seq. αι m. 1 (pro ἀδύν habuit F ἢ δύο), supra scr. μόνον εὐθεῖαι m. 2; ἢ δύο μόνον εὐθεῖαι ἴσαι B, et V, sed μόνον m. 2 supra scr. est; ἢ δύο εὐθεῖαι προσπεσοῦνται p. πρός — 21. σημείου] ἀπὸ τοῦ $Δ$ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν $ABΓ$ κύκλον B. 21. κύκλον] m. 2 F. $Δ$] corr. ex $Γ$ V. 22. προσπεσοῦνται] om. Bp. 23. ἀπὸ δέ — p. 190, 9: ἐλαχίστης] καὶ τὰ ἑξῆς PBFV. 25. ἔτυχε p.

τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν μεγίστη μέν ἐστιν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν, τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων, δύο δὲ μόνον ἴσαι ἀπὸ τοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ϑ΄.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, ἐντὸς δὲ αὐτοῦ σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον προσπιπτέτωσαν πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ ΔΑ, ΔΒ, ΔΓ· λέγω, ὅτι τὸ Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΒ, ΒΓ καὶ τετμήσθωσαν δίχα κατὰ τὰ Ε, Ζ σημεῖα, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΕΔ, ΖΔ διήχθωσαν ἐπὶ τὰ Η, Κ, Θ, Λ σημεῖα.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΔ, δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΔ δύο ταῖς ΒΕ, ΕΔ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΔΑ βάσει τῇ ΔΒ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ

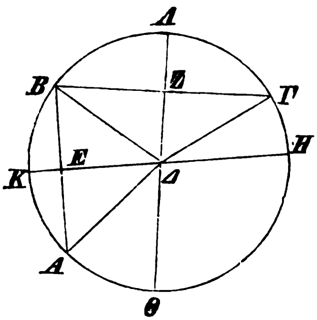
---

2. *τῶν δὲ ἄλλων* — 10. *δεῖξαι*] *καὶ τὰ ἑξῆς* p. 13. *προσπίπτωσι*] *προσπίπτουσι* Vp. 14. *εὐθεῖαι ἴσαι* BV. 18. *εὐθεῖαι ἴσαι* BVp. 22. ΖΔ] PBF, V m. 2; ΔΖ p, V m. 1. *Κ, Η, Λ, Θ* P. 24. *δυσί* Bφp. *εἰσίν*] PFV; *εἰσί* Bp. 25. *καί*] m. 2 V. *βάσις ἄρα* V. *ἴση*] P et postea inserto *ἐστί* F; *ἴση ἐστί* V; *ἐστιν ἴση* Bp.

tur, quarum una per centrum, ceterae autem utcunque ductae sunt, earum rectarum, quae ad cauam partem ambitus adcidunt, maxima est, quae per centrum ducta est, ceterarum autem proxima quaeque ei, quae per centrum est, remotiore maior est, rectarum autem ad conuexam partem ambitus adcidentium minima est, quae inter punctum et diametrum posita est, ceterarum autem proxima quaeque minimae remotiore minor, et duae solae rectae a puncto illo ad circulum adcident in utraque parte minimae; quod erat demonstrandum.

IX.

Si intra circulum punctum aliquod sumitur, et ab hoc puncto ad circulum plures quam duae rectae aequales ad circulum adcidunt, sumptum punctum centrum est circuli.



Sit circulus $AB\Gamma$, et intra eum punctum Δ, et a Δ ad $AB\Gamma$ circulum plures quam duae rectae aequales adcidant ΔA, ΔB, $\Delta\Gamma$. dico, punctum Δ centrum esse circuli $AB\Gamma$.

ducantur enim AB, $B\Gamma$ et secentur in duas partes aequales in punctis E, Z, et ductae $E\Delta$, $Z\Delta$ educantur ad puncta H, K, Θ, Λ.

iam quoniam $AE = EB$, et communis est $E\Delta$, duae rectae AE, $E\Delta$ duabus BE, $E\Delta$ aequales sunt. et $\Delta A = \Delta B$. itaque $\angle AE\Delta = BE\Delta$ [I, 8]. itaque

ΑΕΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ *ΒΕΔ* ἴση ἐστίν· ὀρθὴ ἄρα ἑκατέρα τῶν ὑπὸ *ΑΕΔ*, *ΒΕΔ* γωνιῶν· ἡ *ΗΚ* ἄρα τὴν *ΑΒ* τέμνει δίχα καὶ πρὸς ὀρθάς. καὶ ἐπεί, ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις εὐθεῖάν τινα δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνῃ, ἐπὶ τῆς τεμνούσης ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, ἐπὶ τῆς *ΗΚ* ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἐπὶ τῆς *ΘΛ* ἐστι τὸ κέντρον τοῦ *ΑΒΓ* κύκλου. καὶ οὐδὲν ἕτερον κοινὸν ἔχουσιν αἱ *ΗΚ*, *ΘΛ* εὐθεῖαι ἢ τὸ *Δ* σημεῖον· τὸ *Δ* ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ *ΑΒΓ* κύκλου.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιʹ.

Κύκλος κύκλον οὐ τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο.

Εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ *ΑΒΓ* κύκλον τὸν *ΔΕΖ* τεμνέτω κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο τὰ *Β*, *Η*, *Ζ*, *Θ*, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ *ΒΘ*, *ΒΗ* δίχα τεμνέσθωσαν κατὰ τὰ *Κ*, *Λ* σημεῖα· καὶ ἀπὸ τῶν *Κ*, *Λ* ταῖς *ΒΘ*, *ΒΗ*

---

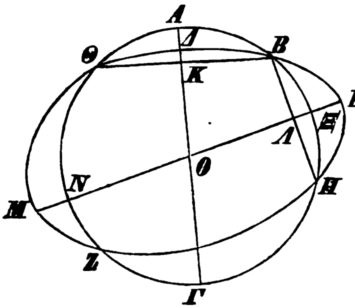
1. *ἔστι* V. *ἄρα*] PB, F in ras.; *γάρ* p in ras., V m. 1; *ἔστιν ἄρα* V m. 2. 2. *ἡ*] *καὶ ἡ* p. *ἄρα*] om. p. 3. *τέμνει δίχα*] P; *δίχα τέμνει* B, *δίχα τέμνουσα* V (sed *νουσα* et seq. *καί* in ras.), p, F (*δίχα τέμνουσι* φ). *ὀρθάς*] *ὀρθὰς τέμνει* Vp et F in ras. *καὶ ἐπεί*] in ras. F, seq. in mg. transeunt. *καὶ ἐπεί* — 5. *τέμνῃ*] mg. m. rec. P. *τε*] in fine lin., in mg. add. *μνῃ* m. 2 B. 5. *τέμνῃ*] *τέμνει* FV. *τῆς*] om. F? *ἐστίν* F. 6. *ἐστίν* B. 7. *ἐστιν* P. 8. *ΑΒΓ*] om. p. *κύκλου*] m. 2 F; om. B. 12. *προσπίπτωσι* — 14 *κύκλου*] *καὶ τὰ ἑξῆς* p. 12. *-πίπτωσι* in ras. F. 13. *εὐθεῖαι ἴσαι* B. 14. Seq. alia demonstratio, de qua u. appendix. 15. *ιαʹ* F, sed *α* eras. 18. *ΔΕΖ*] corr. ex

uterque angulus $AE\Delta$, $BE\Delta$ rectus est [I, def. 10]. ergo HK rectam AB et in duas partes aequales et ad angulos rectos secat. et quoniam, si in circulo recta aliqua aliam rectam et in duas partes aequales et ad angulos rectos secat, in secanti erit centrum circuli [prop. I coroll.], centrum circuli in HK erit. eadem de causa etiam in $\Theta\Lambda$ erit centrum circuli $AB\Gamma$. nec ullum aliud commune punctum habent HK, $\Theta\Lambda$ rectae ac Δ punctum. itaque Δ centrum est circuli $AB\Gamma$.

Ergo si intra circulum punctum aliquod sumitur, et ab hoc puncto plures quam duae rectae aequales ad circulum adcidunt, sumptum punctum centrum est circuli; quod erat demonstrandum.

X.

Circulus circulum non secat in pluribus punctis quam duobus.



nam, si fieri potest, circulus $AB\Gamma$ circulum ΔEZ in pluribus secet punctis quam duobus B, H, Z, Θ, et ductae $B\Theta$, BH in punctis K, Λ in duas partes aequales secentur, et a K, Λ ad $B\Theta$, BH perpendicu-

ΔEH m. 2 V. 19. Z, Θ] corr. ex Θ, Z m. 2 V. 20. $B\Theta$, BH] P; $B\Theta$, HB F m. 1; BH, ΘB F m. 2; BH, $B\Theta$ BVp. τετμήσθωσαν δίχα p. τετμήσθωσαν P. 21. $B\Theta$, BH] BF, V m. 2; BH, $B\Theta$ Pp, V m. 1.

πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσαι αἱ ΚΓ, ΛΜ διήχθωσαν ἐπὶ τὰ Α, Ε σημεῖα.

Ἐπεὶ οὖν ἐν κύκλῳ τῷ ΑΒΓ εὐθεῖά τις ἡ ΑΓ εὐθεῖάν τινα τὴν ΒΘ δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, ἐπὶ τῆς ΑΓ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου. πάλιν, ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τῷ αὐτῷ τῷ ΑΒΓ εὐθεῖά τις ἡ ΝΞ εὐθεῖάν τινα τὴν ΒΗ δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, ἐπὶ τῆς ΝΞ ἄρα ἐστὶ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ, καὶ κατ' οὐδὲν συμβάλλουσιν αἱ ΑΓ, ΝΞ εὐθεῖαι ἢ κατὰ τὸ Ο· τὸ Ο ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου κέντρον ἐστὶ τὸ Ο· δύο ἄρα κύκλων τεμνόντων ἀλλήλους τῶν ΑΒΓ, ΔΕΖ τὸ αὐτό ἐστι κέντρον τὸ Ο· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιαʹ.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

Δύο γὰρ κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΑΔΕ ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων ἐντὸς κατὰ τὸ Α σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τοῦ

---

1. *ΚΓ, ΛΜ*] litt. *Γ, Λ* in ras. m. 2 F; *ΚΛ, ΓΜ* V, sed corr. m. 1. 2. *Α, Ε*] in ras. p; *ΛΕ, ΗΑ* P. 3. *τῷ*] e corr. V m. 2. 4. *δίχα τε* BVp. *καί*] supra m. 2 F. 7. *δίχα τέμνει καὶ πρὸς ὀρθὰς* p. Ante *ὀρθάς* ras. 1 litt. V. 8. *τὸ κέντρον ἐστί* BVp. 9. *καί*] (prius) m. 2 V. 10. *εὐθεῖαι*] om. p. *ἤ*] P, F m. 1; *ἀλλήλαις ἤ* BVp, F m. 2.

lares ducantur *ΚΓ*, *ΔΜ* et educantur ad *Δ*, *Ε* puncta. iam quoniam in circulo *ΑΒΓ* recta aliqua *ΑΓ* aliam rectam *ΒΘ* in duas partes aequales et ad angulos rectos secat, in *ΑΓ* erit centrum circuli *ΑΒΓ* [prop. I coroll.]. rursus quoniam in circulo eodem *ΑΒΓ* recta quaedam *ΝΞ* aliam rectam *ΒΗ* in duas partes aequales et ad angulos rectos secat, in *ΝΞ* erit centrum circuli *ΑΒΓ* [id.]. sed demonstratum est, idem in *ΑΓ* esse, nec usquam concurrunt rectae *ΑΓ*, *ΝΞ* excepto puncto *Ο*. *Ο* igitur centrum est circuli *ΑΒΓ*. similiter demonstrabimus, *Ο* etiam circuli *ΔΕΖ* centrum esse. itaque duo circuli inter se secantes *ΑΒΓ*, *ΔΕΖ* idem habent centrum *Ο*; quod fieri non potest [prop. V].

Ergo circulus circulum non secat in pluribus punctis quam duobus; quod erat demonstrandum.

XI.

Si duo circuli intra contingunt inter se, et sumpta erunt centra eorum, recta centra eorum coniungens producta etiam[1]) in punctum contactus circulorum cadet.

nam duo circuli *ΑΒΓ*, *ΑΔΕ* intra contingant inter se in *Α* puncto, et sumatur circuli *ΑΒΓ* cen-

1) Minus recte in B post *ἐκβαλλομένη* interpungitur; quamquam usus Euclidis potius *ἐκβαλλομένη καί* postulat; *καί* deleuit Gregorius.

13. *δύο ἄρα* — 14. *τὸ Ο*] om. P. 14. *ἐστίν*] om. p. 17. *ἢ δύο*] om. P. Sequitur alia demonstratio, u. appendix. 18. *ια'*] om. φ. 19. *ἐντός*] mg. m. 1 P. 20. *καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα*] om. B. 21. *καί*] om. V. 22. *πεσεῖται*] litt. *σειτ-* in ras. m. 2 V. 24. *ἁπτέσθωσαν* Theon (BF Vp).

μὲν *ΑΒΓ* κύκλου κέντρον τὸ *Ζ*, τοῦ δὲ *ΑΔΕ* τὸ *Η*· λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ *Η* ἐπὶ τὸ *Ζ* ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ *Α* πεσεῖται.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ὡς ἡ *ΖΗΘ*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΑΖ*, *ΑΗ*.

Ἐπεὶ οὖν αἱ *ΑΗ*, *ΗΖ* τῆς *ΖΑ*, τουτέστι τῆς *ΖΘ*, μείζονές εἰσιν, κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ *ΖΗ*· λοιπὴ ἄρα ἡ *ΑΗ* λοιπῆς τῆς *ΗΘ* μείζων ἐστίν. ἴση δὲ ἡ *ΑΗ* τῇ *ΗΔ*· καὶ ἡ *ΗΔ* ἄρα τῆς *ΗΘ* μείζων ἐστὶν ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ *Ζ* ἐπὶ τὸ *Η* ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐκτὸς πεσεῖται· κατὰ τὸ *Α* ἄρα ἐπὶ τῆς συναφῆς πεσεῖται.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, [καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα], ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα [καὶ ἐκβαλλομένη] ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐκτός, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Δύο γὰρ κύκλοι οἱ *ΑΒΓ*, *ΑΔΕ* ἐφαπτέσθωσαν ἀλλήλων ἐκτὸς κατὰ τὸ *Α* σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν *ΑΒΓ* κέντρον τὸ *Ζ*, τοῦ δὲ *ΑΔΕ* τὸ *Η*· λέγω,

---

1. μέν] om. B. τὸ κέντρον τό P. 3. *Α* σημεῖον FV, P m. rec. 4. *ΖΗΘ*] *ΖΘ* F, *Η* supra scr. m. 2. 6. αἱ] ἡ P. *ΖΑ*] in ras. m. 1 V. τῆς *ΖΑ*] mg. m. 1 P. τουτέστιν P. 7. εἰσιν] P; εἰσι uulgo. *ΖΗ*] *Η* in ras. V. 8. ἴση δέ — 9. ἐστιν] mg. m. 2 B (ἐστι). ἴση δὲ ἡ *ΑΗ* τῇ *ΗΔ*] in ras. p. *ΑΗ*] PB, F m. 1, V m. 1; *ΔΗ* p, F m. 2, V m. 2. 9. *ΗΔ*] PB, F m. 1, V m. 1; *ΔΗ* p, F m. 2, V m. 2. ἐλάσσων Fp. 10. ἐστίν] PF; om. BVp. ἡ] supra m. 1 P. 11. Post ἐκτός add. τῆς κατὰ τὸ *Α* συναφῆς Theon (BFVp),

trum Z, circuli autem $A\Delta E$ centrum H [prop. I]. dico, rectam H, Z coniungentem productam in A casuram esse.

ne cadat enim, sed si fieri potest, cadat ut $ZH\Theta$ et ducantur AZ, AH. iam quoniam

$$AH + HZ > ZA \text{ [I, 20]},$$



h. e. $AH + HZ > Z\Theta$, subtrahatur, quae communis est, ZH. itaque $AH > H\Theta$. sed $AH = H\Delta$. itaque etiam $H\Delta > H\Theta$, minor maiore; quod fieri non potest. itaque recta Z, H coniungens extra non cadet. quare in A in punctum contactus cadet.

Ergo si duo circuli intra contingunt inter se, et sumpta erunt centra eorum, recta centra eorum coniungens producta etiam in punctum contactus circulorum cadet; quod erat demonstrandum.

XII.

Si duo circuli extrinsecus contingunt inter se, recta centra eorum coniungens per punctum contactus ibit.

nam duo circuli $AB\Gamma$, $A\Delta E$ extrinsecus contingant inter se in puncto A, et sumatur circuli $AB\Gamma$ centrum Z, circuli autem $A\Delta E$ centrum H [prop. I].

P m. rec. 12. *κατὰ τὸ A ἄρα ἐπὶ τῆς συναφῆς πεσεῖται*] P; *ἐπ' αὐτῆς ἄρα* p; *ἐπ' αὐτῆς* B, *ἄρα* add. m. 2; *ἐπ' αὐτὴν ἄρα* V; *ἐπ' αὐτοῖς ἄρα* F. 13. *ἐφάπτωνται*] *ἅπτωνται* PB, et F, sed *ἐφ-* supra m. 1. 14. *καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα*] mg. m. 2 F; om. PVp. 15. *καὶ ἐκβαλλομένη*] om. PFp. 16. *τῶν κύκλων*] om. p. Seq. alia demonstratio; u. appendix. 17. *ιβ'*] om. φ. 18. *ἅπτωνται* Theon (BFVp). 19. *εὐθεῖα διά* BV, F m. 2. 23. *ABΓ*] e corr. F. Dein *κύκλου* add. pφ, V m. 2.

ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸ Η ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἐρχέσθω ὡς ἡ ΖΓΔΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΑΗ.

Ἐπεὶ οὖν τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΖΑ τῇ ΖΓ. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΔΕ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΑ τῇ ΗΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΖΑ τῇ ΖΓ ἴση· αἱ ἄρα ΖΑ, ΑΗ ταῖς ΖΓ, ΗΔ ἴσαι εἰσίν· ὥστε ὅλη ἡ ΖΗ τῶν ΖΑ, ΑΗ μείζων ἐστίν· ἀλλὰ καὶ ἐλάττων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὸ Η ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα διὰ τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς οὐκ ἐλεύσεται· δι' αὐτῆς ἄρα.

Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐκτός, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη [εὐθεῖα] διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάν τε ἐντὸς ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται.

Εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ ΑΒΓΔ κύκλου τοῦ ΕΒΖΔ ἐφαπτέσθω πρότερον ἐντὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἓν τὰ Δ, Β.

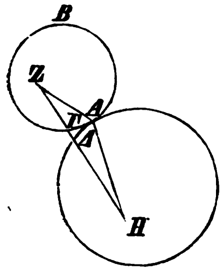
---

2. κατὰ τὸ Α] supra m. 2 V. 4. ΑΖ] ΖΑ P. 6. ΖΑ] Α V. 8. ΑΗ F. Ante ΗΔ 1 litt. eras. F. 9. ΖΓ] Ζ V, corr. ex Γ m. 1. ΗΔ] ΔΗ Pp. 10. ἐλάττων] ἐλάσσων F; ἡ ἐλάττων V. 11. ἐστίν] om. p. τοῦ] τό B. 12. Η] Μ φ (non F). 13. αὐτήν φ. ἄρα] om. B. 14. Ἐάν] ἄν V. 15. ἡ ἐπί] in ras. m. 2 V. εὐθεῖα διά] PBFV. 14. ἐὰν ἄρα — 16. ἐλεύσεται] om. p. 16. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] :~ BF. 17. ιγ'] ιε' F; corr. m. 2.

dico, rectam Z, H coniungentem per punctum contactus A ire.

ne eat enim, sed si fieri potest, cadat ut $Z\Gamma\Delta H$, et ducantur AZ, AH. iam quoniam Z punctum centrum est circuli $AB\Gamma$, erit $ZA = Z\Gamma$. rursus quoniam H punctum centrum est circuli $A\Delta E$, erit

$$AH = H\Delta.$$



sed demonstratum est, etiam $ZA = Z\Gamma$. itaque

$$ZA + AH = Z\Gamma + H\Delta.$$

quare $ZH > ZA + AH$. uerum etiam $ZH < ZA + AH$ [I, 20]; quod fieri non potest. itaque recta Z, H coniungens extra punctum contactus A non ibit. quare per A ibit.

Ergo si duo circuli extrinsecus contingunt inter se recta centra eorum coniungens per punctum contactus ibit; quod erat demonstrandum.

XIII.

Circulus circulum non contingit in pluribus punctis quam in uno, siue intra siue extrinsecus contingit.

nam si fieri potest, circulus $AB\Gamma\Delta$ circulum $EBZ\Delta$ prius intra contingat in pluribus punctis quam

---

18. οὐκ] supra m. 2 PV. κατὰ τά V, sed corr. 19. ἐντός] ἐντὸς ἐφάπτηται P; ἐκτός B et V m. 2 (ἐντός m. 1). ἐκτός] ἐντός BV. 20. ἐφάπτηται] om. P. 21. $AB\Gamma\Delta$] $AB\Gamma$ lac. 1 litt. φ. 22. EZ, $Z\Delta$ P, corr. m. rec. ἀπτέσθω Bp et F m. 1 (corr. m. 2). 23. Δ, B] B, Δ Pp.

Καὶ εἰλήφθω τοῦ μὲν ΑΒΓΔ κύκλου κέντρον τὸ Η, τοῦ δὲ ΕΒΖΔ τὸ Θ.

Ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Η ἐπὶ τὸ Θ ἐπιζευγνυμένη ἐπὶ τὰ Β, Δ πεσεῖται. πιπτέτω ὡς ἡ ΒΗΘΔ. καὶ ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΗ τῇ ΗΔ· μείζων ἄρα ἡ ΒΗ τῆς ΘΔ· πολλῷ ἄρα μείζων ἡ ΒΘ τῆς ΘΔ. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Θ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΕΒΖΔ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΘ τῇ ΘΔ· ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῷ μείζων· ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα κύκλος κύκλου ἐφάπτεται ἐντὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἕν.

Λέγω δή, ὅτι οὐδὲ ἐκτός.

Εἰ γὰρ δυνατόν, κύκλος ὁ ΑΓΚ κύκλου τοῦ ΑΒΓΔ ἐφαπτέσθω ἐκτὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἓν τὰ Α, Γ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΓ.

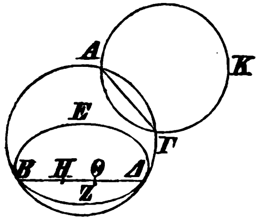
Ἐπεὶ οὖν κύκλων τῶν ΑΒΓΔ, ΑΓΚ εἴληπται ἐπὶ τῆς περιφερείας ἑκατέρου δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Α, Γ, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς ἑκατέρου πεσεῖται· ἀλλὰ τοῦ μὲν ΑΒΓΔ ἐντὸς ἔπεσεν, τοῦ δὲ ΑΓΚ ἐκτός· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα κύκλος κύκλου ἐφάπτεται ἐκτὸς κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ ἕν. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐντός.

Κύκλος ἄρα κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα

---

1. *ΑΒΓΔ*] P, F in ras., V m. 2 (*Δ* in ras.), p m. 2; *ΑΒΓ* B, V m. 1, p m. 1. 3. *Θ*] in ras. F. *ἐπί*] PB, F m. 1; *εὐθεῖα ἐπί* Vp, F m. 2. 4. *πιπτετῶ* (σ supra) φ. 6. *ΒΗ*] (alt.) *ΔΗ* P, corr. m. rec. *τῆς*] corr. ex *τῇ* m. 2 P. *ΘΔ*] post ras. 1 litt., *Δ* postea insert. m. 1 V. 8. *ἐστὶν ἴση* V. 9. *ὅπερ ἐστίν* F. 12. *δή*] m. 2 V. 13. *δυνατὸν γάρ* p. *ΑΓΚ*] *ΑΚΓ* Fp, *ΑΓΚΑ* B, P m. 2. *ΑΒΔΓ* Bp; *ΔΓ* litt. in ras. V, eras. F. *ΑΓΚ*] *ΑΚΓ* p, *ΑΓΚΑ* B, P m. 2, V in ras. m. 2. 17. *δύο*] supra scr. m. 1 F. *τὰ Α — 18: σημεῖα*] mg. m. 1 P. 18. *ἡ ἄρα* P. *τὰ αὐτά* B. 19. *ΑΒΔΓ*

uno *Δ*, *B*. et sumatur circuli *ΑΒΓΔ* centrum *H*, circuli autem *ΕΒΖΔ* centrum *Θ*.



itaque recta *H*, *Θ* coniungens in *B*, *Δ* cadet [prop. XI]. cadat ut *ΒΗΘΔ*. et quoniam *H* punctum centrum est circuli *ΑΒΓΔ*, erit $BH = H\Delta$. itaque $BH > \Theta\Delta$. quare multo magis $B\Theta > \Theta\Delta$.

rursus quoniam *Θ* punctum centrum est circuli *ΕΒΖΔ*, erit $B\Theta = \Theta\Delta$. sed demonstratum est, eandem multo maiorem esse; quod fieri non potest. itaque circulus circulum intra non contingit in pluribus punctis quam uno.

dico igitur, ne extrinsecus quidem hoc fieri. nam si fieri potest, circulus *ΑΓΚ* circulum *ΑΒΓΔ* extrinsecus contingat in pluribus punctis quam uno *Α*, *Γ*, et ducatur *ΑΓ*. iam quoniam in ambitu utriusque circuli *ΑΒΓΔ*, *ΑΓΚ* duo quaelibet puncta sumpta sunt *Α*, *Γ*, recta ea coniungens intra utrumque cadet [prop. II]. sed intra circulum *ΑΒΓΔ* et extra circulum *ΑΓΚ* cecidit [def. 3]; quod absurdum est. itaque circulus circulum extrinsecus non contingit in pluribus punctis quam uno. demonstratum autem, ne intra quidem hoc fieri.

Ergo circulus circulum non contingit in pluribus

Fp. ἔπεσε Vp. 20. *ΑΓΚ*] *Κ* in ras. m. 1 P. 21. ἐφάψεται B, V supra scr. m. 2. 23. οὐκ] supra scr. F. ἐφάψεται BF, V e corr. m. 2.

σημεῖα ἢ [καθ᾽] ἕν, ἐάν τε ἐντὸς ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδʹ.

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου, καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ ἴσαι εὐθεῖαι ἔστωσαν αἱ ΑΒ, ΓΔ· λέγω, ὅτι αἱ ΑΒ, ΓΔ ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου καὶ ἔστω τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὰς ΑΒ, ΓΔ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΕΖ, ΕΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΕ, ΕΓ.

Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΕΖ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν ΑΒ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει. ἴση ἄρα ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ· διπλῆ ἄρα ἡ ΑΒ τῆς ΑΖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΓΔ τῆς ΓΗ ἐστι διπλῆ· καί ἐστιν ἴση ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΖ τῇ ΓΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΓ, ἴσον καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΓ. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΕ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΑΖ, ΕΖ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Ζ γωνία· τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΕΓ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΓ· ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Η γωνία· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΖ, ΖΕ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ

---

1. καθ᾽] om. PBFVp. ἐντός] ἐκτός BV. ἐκτός] ἐντός BV. Post ἐντός in F est ἤ. 2. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] :∼ BF, om. P. 3. ιδʹ] ιϛʹ F; corr. m. 2. 4. ἐν] inter ε et ν 1 litt. eras. P. 7. ΑΒΔΓ p. 8. ὅτι αἱ ΑΒ, ΓΔ] P; ὅτι Theon (BFVp). 10. ΑΒΔΓ p. 12. αἱ ΕΖ — ἐπεζεύχθωσαν] mg. m. 1 P. 13. ΑΕ] litt. Α in ras. m. 2 V. ΕΓ] ΓΕ Pp. 16. τέμνει] (alt.) τεμεῖ FV. ΖΒ] ΒΖ P, ΖΘ φ (non F). 18. ἐστι]

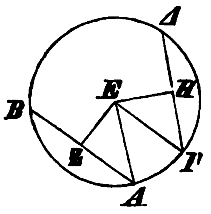
punctis quam in uno, siue intra siue extrinsecus contingit; quod erat demonstrandum.

XIV.

In circulo aequales rectae aequali spatio a centro distant, et aequali spatio distantes a centro inter se aequales sunt.

Sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et in eo aequales rectae sint $AB, \Gamma\Delta$. dico, $AB, \Gamma\Delta$ aequali spatio a centro distare.

sumatur enim centrum circuli $AB\Gamma\Delta$ [prop. I], et sit E, et ab E ad AB, $\Gamma\Delta$ perpendiculares ducantur EZ, EH, et ducantur AE, $E\Gamma$.



iam quoniam recta quaedam per centrum ducta EZ aliam rectam non per centrum ductam AB ad angulos rectos secat, etiam in duas partes aequales eam secat [prop. III]. itaque $AZ = ZB$. ergo $AB = 2\ AZ$. eadem de causa erit etiam $\Gamma\Delta = 2\ \Gamma H$. et

$$AB = \Gamma\Delta.$$

itaque etiam $AZ = \Gamma H$.[1]) et quoniam $AE = E\Gamma$, erit $AE^2 = E\Gamma^2$. uerum $AZ^2 + EZ^2 = AE^2$ (nam angulus ad Z positus rectus est) [I, 47], et

$$EH^2 + H\Gamma^2 = E\Gamma^2$$

(nam angulus ad H positus rectus est) [id.]. quare

---

1) I κοιν. ἔνν. 6, quae cum genuina non sit, Euclides usus erat I κοιν. ἔνν. 3.

ἔστιν B. 19. ἐπεί] ἐπί φ (non F). 20. AE] mutat. in ΓE V, m. 2, ΓE in ras. B; eras. F, in quo seq. γωνον (post lacun.) τριγώνῳ. $E\Gamma$] AE B et e corr. V; in F euan. 21. μέν] om. B. ἴσα ἐστί B. EZ] ZE Pp. 23. ἴσα ἐστί B. $H\Gamma$] corr. ex ΓH V. H] Z φ (non F). 24. ἐστίν P.

τῶν ΓΗ, ΗΕ, ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΗ· ἴση γάρ ἐστιν ἡ ΑΖ τῇ ΓΗ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ ἴσον ἐστίν· ἴση ἄρα ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ. ἐν δὲ κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσιν· αἱ ἄρα ΑΒ, ΓΔ ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου.

Ἀλλὰ δὴ αἱ ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖαι ἴσον ἀπεχέτωσαν ἀπὸ τοῦ κέντρου, τουτέστιν ἴση ἔστω ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξομεν, ὅτι διπλῆ ἐστιν ἡ μὲν ΑΒ τῆς ΑΖ, ἡ δὲ ΓΔ τῆς ΓΗ· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΓΕ, ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΕ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΕ· ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς ΑΕ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΕΖ, ΖΑ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΓΕ ἴσα τὰ ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΓ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΕΖ, ΖΑ ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΓ· ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ ἐστιν ἴσον· ἴση γὰρ ἡ ΕΖ τῇ ΕΗ· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΑΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΗ· ἴση ἄρα ἡ ΑΖ τῇ ΓΗ· καί ἐστι τῆς μὲν ΑΖ διπλῆ ἡ ΑΒ, τῆς δὲ ΓΗ διπλῆ ἡ ΓΔ· ἴση ἄρα ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Ἐν κύκλῳ ἄρα αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου, καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

3. τῷ] P, V m. 1; λοιπῷ τῷ BFp, V m. 2. Ante τῷ in V est ἴσον ἐστί. ἴσον ἐστίν] om. V, ἐστιν ἴσον Pp. ἄρα καὶ ἡ P. 4. ΕΖ] ΖΕ P. 5. αἱ] om. p. 8. ἀλλὰ δή] πάλιν Bp. 9. ΕΖ] corr. ex ΑΖ m. 2 P. 10. ἐστίν P. 11. ὁμοίως δή BFp. 13. ἐστί] om. BV, καί p, ἐστίν P. 14. ἀλλά] m. 2 V. 15. ἐστίν P. 17. ἴσα] ἴσαι φ. ἐστίν P. τὸ ἀπὸ τῆς] mg. m. 2 V. 18. ΕΖ] P, F m. 1; ΕΗ Bp, F m. 2, V mg. m. 2. Deinde in p seq. ἴσον ἐστί. τῷ]

$$AZ^2 + ZE^2 = \Gamma H^2 + HE^2.$$

sed $AZ^2 = \Gamma H^2$; nam $AZ = \Gamma H$. itaque

$$ZE^2 = EH^2.$$

quare $EZ = EH$. in circulo autem aequali spatio a centro distare dicuntur rectae, si rectae a centro ad eas perpendiculares ductae aequales sunt [def. 4]. ergo AB, $\Gamma\Delta$ aequali spatio distant a centro.

Uerum rectae AB, $\Gamma\Delta$ aequali spatio distent a centro, h. e. sit $EZ = EH$. dico, esse $AB = \Gamma\Delta$.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus esse $AB = 2\ AZ$, $\Gamma\Delta = 2\ \Gamma H$. et quoniam

$$AE = \Gamma E,$$

erit etiam $AE^2 = \Gamma E^2$. uerum

$$EZ^2 + ZA^2 = AE^2 \text{ [I, 47]},$$

et $EH^2 + H\Gamma^2 = \Gamma E^2$ [id.]. itaque

$$EZ^2 + ZA^2 = EH^2 + H\Gamma^2.$$

sed $EZ^2 = EH^2$; nam $EZ = EH$. itaque

$$AZ^2 = \Gamma H^2.$$

quare $AZ = \Gamma H$. et erat

$$AB = 2\ AZ,\ \Gamma\Delta = 2\ \Gamma H.$$

ergo $AB = \Gamma\Delta$.[1])

Ergo in circulo aequales rectae aequali spatio a centro distant, et aequali spatio distantes a centro inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

---

1) I *κοιν. ἐνν.* 5. Euclides ad I *κοιν. ἐνν.* 2 prouocare poterat.

---

corr. ex *τό* m. 2 V. *EH*] P, F m. 1; *EZ* BVp, F m. 2. *ἐστιν ἴσον*] PBF; om. p; *ἴσον ἐστί* V. Deinde seq. in V: *τῷ ἀπὸ τῆς EH* punctis deletum (itaque V a m. prima habuit idem quod P). *EZ*] *ZE* p. 19. *ἐστίν* P. 20. *ἄρα*] corr. ex *γάρ* m. 2 V. *ἐστίν* P. 21. *ἡ*] (prius) supra m. 1 V. *ΓΔ*] *ΑΔ* φ (non F). 23. *αἱ*] om. P. 25. *ἀλλήλοις* P.

ιε'.

Ἐν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἡ διάμετρος τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ ΑΔ, κέντρον δὲ τὸ Ε, καὶ ἔγγιον μὲν τῆς ΑΔ διαμέτρου ἔστω ἡ ΒΓ, ἀπώτερον δὲ ἡ ΖΗ· λέγω, ὅτι μεγίστη μέν ἐστιν ἡ ΑΔ, μείζων δὲ ἡ ΒΓ τῆς ΖΗ.

Ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ Ε κέντρου ἐπὶ τὰς ΒΓ, ΖΗ κάθετοι αἱ ΕΘ, ΕΚ. καὶ ἐπεὶ ἔγγιον μὲν τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ ΒΓ, ἀπώτερον δὲ ἡ ΖΗ, μείζων ἄρα ἡ ΕΚ τῆς ΕΘ. κείσθω τῇ ΕΘ ἴση ἡ ΕΛ, καὶ διὰ τοῦ Λ τῇ ΕΚ πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσα ἡ ΛΜ διήχθω ἐπὶ τὸ Ν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΜΕ, ΕΝ, ΖΕ, ΕΗ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΕΘ τῇ ΕΛ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΜΝ. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΕ τῇ ΕΜ, ἡ δὲ ΕΔ τῇ ΕΝ, ἡ ἄρα ΑΔ ταῖς ΜΕ, ΕΝ ἴση ἐστίν. ἀλλ' αἱ μὲν ΜΕ, ΕΝ τῆς ΜΝ μείζονές εἰσιν [καὶ ἡ ΑΔ τῆς ΜΝ μείζων ἐστίν], ἴση δὲ ἡ ΜΝ τῇ ΒΓ· ἡ ΑΔ ἄρα τῆς ΒΓ μείζων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΜΕ, ΕΝ δύο ταῖς ΖΕ, ΕΗ ἴσαι εἰσίν, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΜΕΝ γωνίας τῆς ὑπὸ ΖΕΗ μείζων [ἐστίν], βάσις ἄρα ἡ ΜΝ βάσεως τῆς ΖΗ μείζων ἐστίν. ἀλλὰ

---

1. ιζ' eras. F. 2. μέν ἐστιν BVp. 3. δέ] δ' Bp. ἔγγειον P, sed corr., ut lin. 6. 10. τῆς διὰ τοῦ V. ἀπωτέρω p. 5. ἔστω] om. p. 7. Post διαμέτρου ras. 3 litt. F. 9. Ε] supra m. 2 V. 12. ΕΘ. κείσθω τῇ ΕΘ] mg. m. 2 V. καὶ κείσθω B. ἴση ἡ ΕΛ] in ras. ante lacunam 4 litt. V. 14. ΕΜ BVp. ΕΖ p. ΗΕ P. 15. ἐστί] ἐστίν PBF. 16. μέν] m. 2 V. 17. ΕΔ] Δ m. 2 V. ΕΝ] (alt.) Ν e corr. V m. 2. 18. ἀλλά P. μέν] om. BVp. ΕΝ, ΕΜ F; ΕΜ, ΕΝ p. μείζους p. εἰσιν] PBF; εἰσι Vp. 19. ἄρα τῆς p. ἐστί V. ἴση δὲ ἡ — 20: μείζων

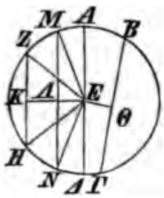
XV.

In circulo maxima est diametrus, ceterarum autem proxima quaeque centro remotiore maior est.

Sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et diametrus eius sit $A\Delta$, centrum autem E, et diametro $A\Delta$ propior sit $B\Gamma$, remotior autem ZH. dico, maximam esse $A\Delta$, et

$$B\Gamma > ZH.$$

ducantur enim a centro E ad $B\Gamma$, ZH perpendiculares $E\Theta$, EK. et quoniam $B\Gamma$ centro propior est, remotior autem ZH, erit $EK > E\Theta$ [def. 4]. ponatur $E\Lambda = E\Theta$, et per Λ ad EK perpendicularis ducta ΛM educatur ad N, et ducantur ME, EN, ZE, EH. et quoniam $E\Theta = E\Lambda$, erit etiam $B\Gamma = MN$ [prop. XIV]. rursus quoniam $AE = EM$ et $E\Delta = EN$, erit $A\Delta = ME + EN$. sed



$$ME + EN > MN \text{ [I, 20]},$$

et $MN = B\Gamma$. itaque[1] $A\Delta > B\Gamma$. et quoniam duae rectae ME, EN duabus ZE, EH aequales sunt, et

$$\angle MEN > ZEH,$$

erit $MN > ZH$ [I, 24]. sed demonstrandum est

1) Cum ἄρα lin. 19 in deterrimo solo codice seruatum sit, coniecturae deberi uidetur; quare puto, uerba καὶ ἡ ΑΔ τῆς ΜΝ μείζων ἐστίν glossema antiquum esse. idem de uerbis καὶ ἡ ΒΓ τῆς ΖΗ μείζων ἐστίν p. 208, 1–2 iudico.

ἐστίν] om. BVp. 20. τῆς] τῆι F. 21. ΜΕ] ΕΜ p. εἰσίν] PF; εἰσί uulgo. 22. ἐστίν] om. P; comp. Fp; ἐστι BV. 23. ἀλλ' F.

ἡ *ΜΝ* τῇ *ΒΓ* ἐδείχθη ἴση [καὶ ἡ *ΒΓ* τῆς *ΖΗ* μείζων ἐστίν]. μεγίστη μὲν ἄρα ἡ *ΑΔ* διάμετρος, μείζων δὲ ἡ *ΒΓ* τῆς *ΖΗ*.

Ἐν κύκλῳ ἄρα μεγίστη μέν ἐστιν ἡ διάμετρος, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιϛ'.

Ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται, καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν, ἡ δὲ λοιπὴ ἐλάττων.

Ἔστω κύκλος ὁ *ΑΒΓ* περὶ κέντρον τὸ *Δ* καὶ διάμετρον τὴν *ΑΒ*· λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ *Α* τῇ *ΑΒ* πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, πιπτέτω ἐντὸς ὡς ἡ *ΓΑ*, καὶ ἐπεζεύχθω η *ΔΓ*.

Ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ *ΔΑ* τῇ *ΔΓ*, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ *ΔΑΓ* γωνίᾳ τῇ ὑπὸ *ΑΓΔ*. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ *ΔΑΓ*· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ *ΑΓΔ*· τριγώνου δὴ τοῦ *ΑΓΔ* αἱ δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ *ΔΑΓ*, *ΑΓΔ* δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ

XVI. Eutocius in Apollonium p. 44. 59.

---

1. ἐδείχθη] in ras. V. *ΒΓ*] *ΓΒ* B; *ΒΓ* ἄρα p. 2. ἐστί BV. μέν] m. 2 V. 4. δέ] δ' BF. 5. αἰεί FV. ἔγγειον P, sed corr. τοῦ κέντρου] τῆς διαμέτρου P. 7. ιϛ'] ιη' F; corr. m. 2. 9. ἀγομένη εὐθεῖα F et B m. rec.

$MN = B\Gamma$. itaque maxima est diametrus $A\Delta$, et

$$B\Gamma > ZH.$$

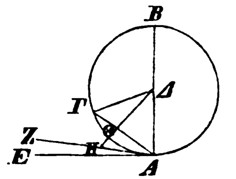
Ergo in circulo maxima est diametrus, ceterarum autem proxima quaeque centro remotiore maior est; quod erat demonstrandum.

XVI.

Recta, quae ad diametrum circuli in termino perpendicularis erigitur, extra circulum cadet, nec in spatium inter rectam et ambitum ulla alia recta interponetur, et angulus semicirculi quouis acuto angulo rectilineo maior est, reliquus autem minor.

Sit circulus $AB\Gamma$ circum centrum Δ et diametrum AB descriptus. dico, rectam ad AB in A termino perpendicularem erectam extra circulum cadere.

ne cadat enim, sed, si fieri potest, intra cadat ut $A\Gamma$, et ducatur $\Delta\Gamma$. quoniam $\Delta A = \Delta\Gamma$, erit etiam



$\angle \Delta A\Gamma = A\Gamma\Delta$ [I,5]. uerum $\angle \Delta A\Gamma$ rectus est. itaque etiam $\angle A\Gamma\Delta$ rectus. ergo trianguli $A\Gamma\Delta$ duo anguli $\Delta A\Gamma + A\Gamma\Delta$ duobus rectis aequales sunt; quod fieri non potest [I, 17]. itaque recta ad BA in

---

12. *πάσης* B. 13. *ἐστίν*] *ἔσται* in ras. V. 16. *AB*] (prius) inter *A* et *B* 1 litt. eras. in V. 19. *ὡς*] supra m. 2 F. *AΓ* p. 21. *ἐπεί*] *ἐπεὶ οὖν* p, ante *ἐπεί* add. *καί* m. 2 FV. *ἴση ἐστί*] om. P. *γωνία*] om. BVp. 22. *AΓΔ ἐστιν ἴση* P. 23. *ΔAΓ*] *Δ* eras. p. *ἄρα*] om. B. *ἡ*] supra m. 1 F. *τριγώνου δὴ τοῦ AΓΔ αἱ δύο γωνίαι αἱ*] P (*AΓ* pro *AΓΔ*); *αἱ ἄρα* Theon? (BFVp; *ἄρα* et seq. *ὑπό* supra m. 2 F). 24. *δυσίν* V. 25. *εἰσιν ἴσαι* B. *ἐστίν*] om. p. *τοῦ*] om. V.

Α σημείου τῇ *ΒΑ* πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἐπὶ τῆς περιφερείας· ἐκτὸς ἄρα.

Πιπτέτω ὡς ἡ *ΑΕ*· λέγω δή, ὅτι εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε *ΑΕ* εὐθείας καὶ τῆς *ΓΘΑ* περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται.

Εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπιπτέτω ὡς ἡ *ΖΑ*, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ *Δ* σημείου ἐπὶ τὴν *ΖΑ* κάθετος ἡ *ΔΗ*. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ *ΑΗΔ*, ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ἡ ὑπὸ *ΔΑΗ*, μείζων ἄρα ἡ *ΑΔ* τῆς *ΔΗ*. ἴση δὲ ἡ *ΔΑ* τῇ *ΔΘ*· μείζων ἄρα ἡ *ΔΘ* τῆς *ΔΗ*, ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.

Λέγω, ὅτι καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία ἡ περιεχομένη ὑπό τε τῆς *ΒΑ* εὐθείας καὶ τῆς *ΓΘΑ* περιφερείας ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν, ἡ δὲ λοιπὴ ἡ περιεχομένη ὑπό τε τῆς *ΓΘΑ* περιφερείας καὶ τῆς *ΑΕ* εὐθείας ἁπάσης γωνίας ὀξείας εὐθυγράμμου ἐλάττων ἐστίν.

Εἰ γὰρ ἐστί τις γωνία εὐθύγραμμος μείζων μὲν τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς *ΒΑ* εὐθείας καὶ τῆς *ΓΘΑ* περιφερείας, ἐλάττων δὲ τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς *ΓΘΑ* περιφερείας καὶ τῆς *ΑΕ* εὐθείας, εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε *ΓΘΑ* περιφερείας καὶ τῆς *ΑΕ* εὐθείας εὐθεῖα παρεμπεσεῖται, ἥτις ποιήσει μείζονα μὲν τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς *ΒΑ* εὐθείας καὶ τῆς *ΓΘΑ* περιφερείας ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένην,

1. ἀπ' ἄκρας ἀγομένη p. 2. οὐδέ BFp. 4. δή] om. V. 4. *ΓΘΑ*] corr. ex *ΓΒΑ* m. 2 V. 6. οὐκ ἐμπεσεῖται F; παρ- add. m. 2. 7. παρεπιπτέτω, add. μ m. 1, F. ἡ]

Α puncto perpendicularis erecta intra circulum non cadet. similiter demonstrabimus, eam ne in ambitum quidem cadere. extra igitur cadet.

cadat ut *ΑΕ*. dico, in spatium inter rectam *ΑΕ* et ambitum *ΓΘΑ* aliam rectam interponi non posse.

nam, si fieri potest, interponatur ut *ΖΑ*, et a *Δ* puncto ad *ΖΑ* perpendicularis ducatur *ΔΗ*. et quoniam ∟ *ΑΗΔ* rectus est, et ∟ *ΔΑΗ* minor recto, erit $ΑΔ > ΔΗ$ [I, 19]. sed $ΔΑ = ΔΘ$. ergo $ΔΘ > ΔΗ$, minor maiore; quod fieri non potest. itaque in spatium inter rectam et ambitum positum alia recta non interponetur.

dico etiam, angulum semicirculi recta *ΒΑ* et arcu *ΓΘΑ* comprehensum quouis acuto angulo rectilineo maiorem esse, reliquum autem arcu *ΓΘΑ* et recta *ΑΕ* comprehensum quouis acuto angulo rectilineo minorem esse.

nam si quis erit angulus rectilineus angulo comprehenso recta *ΒΑ* et arcu *ΓΘΑ* maior, et idem minor angulo comprehenso arcu *ΓΘΑ* et recta *ΑΕ*, in spatium inter arcum *ΓΘΑ* et rectam *ΑΕ* positum recta interponetur, quae angulum efficiat rectis comprehensum maiorem angulo comprehenso recta *ΒΑ* et arcu *ΓΘΑ* et alium minorem angulo comprehenso arcu

---

in ras. m. 2 V. 9. *ἐλάσσων* p. 10. *ΔΑ*] *ΑΔ* P. 11. *τῇ*] *τῆς* φ. *ΔΘ*] *Θ* in ras. p. *ἄρα*] *ἄρα καί* p. *ἐλάσσων* pφ. 12. *ἐστίν*] om. Bp. 13. *τε*] om. V. 16. *τε*] om. BVp. *ΓΘΑ*] *Γ* om. B; m. 2 V. 17. *ὀξείας γωνίας* p. 18. *ἤ*] (alt.) om. P, m. rec. B. *τε*] om. Bp. 19. *ὀξείας γωνίας* p. *ὀξείας*] om. B; m. 2 V. 21. *ἐστιν* P. *τις*] om. p; m. rec. B. 22. *τε*] om. p. *ΒΑ*] *ΑΒ* p. 23. *ἐλάσσων* F. 24. *τε τῆς*] om. B; *τῆς* p. 25. *τόπον*] supra m. 1 P. 26. *εὐθεῖα*] om. p; m. rec. B. *εὐθεῖα, ἥτις* p. 28. *ὑπό*] *τὴν ὑπό* B, *ὑπό τε* F (*τε* eras.). *ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένην*] om. p. *περιεχομένην*] -*ν* m. 2 V; *περιελομένην* P.

ἐλάττονα δὲ τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς ΓΘΑ περιφερείας καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας. οὐ παρεμπίπτει δέ· οὐκ ἄρα τῆς περιεχομένης γωνίας ὑπό τε τῆς ΒΑ εὐθείας καὶ τῆς ΓΘΑ περιφερείας ἔσται μείζων ὀξεῖα ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένη, οὐδὲ μὴν ἐλάττων τῆς περιεχομένης ὑπό τε τῆς ΓΘΑ περιφερείας καὶ τῆς ΑΕ εὐθείας.

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐφάπτεται τοῦ κύκλου [καὶ ὅτι εὐθεῖα κύκλου καθ' ἓν μόνον ἐφάπτεται σημεῖον, ἐπειδήπερ καὶ ἡ κατὰ δύο αὐτῷ συμβάλλουσα ἐντὸς αὐτοῦ πίπτουσα ἐδείχθη]· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ'.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α, ὁ δὲ δοθεὶς κύκλος ὁ ΒΓΔ· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ Α σημείου τοῦ ΒΓΔ κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ε διαστήματι δὲ τῷ ΕΑ κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΖΗ, καὶ ἀπὸ τοῦ

XVI. *πόρισμα.* Simplicius in phys. fol. 12[v].

---

1. *ἐλάσσονα* p. *τε*] m. 2 V. 3. *τε*] om. Bp. 5. *ἡ ὑπό* V m. 2. *οὐ μὴν οὐδέ* F. 6. *τε*] om. p. 8. *πόρισμα*] comp. Bp, V m. 2; om. PF, V m. 1. 9. *τούτων* p. *ἡ*] supra m. 1 P. 11. *καὶ ὅτι — 14. δεῖξαι*] mg. m. rec. P. 12.

ΓΘΑ et recta *ΑΕ*. uerum non interponitur recta [u. supra]. itaque nullus angulus acutus rectis comprehensus maior erit angulo comprehenso recta *ΒΑ* et arcu *ΓΘΑ* nec minor angulo comprehenso arcu *ΓΘΑ* et recta *ΑΕ*.

Corollarium.

Hinc manifestum est, rectam ad diametrum circuli in termino perpendicularem erectam circulum contingere [def. 2].[1]) — quod erat demonstrandum.

XVII.

A dato puncto datum circulum contingentem rectam lineam ducere.

Sit datum punctum *Α*, datus autem circulus *ΒΓΔ*. oportet igitur a puncto *Α* circulum *ΒΓΔ* contingentem rectam lineam ducere.

sumatur enim centrum circuli *Ε*, et ducatur *ΑΕ*, et centro *Ε* radio autem *ΕΑ* describatur circulus *ΑΖΗ*,

1) Pars altera corollarii, per se quoque suspecta, sine dubio a Theone addita est; om. praeter P m. 1 etiam Campanus. et re uera corollarium genuinum eodem redit. itaque e uerbis Simplicii concludi nequit, eum partem alteram legisse.

ἅπτεται FV. 13. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] postea insert. F. 15. *ιζ'*] *ιθ'* F; corr. m. 2. 18. *ἔστω* — 20. *ἀγαγεῖν*] *εἰλήφθω γὰρ τοῦ δοθέντος κύκλου τοῦ ΒΓΔ τὸ δοθὲν σημεῖον τὸ Α, καὶ ἔστω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ* Ε. V; in mg. m. 2: *ἐν ἄλλῳ οὕτως γράφεται· ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α ὁ δὲ δοθεὶς κύκλος ὁ ΒΓΔ· δεῖ δὴ ἀπὸ δοθέντος σημείου τοῦ Α τοῦ δοθέντος κύκλου τοῦ ΒΓΔ ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν*, et ita B, et p (*ἀπὸ τοῦ δοθέντος*). 19. *Α*] om. φ. 21. *εἰλήφθω* — *τὸ Ε*] mg. m. 2 V. 22. *κέντρον* φ. 23. *ΕΑ*] P in ras. m. 1; F; *ΑΕ* BVp.

Δ τῇ ΕΑ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΔΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ, ΑΒ· λέγω, ὅτι ἀπὸ τοῦ Α σημείου τοῦ ΒΓΔ κύκλου ἐφαπτομένη ἦκται ἡ ΑΒ.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ Ε κέντρον ἐστὶ τῶν ΒΓΔ, ΑΖΗ κύκλων, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΕΑ τῇ ΕΖ, ἡ δὲ ΕΔ τῇ ΕΒ· δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΒ δύο ταῖς ΖΕ, ΕΔ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνίαν κοινὴν περιέχουσι τὴν πρὸς τῷ Ε· βάσις ἄρα ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΑΒ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΕΒΑ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΔΖ τῇ ὑπὸ ΕΒΑ. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΕΔΖ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΕΒΑ. καί ἐστιν ἡ ΕΒ ἐκ τοῦ κέντρου· ἡ δὲ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐφάπτεται τοῦ κύκλου· ἡ ΑΒ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΒΓΔ κύκλου.

Ἀπὸ τοῦ ἄρα δοθέντος σημείου τοῦ Α τοῦ δοθέντος κύκλου τοῦ ΒΓΔ ἐφαπτομένη εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΑΒ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιη'.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην.

Κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον

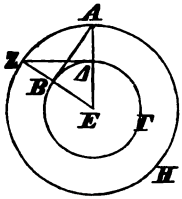
XVIII. Simplicius in Aristot. de coelo fol. 131[u].

---

1. *ΕΑ*] *ΑΕ* p. 2. *ΒΔΓ* F. 3. *κύκλου*] m. 2 post *ἐφαπτομένη* F, sed add. *β—α*. 4. *ἐστί*] *ἐντί* P. *ΑΖΗ*] Z e corr. F. 6. *ΑΕ*] *ΕΑ* F. *δυσί* V. *ΖΕ*] *ΕΖ* B et V m. 2. 7. *εἴσιν*] PF, *εἰσί* uulgo. *περιέχουσιν* P. *τήν*]

et a Δ ad $E A$ perpendicularis ducatur ΔZ, et ducantur EZ, AB. dico, ab A puncto circulum $B\Gamma\Delta$ contingentem ductam esse AB.

nam quoniam E centrum est circulorum $B\Gamma\Delta$, AZH, erit $EA = EZ$, et $E\Delta = EB$. itaque duae rectae AE, EB duabus ZE, $E\Delta$ aequales sunt. et communem angulum comprehendunt eum, qui ad E positus est. itaque $\Delta Z = AB$, et



$$\triangle\ \Delta EZ = EBA,$$

et reliqui anguli reliquis angulis aequales [I, 4]. itaque $\angle\, E\Delta Z = EBA$. uerum $\angle\, E\Delta Z$ rectus est. itaque etiam $\angle\, EBA$ rectus. et EB radius est; quae autem ad diametrum circuli in termino perpendicularis erigitur, circulum contingit [prop. XVI coroll.]. ergo AB circulum $B\Gamma\Delta$ contingit.

Ergo a dato puncto A datum circulum $B\Gamma\Delta$ contingens ducta est recta linea AB; quod oportebat fieri.

XVIII.

Si recta circulum contingit, et a centro ad punctum contactus ducitur recta, ducta recta ad contingentem perpendicularis est.

nam circulum $AB\Gamma$ contingat recta ΔE in puncto

---

om. P. 8. ἐστίν] PF; comp. p; ἐστι BV ΔEZ] $E\Delta Z$ P. 9. ἐστίν] PF; om. p; ἐστί BV. 10. ἡ] τῇ B. $E\Delta Z$] e corr. V; EBA p. 11. τῇ] ἡ B; corr. ex τῆς F. EBA] e corr. V; EBA ἐστιν F; $E\Delta Z$ p. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ $E\Delta Z$] om. p. καί] om. p. 13. ἀπ' ἄκρας] om. B. 14. ἡ AB ἄρα ἐφάπτεται] om. F. 15. $B\Gamma A$ P. κύκλου] om. F. 16. ἄρα δοθέντος] PF; δοθέντος ἄρα BVp. 18. ἡ] m. rec. P. 19. ιη'] κ' F, euan. 24. ἀπτέσθω p.

τοῦ *ΑΒΓ* κύκλου τὸ *Ζ*, καὶ ἀπὸ τοῦ *Ζ* ἐπὶ τὸ *Γ* ἐπεζεύχθω ἡ *ΖΓ*· λέγω, ὅτι ἡ *ΖΓ* κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν *ΔΕ*.

Εἰ γὰρ μή, ἤχθω ἀπὸ τοῦ *Ζ* ἐπὶ τὴν *ΔΕ* κάθετος ἡ *ΖΗ*.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ *ΖΗΓ* γωνία ὀρθή ἐστιν, ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΖΓΗ*· ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· μείζων ἄρα ἡ *ΖΓ* τῆς *ΖΗ*· ἴση δὲ ἡ *ΖΓ* τῇ *ΖΒ*· μείζων ἄρα καὶ ἡ *ΖΒ* τῆς *ΖΗ* ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ *ΖΗ* κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν *ΔΕ*. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς *ΖΓ*· ἡ *ΖΓ* ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν *ΔΕ*.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς [γωνίας] εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Κύκλου γὰρ τοῦ *ΑΒΓ* ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ *ΔΕ* κατὰ τὸ *Γ* σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ *Γ* τῇ *ΔΕ* πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ *ΓΑ*· λέγω, ὅτι ἐπὶ τῆς *ΑΓ* ἐστι τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

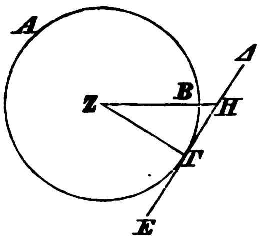
---

1. τὸ Ζ] καὶ ἔστω τὸ Ζ V. 6. ὑπό] supra m. 2 F. 7. ΖΓΗ] PB, Z̈ Γ̈ Ḣ F; *ΗΓΖ* Vp. Seq. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΗΓ τῆς ὑπὸ ΖΓΗ V et om. ἐστίν F (in mg. transit); in V in ras. sunt *ΗΓ* et *ΓΗ*. 9. καί] m. 2 V, om. p. 10. ἡ] postea add. V. ἐλάσσων F. ἐστίν] om. p. 11. δή] corr. ex δεῖ m. 2 F. 12. οὐδέ Bp. 13. τήν] τῆς F.

Γ, et sumatur circuli $AB\Gamma$ centrum Z, et a Z ad Γ ducatur $Z\Gamma$. dico, $Z\Gamma$ ad ΔE perpendicularem esse.

nam si minus, a Z ad ΔE perpendicularis ducatur ZH.

iam quoniam $\angle ZH\Gamma$ rectus est, erit $\angle Z\Gamma H$ acutus [I, 17]. et sub maiore angulo maius latus subtendit [I, 19]. itaque $Z\Gamma > ZH$. uerum $Z\Gamma = ZB$. itaque etiam $ZB > ZH$, minor maiore; quod fieri non potest. itaque ZH ad ΔE perpendicularis non est. similiter demonstrabimus, ne aliam quidem perpendicularem esse praeter $Z\Gamma$. itaque $Z\Gamma$ ad ΔE perpendicularis est.



Ergo si recta circulum contingit, et a centro ad punctum contactus ducitur recta, ducta recta ad contingentem perpendicularis est; quod erat demonstrandum.

XIX.

Si recta circulum contingit, et a puncto contactus ad contingentem perpendicularis ducitur recta linea, centrum circuli in ducta recta positum est.

nam circulum $AB\Gamma$ contingat recta ΔE in puncto Γ, et a Γ ad ΔE perpendicularis ducatur ΓA. dico, centrum circuli in $A\Gamma$ positum esse.

---

14. ἐφάπτεται φ, sed corr. 15. ἐπαφήν p. 16. ἁπτομένην p. 18. ιϑ′] ϰ seq. ras. 1 litt. F. 20. τῆς] in ras. m. 1 p. γωνίας] Theon? (BFVp); om. P. 21. ἔσται] in ras. φ; antecedunt uestigia uocabuli ἔσται m. 1. 23. ἁπτέσθω PBFVp; corr. Simson (Glasguae 1756. 4°) p. 353. in V ἁ- in ras. est. 24. Ante τῇ ras. 1 litt. F.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Z, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓZ.

Ἐπεὶ [οὖν] κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπέζευκται ἡ ZΓ, ἡ ZΓ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΔΕ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ZΓΕ. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ ὀρθή· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ZΓΕ τῇ ὑπὸ ΑΓΕ ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Z κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλο τι πλὴν ἐπὶ τῆς ΑΓ.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ'.

Ἐν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ πρὸς μὲν τῷ κέντρῳ αὐτοῦ γωνία ἔστω ἡ ὑπὸ ΒΕΓ, πρὸς δὲ τῇ περιφερείᾳ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ, ἐχέτωσαν δὲ τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν τὴν ΒΓ· λέγω, ὅτι διπλασίων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΕΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.

Ἐπιζευχθεῖσα γὰρ ἡ ΑΕ διήχθω ἐπὶ τὸ Z.

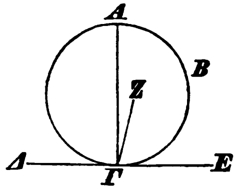
Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΕΑ τῇ ΕΒ, ἴση καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΑΒ τῇ ὑπὸ ΕΒΑ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΕΑΒ, ΕΒΑ

---

1. *ἔστω τὸ* Z] in ras. F. 2. ΓZ] Z e corr. V; ZΓ p. 3. *οὖν*] om. P. *κύκλου*] -*λου* in ras. F. 6. ZΓΕ] ZΓΔ P. *ἐστιν* P. ΑΓΔ P. *ὀρθή* — 7. ΑΓΕ] mg. m. 1 P (*ἐστίν* om., ZΓΔ, ΑΓΔ). 7. ZΓΕ] ZΕΓ F m. 1, ΕΓ eras. *ἐλάσσων* p. 8. *ἐστίν*] om. Bp. Z] Z *σημεῖον* V. 9.

ne sit enim, sed, si fieri potest, sit Z, et ducatur ΓZ.

quoniam circulum $AB\Gamma$ contingit recta ΔE, et a centro ad punctum contactus ducta est $Z\Gamma$, $Z\Gamma$ ad ΔE perpendicularis est [prop. XVIII]. itaque $\angle Z\Gamma E$ rectus est. uerum etiam $\angle A\Gamma E$ rectus. quare



$$\angle Z\Gamma E = A\Gamma E,$$

minor maiori; quod fieri non potest. itaque Z centrum circuli $AB\Gamma$ non est. similiter demonstrabimus, ne aliud quidem ullum punctum extra $A\Gamma$ positum centrum esse.

Ergo si recta circulum contingit, et a puncto contactus ad contingentem perpendicularis ducitur recta linea, centrum circuli in ducta recta positum est; quod erat demonstrandum.

XX.

In circulo angulus ad centrum positus duplo maior est angulo ad ambitum posito, si anguli eundem arcum basim habent.

Sit circulus $AB\Gamma$, et ad centrum eius angulus sit $BE\Gamma$, ad ambitum autem $BA\Gamma$, et eundem arcum basim habeant $B\Gamma$. dico, esse $\angle BE\Gamma = 2\, BA\Gamma$.

ducta enim AE ad Z educatur. iam quoniam

$$EA = EB,$$

erit $\angle EAB = EBA$ [I, 5]. itaque

δή] corr. ex δεῖ m. rec. P. οὐδέ Bp. 10. ἐπί] om. BFp. 11. ἅπτηται F m. 1; corr. m. 2. 12. ὀρθὰς γωνίας Vp. 15. κβʹ F. 16. πρός] ἐν p. 17. ἐστίν B. 22. $B\Gamma$] ΓB F. $BE\Gamma$ γωνία τῆς] $B\Gamma$ λέγω ὅτι seq. ras. 3 litt. φ. 24. γάρ] δέ F; corr. m. 2. 25. ἴση καί] ἴση ἐστὶ καί p.

γωνίαι τῆς ὑπὸ ΕΑΒ διπλασίους εἰσίν. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΒΕΖ ταῖς ὑπὸ ΕΑΒ, ΕΒΑ· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΕΖ ἄρα τῆς ὑπὸ ΕΑΒ ἐστι διπλῆ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τῆς ὑπὸ ΕΑΓ ἐστι διπλῆ. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΕΓ ὅλης τῆς ὑπὸ ΒΑΓ ἐστι διπλῆ.

Κεκλάσθω δὴ πάλιν, καὶ ἔστω ἑτέρα γωνία ἡ ὑπὸ ΒΔΓ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΔΕ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Η. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι διπλῆ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΗΕΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΓ, ὧν ἡ ὑπὸ ΗΕΒ διπλῆ ἐστι τῆς ὑπὸ ΕΔΒ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΕΓ διπλῆ ἐστι τῆς ὑπὸ ΒΔΓ.

Ἐν κύκλῳ ἄρα ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν [αἱ γωνίαι]· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα'.

Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι τῷ ΒΑΕΔ γωνίαι ἔστωσαν αἱ ὑπὸ ΒΑΔ, ΒΕΔ· λέγω, ὅτι αἱ ὑπὸ ΒΑΔ, ΒΕΔ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Εἰλήφθω γὰρ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου τὸ κέντρον, καὶ ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΖ, ΖΔ.

Καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΔ γωνία πρὸς τῷ κέντρῳ ἐστίν, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΔ πρὸς τῇ περιφερείᾳ, καὶ ἔχουσι

---

1. *διπλασίαι εἰσίν* FV; in *διπλασίαι* ult. *ι* e corr. V; *εἰσι διπλασίαι* p. 2. *ἡ*] om. p. 3. *ἐστιν* P. *διπλῆ ἐστι* V. 4. *ΕΑΓ*] in ras. V; corr. ex *ΕΖΓ* m. 2 F. *ἐστιν* F. *ΒΕΓ*] litt. *ΒΕ* in ras. F. 5. *ἐστιν* P. 6. *γωνία ἑτέρα* Bp. 8. *ἡ ὑπὸ ΗΕΓ* — 9. *ἐστι*] mg. m. 1 P. 9. *ΕΔΓ*] *ΕΔΓ γωνίας* F. *ὧν*] supra m. 2 F. *ΗΕΒ*] e corr. V. 10.

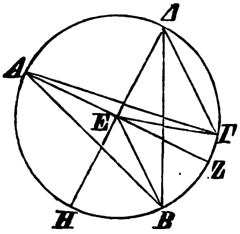
$$\angle EAB + EBA = 2\, EAB.$$

sed $\angle BEZ = EAB + EBA$ [I, 32]. quare

$$\angle BEZ = 2\, EAB.$$

eadem de causa etiam $\angle ZE\Gamma = 2\, EA\Gamma$. itaque

$$\angle BE\Gamma = 2\, BA\Gamma.$$



rursus infringatur recta, et sit alius angulus $B\Delta\Gamma$, et ducta ΔE producatur ad H. similiter demonstrabimus, esse

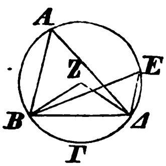
$$\angle HE\Gamma = 2\, E\Delta\Gamma,$$

quorum $\angle HEB = 2\, E\Delta B$. itaque $\angle BE\Gamma = 2\, B\Delta\Gamma$.

Ergo in circulo angulus ad centrum positus duplo maior est angulo ad ambitum posito, si anguli eundem arcum basim habent; quod erat demonstrandum.

XXI.

In circulo anguli in eodem segmento positi inter se aequales sunt.



Sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et in eodem segmento $BAE\Delta$ anguli sint $BA\Delta$, $BE\Delta$. dico, esse $\angle BA\Delta = BE\Delta$.

sumatur enim centrum circuli $AB\Gamma\Delta$, et sit Z, et ducantur BZ, $Z\Delta$.

et quoniam $\angle BZ\Delta$ ad centrum positus est, et $\angle BA\Delta$ ad ambitum, et eundem arcum $B\Gamma\Delta$ basim

---

ἔστι] comp. supra scr. F. 11. ὑπό] om. B; add. m. rec. 12. διπλασίων] -ν supra scr. m. 1 P. 14. αἱ γωνίαι] m. rec. P; m. 2 V; om. B; in ras. F. 15. κα′] euan. F. 16. αἱ] om. φ. 19. $BAE\Delta$] E supra scr. P. 20. ἀλλήλαις εἰσὶν ἴσαι F m. 1. 24. $BZ\Delta$] B om. φ, Z e corr. m. 2 V. 25. ἔχουσιν PB.

τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν τὴν ΒΓΔ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΖΔ γωνία διπλασίων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΔ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἡ ὑπὸ ΒΖΔ καὶ τῆς ὑπὸ ΒΕΔ ἐστι διπλασίων· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΔ τῇ ὑπὸ ΒΕΔ.

Ἐν κύκλῳ ἄρα αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ τετράπλευρον ἔστω τὸ ΑΒΓΔ· λέγω, ὅτι αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ.

Ἐπεὶ οὖν παντὸς τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, τοῦ ΑΒΓ ἄρα τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ, ΒΓΑ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ ΓΑΒ τῇ ὑπὸ ΒΔΓ· ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματί εἰσι τῷ ΒΑΔΓ· ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΑΔΒ· ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματί εἰσι τῷ ΑΔΓΒ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ ταῖς ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΒ ἴση ἐστίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΑΓ, ΑΓΒ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΔΓ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΑΓ, ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. καὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΔΓ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

XXII. Boetius p. 388, 3?

---

3. ἡ] om. p. ΒΖΔ] corr. ex ΓΖΔ m. 1 V. 5. αἱ] αἵ εἰσιν B. αὐτῷ] om. B; supra scr. m. rec. 6. εἰσίν] om. B. 7. κδ' F, eras. 8. ἀπεναντίων P, sed corr. 11. Ante γωνίαι add. αὐτοῦ BVp, P m. rec. 13. ΑΓ, ΒΔ] litt. Γ, ΒΔ e corr. F. 14. ἐπεὶ οὖν] καὶ ἐπεί p. 15. εἰσί Vp.

habent, erit [prop. XX] $\angle BZ\Delta = 2\, BA\Delta$. eadem de causa etiam $\angle BZ\Delta = 2\, BE\Delta$. quare

$$\angle BA\Delta = BE\Delta.$$

Ergo in circulo anguli in eodem segmento positi inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

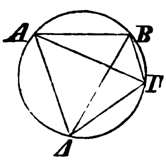
XXII.

In quadrilateris in circulis positis anguli oppositi duobus rectis aequales sunt.

Sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et in eo quadrilaterum sit $AB\Gamma\Delta$. dico, angulos eius oppositos duobus rectis aequales esse.

ducantur $A\Gamma$, $B\Delta$. iam quoniam cuiusuis trianguli tres anguli duobus rectis aequales sunt [I, 32], trianguli $AB\Gamma$ tres anguli $\Gamma AB + AB\Gamma + B\Gamma A$ duobus rectis aequales sunt. sed $\angle \Gamma AB = B\Delta\Gamma$; nam in eodem sunt segmento $BA\Delta\Gamma$ [prop. XXI], et

$$\angle A\Gamma B = A\Delta B;$$



nam in eodem sunt segmento $A\Delta\Gamma B$. quare $\angle A\Delta\Gamma = BA\Gamma + A\Gamma B$. communis adiiciatur $\angle AB\Gamma$. itaque

$$AB\Gamma + BA\Gamma + A\Gamma B = AB\Gamma + A\Delta\Gamma.$$

uerum $AB\Gamma + BA\Gamma + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt. quare etiam $AB\Gamma + A\Delta\Gamma$ duobus rectis sunt

---

τριγώνου] om. B. 16. γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν αἱ ὑπὸ ΓAB, $AB\Gamma$, $B\Gamma A$ V. 17. εἰσίν] euan. F. ΓAB] $\Gamma\Delta B$ P. $B\Delta\Gamma$] $BA\Gamma$ P (ante Γ ras. 1 litt.). 18. εἰσιν PBF. 19. γάρ] supra m. 2 euan. F. εἰσί] supra m. 2 euan. F; εἰσίν PB. 20. ἐστίν] PF; comp. p; ἐστί BV. 21. Post προσκείσθω in B add. ταῖς δύο ὁμοῦ τῇ πρὸς τὸ A καὶ Γ καὶ χωρὶς τῇ μιᾷ τῇ πρὸς τὸ Δ. ὑπό] (alt.) om. φ, m. rec. B. 22. $AB\Gamma$] $B\Gamma$ e corr. V. εἰσί B. ἀλλά P. ἀλλ' αἱ — 23. εἰσίν] om. B. 23. $BA\Gamma$, $A\Gamma B$] $B\Gamma A$, ΓAB p. εἰσίν] PF; εἰσί uulgo. 24. ἄρα] om. BFV.

ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ *ΒΑΔ*, *ΔΓΒ* γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Τῶν ἄρα ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσίν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κγ'.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα οὐ συσταθήσεται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς *ΑΒ* δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα συνεστάτω ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ *ΑΓΒ*, *ΑΔΒ*, καὶ διήχθω ἡ *ΑΓΔ*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΓΒ*, *ΔΒ*.

Ἐπεὶ οὖν ὅμοιόν ἐστι τὸ *ΑΓΒ* τμῆμα τῷ *ΑΔΒ* τμήματι, ὅμοια δὲ τμήματα κύκλων ἐστὶ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΑΓΒ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΑΔΒ* ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα συσταθήσεται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κδ'.

Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστωσαν γὰρ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν *ΑΒ*, *ΓΔ* ὅμοια τμήματα κύκλων τὰ *ΑΕΒ*, *ΓΖΔ*· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ *ΑΕΒ* τμῆμα τῷ *ΓΖΔ* τμήματι.

---

1. αἱ] ἡ V, corr. m. 2. 2. εἰσίν] PFp; εἰσί BV. 6. κγ'] non liquet in F. 7. κύκλου F. 8. συσταθήσεται] PBFp; συσταθήσονται Vφ. ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη] mg. m. 2 V. 11. ἄνισα] -σα eras. F. 12. *ΑΓΒ*] corr. ex *ΑΒΓ* p m. 1. 13. *ΓΒ*] corr. ex *ΓΔ* V m. 2. 14. ἐστιν P. 16.

aequales. similiter demonstrabimus, etiam

$$\angle BA\Delta + \Delta\Gamma B$$

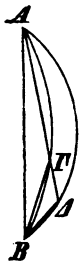
duobus rectis aequales esse.

Ergo in quadrilateris in circulis positis anguli oppositi duobus rectis aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XXIII.

In eadem recta duo segmenta circulorum similia et inaequalia in eandem partem construi nequeunt.

nam si fieri potest, in eadem recta AB duo segmenta circulorum similia et inaequalia in eandem partem construantur $A\Gamma B$, $A\Delta B$, et educatur $A\Gamma\Delta$, et ducantur ΓB, ΔB.



iam quoniam segmentum $A\Gamma B$ simile est segmento $A\Delta B$, similia autem segmenta circulorum sunt, quae aequales angulos capiunt [def. 11], erit $\angle A\Gamma B = A\Delta B$, exterior interiori; quod fieri non potest [I, 16].

Ergo in eadem recta duo segmenta circulorum similia et inaequalia in eandem partem construi nequeunt; quod erat demonstrandum.

XXIV.

Similia segmenta circulorum in aequalibus rectis posita inter se aequalia sunt.

nam in aequalibus rectis AB, $\Gamma\Delta$ similia segmenta circulorum sint AEB, $\Gamma Z\Delta$. dico, esse

$$AEB = \Gamma Z\Delta.$$

ἴσας] seq. spatium 3 litt. F. ἐστίν] om. B. γωνία] m. 2 V. 17. ἡ ἐντὸς τῇ ἐκτός p. ἐστίν] om. p. 24. γάρ] supra m. 2 F. ΓΔ] Δ e corr. m. 1 F. 25. κύκλου φ. ἐστίν P.

Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ *ΑΕΒ* τμήματος ἐπὶ τὸ *ΓΖΔ* καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν *Α* σημείου ἐπὶ τὸ *Γ* τῆς δὲ *ΑΒ* εὐθείας ἐπὶ τὴν *ΓΔ*, ἐφαρμόσει καὶ τὸ *Β* σημεῖον ἐπὶ τὸ *Δ* σημεῖον διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν *ΑΒ* τῇ *ΓΔ*· τῆς δὲ *ΑΒ* ἐπὶ τὴν *ΓΔ* ἐφαρμοσάσης ἐφαρμόσει καὶ τὸ *ΑΕΒ* τμῆμα ἐπὶ τὸ *ΓΖΔ*. εἰ γὰρ ἡ *ΑΒ* εὐθεῖα ἐπὶ τὴν *ΓΔ* ἐφαρμόσει, τὸ δὲ *ΑΕΒ* τμῆμα ἐπὶ τὸ *ΓΖΔ* μὴ ἐφαρμόσει, ἤτοι ἐντὸς αὐτοῦ πεσεῖται ἢ ἐκτὸς ἢ παραλλάξει ὡς τὸ *ΓΗΔ*, καὶ κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐφαρμοζομένης τῆς *ΑΒ* εὐθείας ἐπὶ τὴν *ΓΔ* οὐκ ἐφαρμόσει καὶ τὸ *ΑΕΒ* τμῆμα ἐπὶ τὸ *ΓΖΔ*· ἐφαρμόσει ἄρα, καὶ ἴσον αὐτῷ ἔσται.

Τὰ ἄρα ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε'.

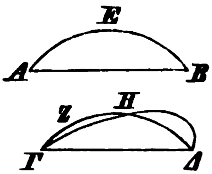
Κύκλου τμήματος δοθέντος προσαναγράψαι τὸν κύκλον, οὗπέρ ἐστι τμῆμα.

Ἔστω τὸ δοθὲν τμῆμα κύκλου τὸ *ΑΒΓ*· δεῖ δὴ τοῦ *ΑΒΓ* τμήματος προσαναγράψαι τὸν κύκλον, οὗπέρ ἐστι τμῆμα.

---

1. *ἐφαρμωζομένου* B, sed corr.; alt. *ο* in ras. V. 3. *καί*] om. B. 5. *τῇ*] *τὴν* V; corr. m. 2. *ἐφαρμοσάσης δέ* (*δή* B) *τῆς ΑΒ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΓΔ* BFVp; sed in F ante *ἐφαρμοσάσης* legitur: *ἡ δὲ ΑΒ ἐπὶ τὴν ΓΔ*; idem in mg. m. 1: *εἰ δὲ τῆς ΑΒ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΓΔ ἐφαρμοσάσης καὶ τὸ ΑΕ τμῆμα ἐπὶ τὸ ΓΖ μὴ ἐφαρμόσῃ*. 6. *ΓΖΔ*] *ΖΔ* in ras. F. *εἰ*] in ras. P. *ἡ ΑΒ εὐθεῖα* — 8. *ΓΖΔ*] om. B. 7. *ΓΔ*] *Δ* e corr. V m. 2. 8. *τὸ ΓΖΔ*] in ras. m. 1 p. *ἐφαρμόση* PF. *ἤτοι ἐντὸς αὐτοῦ πεσεῖται ἢ ἐκτὸς ἤ*] P; *ἀλλά* Theon (BFVp). 9. *παραλλάξῃ* F. *καὶ κύκλος κύκλον τέμνει*] P; *κύκλος δὲ κύκλον οὐ τέμνει* Theon (BFVp; in V *δέ* supra scr. m. 1). Campanus hic prorsus aberrat. 10. *δύο*] P; *δύο, ἀλλὰ καὶ τέμνει ὁ ΓΗΔ τὸν ΓΖΔ κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο*

adplicato enim segmento *AEB* ad segmentum *ΓZΔ* et posito *A* puncto in *Γ*, recta autem *AB* in *ΓΔ*, etiam *B* punctum in *Δ* cadet, quia *AB* = *ΓΔ*. adplicata autem recta *AB* rectae *ΓΔ* etiam segmentum *AEB* in *ΓZΔ* cadet. nam si recta *AB* cum *ΓΔ* congruet, segmentum autem *AEB* cum *ΓZΔ* non congruet,



aut intra id cadet aut extra[1]), aut excedet ut *ΓHΔ*, et circulus circulum in pluribus punctis quam duobus secabit; quod fieri non potest [prop. X]. itaque recta *AB* cum *ΓΔ* congruente fieri non potest, quin etiam segmentum *AEB* cum *ΓZΔ* congruat. congruet igitur, et aequale ei erit [I *κοιν. ἐνν.* 8].

Ergo similia segmenta circulorum in aequalibus rectis posita inter se aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XXV.

Segmento circuli dato circulum supplere, cuius est segmentum.

Sit datum segmentum circuli *ABΓ*. oportet igitur segmenti *ABΓ* circulum supplere, cuius est segmentum.

---

1) Id quod ob prop. XXIII fieri non potest. et hoc adiicere debuit Euclides; sed non dubito, quin ipse ita scripserit, ut praebet cod. P. nam haec ipsa forma imperfecta Theoni ansam dedit emendationis parum felicis.

τὰ Γ, H, Δ Theon (BFVp; *καί* m. 2 V; *ὁ* e corr. p). *ἐστίν*] P; om. BV; *πάλιν* F; *ἐστὶ πάλιν* p. 13. *τό*] *τήν* p. *ΓZΔ*] *ΓZ* litt. in ras. V. Dein in FV add. *τμῆμα* m. 2. *αὐτό* V. 14. *τὰ ἄρα*] *ἄρα τά* F; ante *ἄρα* m. 2 add. *τά*. *τῶν ἴσων* p. 16. *κζ* F; corr. m. 2. 18. *τὸ τμῆμα* Fp. 19. *τὸ δοθέν*] om. B, m. 2 V. *κύκλου τμῆμα* B. 21. *τὸ τμῆμα* PF.

Τετμήσθω γὰρ ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Δ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Δ σημείου τῇ ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ· ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία ἄρα τῆς ὑπὸ ΒΑΔ ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἴση ἢ ἐλάττων.

Ἔστω πρότερον μείζων, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΒΑ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΑΒΔ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΑΕ, καὶ διήχθω ἡ ΔΒ ἐπὶ τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΑΕ, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΕΒ εὐθεῖα τῇ ΕΑ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΓ, κοινὴ δὲ ἡ ΔΕ, δύο δὴ αἱ ΑΔ, ΔΕ δύο ταῖς ΓΔ, ΔΕ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΕ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΔΕ ἐστιν ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσις ἄρα ἡ ΑΕ βάσει τῇ ΓΕ ἐστιν ἴση. ἀλλὰ ἡ ΑΕ τῇ ΒΕ ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ ΒΕ ἄρα τῇ ΓΕ ἐστιν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΑΕ, ΕΒ, ΕΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ε διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΕΓ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται προσαναγεγραμμένος. κύκλου ἄρα τμήματος δοθέντος προσαναγέγραπται ὁ κύκλος. καὶ δῆλον, ὡς τὸ ΑΒΓ τμῆμα ἔλαττόν ἐστιν ἡμικυκλίου διὰ τὸ τὸ Ε κέντρον ἐκτὸς αὐτοῦ τυγχάνειν.

Ὁμοίως [δὲ] κἂν ᾖ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ ΒΑΔ, τῆς ΑΔ ἴσης γενομένης ἑκατέρᾳ τῶν ΒΔ, ΔΓ αἱ τρεῖς αἱ ΔΑ, ΔΒ, ΔΓ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται,

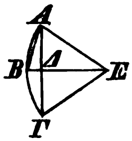
---

1. γάρ] om. p. διήχθω F. 3. ἄρα γωνία p. τῆς] τῇ p. 7. Post ΔΒ eras. καί V. 8. ἐστίν] comp. supra F m. 2. 9. ὑπὸ ΑΒΕ — 10. ἴση ἐστὶν ἡ] om. B. ΒΑΕ] Β in ras. p. ἐστίν F. 10. ΕΒ] ΒΕ P. τῇ] εὐθείᾳ τῇ P. ΕΑ] P, F m. 1, V m. 1; ΑΕ F m. 2, V m. 2, p. 11. δύο] (alt.) δυσί V. 14. βάσις] P; καὶ βάσις BVp; in F καί supra

nam $A\Gamma$ in duas partes aequales secetur in Δ, et a Δ puncto ad $A\Gamma$ perpendicularis ducatur ΔB, et ducatur AB. ergo $\angle\, AB\Delta$ aut maior est angulo $BA\Delta$ aut aequalis aut minor.

Sit prius maior, et ad rectam BA et punctum eius A construatur $\angle\, BAE = AB\Delta$ [I, 23], et educatur ΔB ad E, et ducatur $E\Gamma$. iam quoniam

$$\angle ABE = BAE,$$



erit etiam $EB = EA$ [I, 6]. et quoniam $A\Delta = \Delta\Gamma$, et ΔE communis est, duae rectae $A\Delta$, ΔE duabus $\Gamma\Delta$, ΔE aequales sunt altera alteri; et $\angle\, A\Delta E = \Gamma\Delta E$; nam uterque rectus est. itaque $AE = \Gamma E$ [I, 4]. uerum demonstratum est, esse $AE = BE$. quare etiam $BE = \Gamma E$. itaque tres rectae $AE, EB, E\Gamma$ inter se aequales sunt. ergo circulus centro E, radio autem qualibet rectarum AE, EB, $E\Gamma$ descriptus etiam per reliqua puncta ibit et erit suppletus [prop. IX]. ergo dato segmento circuli suppletus est circulus; et adparet, segmentum $AB\Gamma$ minus esse semicirculo, quia centrum E extra id positum est.

Similiter si $\angle\, AB\Delta = BA\Delta$, tres rectae ΔA, ΔB, $\Delta\Gamma$ inter se aequales erunt, cum $A\Delta = B\Delta$

---

scr. ἀλλά] P, V m. 1; ἀλλ᾽ F; ἀλλὰ καί Bp, V m. 2. 15. AE] AB F. BE] (prius) bis F (semel m. 2). 16. ἴση ἐστίν p. EA P. ἀλλήλαις] om. V. 18. καί] om. P. 19. προσαναγραφόμενος F; mg. m. 1: γρ. προσαναγεγραμμένος. 20. κύκλου] ὁ κύκλος. κύκλου P. In B mg. lin. 5: ἔλαττον ἡμικυκλίου, lin. 24: ἡμικύκλιον, p. 230, 3: μεῖζον ἡμικυκλίου. 21. ἔλαττον] mg. m. 1 P. 22. τὸ E] in ras. p; E P m. 1, B. 24. δέ] in ras. V; om. P. κἂν ᾖ] καὶ ἐάν P; κἄν seq. ᾖ in spatio 4 litt. φ. $AB\Delta$] corr. ex $AB\Gamma$ m. 1 P; $B\Delta$ in ras. V. ἴση ᾖ P. 25. $\Delta\Gamma$] Δ in ras. p. 26. τρεῖς] P m. 1, F, V seq. ras.; τρεῖς ἄρα Bp, P m. rec.

καὶ ἔσται τὸ Δ κέντρον τοῦ προσαναπεπληρωμένου κύκλου, καὶ δηλαδὴ ἔσται τὸ ΑΒΓ ἡμικύκλιον.

Ἐὰν δὲ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ ἐλάττων ᾖ τῆς ὑπὸ ΒΑΔ, καὶ συστησώμεθα πρὸς τῇ ΒΑ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΑΒΔ γωνίᾳ ἴσην, ἐντὸς τοῦ ΑΒΓ τμήματος πεσεῖται τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς ΔΒ, καὶ ἔσται δηλαδὴ τὸ ΑΒΓ τμῆμα μεῖζον ἡμικυκλίου.

Κύκλου ἄρα τμήματος δοθέντος προσαναγέγραπται ὁ κύκλος· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κϛ'.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι γωνίαι ἔστωσαν πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αἱ ὑπὸ ΒΗΓ, ΕΘΖ, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΕΔΖ· λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΚΓ περιφέρεια τῇ ΕΛΖ περιφερείᾳ.

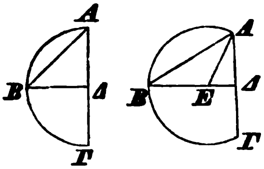
Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΓ, ΕΖ.

Καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ κύκλοι, ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ ΒΗ, ΗΓ δύο ταῖς ΕΘ, ΘΖ ἴσαι· καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ Η γωνίᾳ

---

3. ΑΒΔ] seq. spatium 3 litt. φ. 4. συνστησώμεθα P; συστησόμεθα BFVp; corr. B m. rec. πρὸς αὐτῇ] P; Α Theon (BFVp). 5. τῷ Α] P; om. Theon (BFVp). γωνίαν FVp. ἴσην] corr. ex ἴσῃ m. rec. B. 6. ΔΒ] Β in ras. p. Dein add. ὡς τὸ Ε mg. m. 2 P; ὡς τὸ Θ supra m. rec. B, mg. m. 2 V. 7. ἡμικυκλίου] seq. spat. 2 litt. φ. 8. κύκλου] om. Bp. τμήματος ἄρα Bp. προσ- om. BVp. 9. κύκλος

[I, 6] et $A\Delta = \Delta\Gamma$; et Δ centrum erit circuli suppleti, et $AB\Gamma$ semicirculus erit.

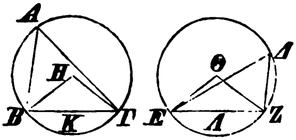


Sin $\angle AB\Delta < BA\Delta$, et ad rectam BA et punctum eius A construimus angulum aequalem angulo $AB\Delta$ [I, 23], centrum in recta ΔB intra segmentum $AB\Gamma$ cadet, et segmentum $AB\Gamma$ maius erit semicirculo.

Ergo segmento circuli dato suppletus est circulus; quod oportebat fieri.

XXVI.

In aequalibus circulis aequales anguli in aequalibus arcubus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus consistunt.



Sint aequales circuli $AB\Gamma$, ΔEZ, et in iis aequales anguli sint ad centra $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, ad ambitus autem $BA\Gamma$, $E\Delta Z$. dico, aequales esse arcus $BK\Gamma$, $E\Lambda Z$.

ducantur enim $B\Gamma$, EZ. et quoniam aequales sunt circuli $AB\Gamma$, ΔEZ, etiam radii aequales sunt. ergo duae rectae BH, $H\Gamma$ duabus $E\Theta$, ΘZ aequales sunt;

οὗπέρ ἐστι τὸ τμῆμα V. ποιῆσαι] δεῖξαι PF; in F mg. m. 1: γρ. ποιῆσαι. 10. κϛ′] sic φ. 13. ὦσιν B. 14. βεβηκυῖαι] postea add. m. 1 F; m. rec. P. 15. ἔστωσαν γάρ P. καὶ πρὸς μὲν τοῖς κέντροις ἴσαι γωνίαι ἔστωσαν P. 17. $BH\Gamma$] post ras. 1 litt. F. 22. BH] HB BVp. δύο] (alt.) δυσί V; δυσίν p. 23. $E\Theta$] ΘE V, corr. m. 2. ἴσαι] P, F m. 1; ἴσαι εἰσί BVp, F m. 2. τῷ] τό B.

τῇ πρὸς τῷ Θ ἴσῃ· βάσις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Α γωνία τῇ πρὸς τῷ Δ, ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΑΓ τμῆμα τῷ ΕΔΖ τμήματι· καί εἰσιν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν [τῶν ΒΓ, ΕΖ]· τὰ δὲ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ἴσον ἄρα τὸ ΒΑΓ τμῆμα τῷ ΕΔΖ. ἔστι δὲ καὶ ὅλος ὁ ΑΒΓ κύκλος ὅλῳ τῷ ΔΕΖ κύκλῳ ἴσος· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΚΓ περιφέρεια τῇ ΕΛΖ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση.

Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείας ὦσι βεβηκυῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζʹ.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Ἐν γὰρ ἴσοις κύκλοις τοῖς ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν τῶν ΒΓ, ΕΖ πρὸς μὲν τοῖς Η, Θ κέντροις γωνίαι βεβηκέτωσαν αἱ ὑπὸ ΒΗΓ, ΕΘΖ, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΕΔΖ· λέγω, ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΒΗΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΘΖ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστιν ἴση.

XXVII. Boetius p. 388, 5.

---

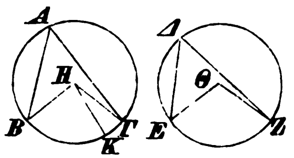
1. *τῷ*] *τό* B. *ἴση*] PV, F m. 1; *ἐστιν ἴση* Bp; *ἴση ἐστί* F m. 2. 2. *τῷ*] *τό* B. 3. *τῷ*] (prius) *τό* B. *ἐστίν* P. 4. *τῶν ΒΓ*, ΕΖ] mg. m. rec. P. 5. *τὰ δέ — εὐθειῶν*] mg. m. 1 P. 6. *ΒΑΓ*] litt. *ΒΑ* e corr. p. *τῷ*] *τῶ* seq. ras. 1 litt. F. ΕΔΖ] mutat. in ΕΖΔ m. 2 V. 7. *ἐστίν* PB. ΔΕΖ] E insert. m. 1 F; ΕΔΖ Bp; ΔΕΖ mg. m. 2 V.

et angulus ad H positus angulo ad Θ posito aequalis est. itaque $B\Gamma = EZ$ [I, 4]. et quoniam angulus ad A positus angulo ad Δ posito aequalis est, segmentum $BA\Gamma$ segmento $E\Delta Z$ simile est [def. 11]. et in aequalibus rectis posita sunt. segmenta autem similia in aequalibus rectis posita inter se aequalia sunt [prop. XXIV]. itaque $BA\Gamma = E\Delta Z$. uerum etiam totus circulus $AB\Gamma$ toti circulo ΔEZ aequalis est. quare qui relinquitur arcus $BK\Gamma$ arcui EAZ aequalis est.

Ergo in aequalibus circulis aequales anguli in aequalibus arcubus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus consistunt; quod erat demonstrandum.

XXVII.

In aequalibus circulis anguli in aequalibus arcubus consistentes inter se aequales sunt, siue ad centra siue ad ambitus consistunt.



nam in aequalibus circulis $AB\Gamma$, ΔEZ in aequalibus arcubus $B\Gamma$, EZ ad centra H, Θ anguli consistant $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, ad ambitus autem $BA\Gamma$, $E\Delta Z$. dico, esse $\angle BH\Gamma = E\Theta Z$, et

$$\angle BA\Gamma = E\Delta Z.$$

κύκλῳ] in ras. m. 2 V. 8. τῇ] ἐστιν ἴση τῇ P. $E\Delta Z$] litt. ΔZ in ras. V. 9. ἐστιν ἴση] om. P. 10. Ἐν] inter ε et ν 1 litt. eras. V. 12. ὦσιν F. 14. κζ′] sic φ. 18. ὦσιν P. 19. καὶ ἐπί F. 23. γωνία] P; om. Theon (BFVp). $E\Theta Z$] corr. ex EBZ m. rec. P; $BH\Gamma$ φ. 24. ἐστιν ἴση] P; om. Theon (BFVp).

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ τῇ ὑπὸ ΕΘΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΒΗΓ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΒΗ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Η τῇ ὑπὸ ΕΘΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΗΚ· αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν· ἴση ἄρα ἡ ΒΚ περιφέρεια τῇ ΕΖ περιφερείᾳ. ἀλλὰ ἡ ΕΖ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΒΚ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΘΖ· ἴση ἄρα. καί ἐστι τῆς μὲν ὑπὸ ΒΗΓ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ Α, τῆς δὲ ὑπὸ ΕΘΖ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ Δ· ἴση ἄρα καὶ ἡ πρὸς τῷ Α γωνία τῇ πρὸς τῷ Δ.

Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη΄.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι.

Ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἐν τοῖς κύκλοις ἴσαι εὐθεῖαι ἔστωσαν αἱ ΑΒ, ΔΕ τὰς μὲν ΑΓΒ, ΔΖΕ περιφερείας μείζονας ἀφαιροῦσαι τὰς δὲ

1. *εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ τῇ ὑπὸ ΕΘΖ*] PF; om. V; *εἰ μὲν οὖν ἡ ὑπὸ ΒΗΓ ἴση ἐστὶ* (*ἐστίν* B) *τῇ ὑπὸ ΕΘΖ, φανερόν, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση ἐστὶ* (*ἐστίν* B, om. V) *τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· εἰ δὲ οὔ* Bp; in V eadem mg. m. 2 exceptis *εἰ δὲ οὔ*, quae in textu sunt m. 1 (*εἰ δ' οὔ*). *γρ. καὶ οὕτως· εἰ μέν — ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση ἐστίν· εἰ δὲ οὔ, μία αὐτῶν μείζων ἡ ὑπὸ ΒΗΓ, καὶ συνεστάτω καὶ καθεξῆς ὡς ἐν τῷ κειμένῳ* mg. m. rec. P. Campanus cum PF concordat. 2. *μείζων ἐστίν*] Bp; *ἐστι μείζων* FV; *μείζων ἔσται* P. *ἔστω μείζων*] om. F,

nam si ∠ *ΒΗΓ* angulo *ΕΘΖ* inaequalis est, alteruter eorum maior est. sit maior ∠ *ΒΗΓ*, et ad rectam *ΒΗ* et punctum eius *Η* angulo *ΕΘΖ* aequalis construatur *ΒΗΚ* [I, 23]. et aequales anguli in aequalibus arcubus consistunt, si ad centra sunt positi [prop. XXVI]. ergo arc. *ΒΚ* = *ΕΖ*. sed *ΕΖ* = *ΒΓ*. quare etiam *ΒΚ* = *ΒΓ*, minor maiori; quod fieri non potest. itaque ∠ *ΒΗΓ* angulo *ΕΘΖ* inaequalis non est; aequalis igitur. et angulus ad *Α* positus dimidius est anguli *ΒΗΓ*, angulus autem ad *Δ* positus dimidius anguli *ΕΘΖ* [prop. XX]. itaque angulus ad *Α* positus angulo ad *Δ* posito aequalis est.

Ergo in aequalibus circulis anguli in aequalibus arcubus consistentes inter se aequales sunt, siue ad centra siue ad ambitus consistunt; quod erat demonstrandum.

XXVIII.

In aequalibus circulis aequales rectae aequales arcus abscindunt maiorem maiori, minorem autem minori.

Sint aequales circuli *ΑΒΓ*, *ΔΕΖ*, et in circulis aequales rectae sint *ΑΒ*, *ΔΕ*, arcus *ΑΓΒ*, *ΔΖΕ*

---

add. ∻, cui nunc nihil respondet. 3. *εὐθεία*] om. p; mg. m. 2 V. 4. *ΕΘΖ*] in ras. m. 2 V. 7. *ἀλλ'* Bp. *ἴση ἐστί* Vφ. 8. *ΒΓ τῇ ΒΚ* B m. 1, Fp, V m. 1. 10. *ἐστιν* P. 12. *ἴση ἄρα καί* — 13. *τῷ Δ*] om. F. 13. *τῷ*] *τό* B. 14. *ἐν ἄρα*] e corr. m. 2 V. 15. *βεβηκυῖαι γωνίαι*] φ, seq. *αι* m. 1; in P *γωνίαι* supra scr. m. 1. 16. *βεβηκυῖαι ὦσιν* P. 18. *λ'* F. 19. *ἴσας*] *ἴσαι* φ (non F). 20. *ἀφαιροῦσιν* P, *ἀφεροῦσι* φ. 21. *ἐλάσσονα τῇ ἐλάσσονι* V. 22. *τοῖς κύκλοις*] P; *αὐτοῖς* Theon (BFVp). 23. *ΑΒ*, *ΔΕ*] P; *ΒΓ*, *ΕΖ* Theon (BFVp). 24. *ΑΓΒ*] P, F m. 1; *ΒΑΓ* BVp, F m. 2. *ΔΖΕ*] P; *ΕΔΖ* Bp, V e corr. m. 2; *ΔΖ* inter duas ras. F. *ἀφεροῦσαι* P; *φέρουσαι* V, corr. m. 2.

ΑΗΒ, ΔΘΕ ἐλάττονας· λέγω, ὅτι ἡ μὲν ΑΓΒ μείζων περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ ΔΖΕ μείζονι περιφερείᾳ, ἡ δὲ ΑΗΒ ἐλάττων περιφέρεια τῇ ΔΘΕ.

Εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν κύκλων τὰ Κ, Λ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΚ, ΚΒ, ΔΛ, ΛΕ.

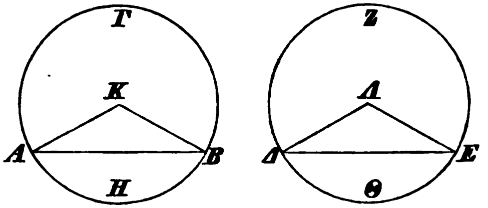
Καὶ ἐπεὶ ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ ΑΚ, ΚΒ δυσὶ ταῖς ΔΛ, ΛΕ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΔΕ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΚΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΛΕ ἴση ἐστίν. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ὅταν πρὸς τοῖς κέντροις ὦσιν· ἴση ἄρα ἡ ΑΗΒ περιφέρεια τῇ ΔΘΕ. ἐστὶ δὲ καὶ ὅλος ὁ ΑΒΓ κύκλος ὅλῳ τῷ ΔΕΖ κύκλῳ ἴσος· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΓΒ περιφέρεια λοιπῇ τῇ ΔΖΕ περιφερείᾳ ἴση ἐστίν.

Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. *ΑΗΒ*] P; *ΒΗΓ* BVp, F in ras. *ΔΘΕ*] P; *ΕΘΖ* BFVp. *ΑΓΒ*] PF; *ΒΑΓ* BVp. 2. *ἐστί*] om. B. *ΔΖΕ* — 3. *τῇ*] om. B; *τῇ ΕΔΖ μείζονι περιφερείᾳ ἡ δὲ ΑΗΒ* (euan.) *ἐλάττων περιφέρεια ἴση τῇ* mg. m. rec. *ΔΖΕ*] PF; *ΕΔΖ* BVpφ. 3. *ΑΗΒ*] P (B?); *ΒΗΓ* Vp, F in ras. *ἴση τῇ* BFp, *ἴση ἐστὶ τῇ* V. *ΔΘΕ*] P; *ΕΘΖ ἐλάττονι* Bp; *ΕΘΖ ἐλάττονι περιφερείᾳ* V, F (*ΕΘΖ* in ras.). 5. *ἐπιζεύχθωσαν* φ. *ΑΚ*] P; *ΚΒ* BV, F in ras., p (*Κ* in ras). *ΚΒ*] P; *ΚΓ* BVp, F in ras. *ΔΛ*] P; *ΛΕ* V e corr. m. 2, F in ras.; *ΕΛ* Bp. *ΛΕ*] P; *ΛΖ* BVp, F in ras. 6. *ἴσαι εἰσί*] m. rec. P. *αἱ*] supra m. 1 P, m. 2 B. 7. *ΑΚ, ΚΒ*] P; *ΒΚ, ΚΓ* BVp, F in ras. *δυσί*] *δύο* F, corr. m. 2; *δυσίν* p. *ΔΛ, ΛΕ*] P (*ΔΛ* corr. ex *ΑΛ* m. rec.); *ΕΛ, ΛΖ* BVp, F in ras. 8. *ἴσαι εἰσίν*] PF; *ἴσαι εἰσί* V et add. m. 2 Bp. *ΑΒ*] P; *ΒΓ* BFVp. *ΔΕ*] P; *ΕΖ* BVpφ. 9. *ὑπό*] om. Bp. *ΑΚΒ*] P; *ΒΚΓ* BVp, F in ras. *ΔΛΕ*] P; *ΕΛΖ* BVp, F in ras. 11. *ΑΗΒ*] *ΒΗΓ* V, in ras. Fp; *ὑπὸ ΒΗΓ* B, *ὑπό* del. *περιφέρεια*] om. B; in ras. p. 12. *ΔΘΕ*] P; *ΕΘΖ* p, post ras. V, in ras. F; *ὑπὸ ΕΘΖ*, del. *ὑπὸ* et add. m. rec.

maiores abscindentes, AHB, $\Delta\Theta E$ autem minores. dico, esse arc. $A\Gamma B = \Delta Z E$, $AHB = \Delta\Theta E$.



sumantur enim centra circulorum K, Λ, et ducantur AK, KB, $\Delta\Lambda$, ΛE. et quoniam aequales circuli sunt, etiam radii aequales sunt [def. 1]. itaque duae rectae AK, KB duabus $\Delta\Lambda$, ΛE aequales sunt; et $AB = \Delta E$. itaque $\angle AKB = \Delta\Lambda E$ [I, 8]. sed aequales anguli in aequalibus arcubus consistunt, si ad centra sunt positi [prop. XXVI]. itaque arc.

$$AHB = \Delta\Theta E.$$

uerum etiam totus circulus $AB\Gamma$ toti circulo ΔEZ aequalis est. quare etiam qui relinquitur arcus $A\Gamma B$ reliquo arcui $\Delta Z E$ aequalis est.

Ergo in aequalibus circulis aequales rectae aequales arcus abscindunt maiorem maiori minorem autem minori; quod erat demonstrandum.

περιφερείᾳ B. ἐστίν P. $AB\Gamma$] in ras. F. 13. ΔEZ] E supra m. 1 F; $EZ\Delta$ P. ἴσος] insert. m. 2 F. καί] PF; om. BVp. $A\Gamma B$] F; $AB\Gamma$ P; $BA\Gamma$ BVp. περιφέρεια] om. V. 14. λοιπῇ τῇ] in mg. transit, antecedit ἴση in spatio plurium litt. φ. $\Delta Z E$] scripsi; ΔEZ PF; $E\Delta Z$ BVp. 15. αἱ ἴσαι εὐθεῖαι] in ras. F. 16. ἀφαιροῦσιν F, -φα- e corr. V m. 2. μείζονι] post lac. 8 litt. in mg. transiens φ.

κθ'.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν.

Ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἐν αὐτοῖς ἴσαι περιφέρειαι ἀπειλήφθωσαν αἱ ΒΗΓ, ΕΘΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΓ, ΕΖ εὐθεῖαι· λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ.

Εἰλήφθω γὰρ τὰ κέντρα τῶν κύκλων, καὶ ἔστω τὰ Κ, Λ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΚ, ΚΓ, ΕΛ, ΛΖ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΗΓ περιφέρεια τῇ ΕΘΖ περιφερείᾳ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΚΓ τῇ ὑπὸ ΕΛΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ κύκλοι, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων· δύο δὴ αἱ ΒΚ, ΚΓ δυσὶ ταῖς ΕΛ, ΛΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν· βάσις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν.

Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ'.

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τεμεῖν.

XXX. Proclus p. 272, 15. Boetius p. 388, 8.

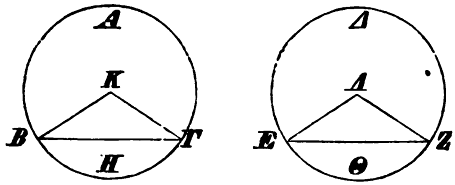
---

1. λα' F; corr. m. 2. 2. ὑπὸ τάς FV. 3. ἴσαι εὐθεῖαι] εὐθεῖαι V, ϛειαι F, quod in εὐθεῖαι corrigere conata est m. 2. ὑποτείνουσιν] ὑποτείνουσιν ἴσαι V; ὑποτείνουσι (in ras. m. 2, punctis del.) εὐθεῖαι ὑπο (mg. m. 2), dein τείνουσιν m. 1 F. 4. ἴσοι] supra m. 2 V. ἐν] ἀπειλήφθωσαν ἐν V. 5. ἴσαι περιφε- in mg. m. 2 post 7 litt. euan. F. ἀπειλήφθωσαν] om. V. 6. ΒΓ, ΕΖ εὐθεῖαι] e corr. m. 2 F. 7. ΒΓ] ΒΓ εὐθεῖα BVp; εὐθεῖα in P add. m. rec., in F in mg. m. 1. ΕΖ εὐθείᾳ V m. 2. 8. εἰλήφθω — 9. ΛΖ] om. V. εἰλήφθωσαν p. καὶ ἔστω] P, ἔστω F (sed κύκλων renouatum); om. BVp. 10. καὶ ἐπεί] ἐπεί Bp; εἰ γάρ V m. 1, ἐπεὶ γάρ V m. 2. 11. ἐστίν P. ΒΚΓ] Κ e corr. m. 2 V.

XXIX.

In aequalibus circulis sub aequalibus arcubus aequales rectae subtendunt.

Sint aequales circuli $AB\Gamma$, ΔEZ, et in iis aequales arcus abscindantur $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, et ducantur rectae $B\Gamma$, EZ. dico, esse $B\Gamma = EZ$.



sumantur enim centra circulorum et sint K, Λ, et ducantur BK, $K\Gamma$, $E\Lambda$, ΛZ. et quoniam arc.

$$BH\Gamma = E\Theta Z,$$

erit etiam $\angle BK\Gamma = E\Lambda Z$ [prop. XXVII]. et quoniam circuli $AB\Gamma$, ΔEZ aequales sunt, etiam radii aequales sunt [def. 1]. itaque duae rectae BK, $K\Gamma$ duabus $E\Lambda$, ΛZ aequales sunt; et aequales angulos comprehendunt. itaque $B\Gamma = EZ$ [I, 4].

Ergo in aequalibus circulis sub aequalibus arcubus aequales rectae subtendunt; quod erat demonstrandum.

XXX.

Datum arcum in duas partes aequales secare.

---

13. εἰσίν PF. αἱ] om. P. ἐκ] om. p. 14. εἰσίν] PBF; εἰσί Vp. ἴσας γωνίας Bp. περιέχουσιν] PB, περιέχουσι pφ, περιφέρουσιν V. 16. ὑπὸ τάς BFVp. 17. αἱ ἴσαι V. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] m. 2 F. 18. λ′] non liquet F.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα περιφέρεια ἡ ΑΔΒ· δεῖ δὴ τὴν ΑΔΒ περιφέρειαν δίχα τεμεῖν.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ, καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Γ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΓΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΒ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΓΔ, δύο δὴ αἱ ΑΓ, ΓΔ δυσὶ ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν. αἱ δὲ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι τὴν δὲ ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι· καί ἐστιν ἑκατέρα τῶν ΑΔ, ΔΒ περιφερειῶν ἐλάττων ἡμικυκλίου· ἴση ἄρα ἡ ΑΔ περιφέρεια τῇ ΔΒ περιφερείᾳ.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα περιφέρεια δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ σημεῖον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λα'.

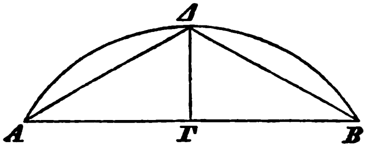
Ἐν κύκλῳ ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν, ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι ἐλάττων ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι τμήματι μείζων ὀρθῆς· καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία μείζων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία ἐλάττων ὀρθῆς.

XXXI. [Euclid.] opt. 47 (Studien p. 122). Alexander Aphrod. in metaph. p. 318. Simplicius in phys. fol. 14u. Philop. in anal. II fol. 85u. Boetius p. 388, 10.

---

1. ΑΔΒ] litt. ΔΒ in ras. V; ΑΒ corr. ex ΑΓ P. 2. ΑΒΔ Bp; ΑΒ P. 3. δίχα] ἡ ΑΒ δίχα V. 5. ΓΔ] sic φ, e corr. m. 2 V. καί] om. φ. ΔΒ] Β corr. ex Θ m. 1 F. 8. εἰσίν] PBF; εἰσί Vp. 9. καὶ βάσις Bp, V m. 2. ἄρα] om. V. 10. ἐστί V. δ' ἴσαι V. 11. ἀφαιροῦσιν B; in

Sit datus arcus $A\Delta B$. oportet igitur arcum $A\Delta B$ in duas partes aequales secare.



ducatur AB et in duas partes aequales secetur in Γ [I, 10], et a puncto Γ ad rectam AB perpendicularis ducatur $\Gamma\Delta$, et ducantur $A\Delta$, ΔB. et quoniam $A\Gamma = \Gamma B$, et communis est $\Gamma\Delta$, duae rectae $A\Gamma$, $\Gamma\Delta$ duabus $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ aequales sunt; et

$$\angle A\Gamma\Delta = B\Gamma\Delta;$$

nam uterque rectus est. itaque $A\Delta = \Delta B$ [I, 4]. uerum aequales rectae aequales arcus abscindunt maiorem maiori minorem autem minori [prop. XXVIII]. et uterque arcus $A\Delta$, ΔB minor est semicirculo. itaque arc. $A\Delta = \Delta B$.

Ergo datus arcus in duas partes aequales sectus est in puncto Δ; quod oportebat fieri.

XXXI.

In circulo angulus in semicirculo positus rectus est, qui autem in segmento maiore positus est, minor recto, qui autem in segmento minore positus est, maior recto, et praeterea angulus segmenti maioris maior est recto, minoris autem segmenti angulus minor recto.

---

ras. m. 1 P. 12. ἐλάτονι P. ἑκατέρων φ. τῶν] τοῦ φ. ΔB] om. F. 14. ΔB] in ras. V. περιφερεία] om. V, περιφέρειαν φ. 15. ἡ] in ras. V. 16. ποιῆσαι] δεῖξαι P. 17. λγ' F. 18. ἐν] post ras. 1 litt. V. 22. γωνία] m. 2 V. 23. ὀρθῆς] PF; ἐστὶν ὀρθῆς Bp; ὀρθῆς ἐστιν V.

Ἔστω κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἡ ΒΓ, κέντρον δὲ τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΑ, ΑΓ, ΑΔ, ΔΓ· λέγω, ὅτι ἡ μὲν ἐν τῷ ΒΑΓ ἡμικυκλίῳ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ὀρθή ἐστιν, ἡ δὲ ἐν τῷ ΑΒΓ μείζονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ ΑΔΓ ἐλάττονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΓ μείζων ἐστὶν ὀρθῆς.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ, καὶ διήχθω ἡ ΒΑ ἐπὶ τὸ Ζ.

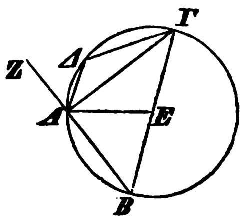
Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΑ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΕ. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΕ τῇ ΕΑ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ὑπὸ ΓΑΕ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΓΒ ἴση ἐστίν. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΑΓ ἐκτὸς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΓΒ γωνίαις ἴση· ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΑΓ· ὀρθὴ ἄρα ἑκατέρα· ἡ ἄρα ἐν τῷ ΒΑΓ ἡμικυκλίῳ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ὀρθή ἐστιν.

Καὶ ἐπεὶ τοῦ ΑΒΓ τρίγωνου δύο γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΑΓ δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσιν, ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ, ἐλάττων ἄρα ὀρθῆς ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία· καί ἐστιν ἐν τῷ ΑΒΓ μείζονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι.

Καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τετράπλευρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ,

1. ἔστω] (alt.) om. V. 2. Post δέ add. αὐτοῦ m. rec. P. Ε] supra hanc litt. eras. Γ V; seq. in F: καὶ (m. 1) εἰλήφθω ἐπὶ τῆς περιφερείας (in ras. m. 2) δύο τυχόντα σημεῖα τὰ Α, Δ (in mg. transit m. 1); eadem omnia B mg. m. rec. καί — ΒΑ] in mg. transit m. 1 F. 3. ΑΓ, ΑΔ, ΔΓ] φ, seq. uestig. Α m. 1. 4. ἡ ὑπὸ ΒΑΓ] P; om. Theon (BFVp). 5. μείζονι] -ονι in ras. V; corr. ex μείζων m. 2 B. 6. ΑΒΓ] Β in ras. V. 7. ἡ ὑπὸ ΑΔΓ] om. p; mg. m. rec. B. 10. ἐστί] ἐστίν P. 11. ΑΒΕ] P, F m. 1, V m. 1; ΕΑΒ Bp, F m. 2, V m. 2.

Sit circulus *ΑΒΓΔ*, diametrus autem eius sit *ΒΓ*, centrum autem *E*, et ducantur *ΒΑ*, *ΑΓ*, *ΑΔ*, *ΔΓ*. dico, angulum in *ΒΑΓ* semicirculo positum ∠ *ΒΑΓ* rectum esse, qui autem in segmento *ΑΒΓ* maiore, quam est semicirculus, positus est, ∠ *ΑΒΓ* minorem recto, qui autem in segmento *ΑΔΓ* minore, quam est semicirculus, positus est, ∠ *ΑΔΓ* maiorem recto esse.



ducatur *AE*, et educatur *BA* ad *Z*. et quoniam *BE* = *EA*, erit etiam ∠ *ABE* = *BAE* [I, 5]. rursus quoniam *ΓE* = *EA*, erit etiam ∠ *AΓE* = *ΓAE*. ergo ∠ *BAΓ* = *ABΓ* + *AΓB*. uerum etiam angulus exterior trianguli *ABΓ*, ∠ *ZAΓ* = *ABΓ* + *AΓB* [I, 32]. itaque ∠ *BAΓ* = *ZAΓ*. rectus igitur est uterque [I, def. 10]. ergo angulus *BAΓ* in semicirculo *BAΓ* positus rectus est.

et quoniam trianguli *ABΓ* duo anguli *ABΓ*, *BAΓ* duobus rectis minores sunt [I, 17], et ∠ *BAΓ* rectus est, ∠ *ABΓ* minor est recto; et in segmento *ABΓ* maiore, quam est semicirculus, positus est.

et quoniam in circulo quadrilaterum est *ABΓΔ*,

BAE} P; *EBA* Bp, e corr. FV. 12. *ΓE*] P; *AE* F, V in ras. m. 2; *EA* Bp. *EA*] P; *EΓ* Bp, in ras. m. 2 FV. *ἐστίν* PB. *καί*] om P. *γωνία ἡ* FV (supra *γωνία* in V ras. est). 13. *ΓAE*] in ras. m. 2 V. 15. *ABΓ*] (alt.) *Γ* in ras. m. 2 V. *γωνίαις*] m. 2 V. 16. *ἴση*] (prius) m. 2 F. 17. *ABΓ* P. 18. *ἐστιν*] PB, comp. p; *ἐστι* FV. 19. *δύο*] supra add. *αἱ* m. 1 F. 20. *ABΓ*, *BAΓ*] *ABΓ* in spatio 6 litt. m. 2 F. *ἐλάσσονές* FV. 21. *BAΓ*] PFV; *BAΓ γωνία* Bp. *ἐλάσσων* V.

τῶν δὲ ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν [αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΔΓ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν], καί ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἐλάττων ὀρθῆς· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ γωνία μείζων ὀρθῆς ἐστιν· καί ἐστιν ἐν τῷ ΑΔΓ ἐλάττονι τοῦ ἡμικυκλίου τμήματι.

Λέγω, ὅτι καὶ ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία ἡ περιεχομένη ὑπό [τε] τῆς ΑΒΓ περιφερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας μείζων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία ἡ περιεχομένη ὑπό [τε] τῆς ΑΔ[Γ] περιφερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς. καί ἐστιν αὐτόθεν φανερόν. ἐπεὶ γὰρ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ εὐθειῶν ὀρθή ἐστιν, ἡ ἄρα ὑπὸ τῆς ΑΒΓ περιφερείας καὶ τῆς ΑΓ εὐθείας περιεχομένη μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΑΖ εὐθειῶν ὀρθή ἐστιν, ἡ ἄρα ὑπὸ τῆς ΓΑ εὐθείας καὶ τῆς ΑΔ[Γ] περιφερείας περιεχομένη ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.

Ἐν κύκλῳ ἄρα ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν, ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι ἐλάττων ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι [τμήματι] μείζων ὀρθῆς, καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος [γωνία] μείζων [ἐστὶν] ὀρθῆς,

---

2. αἱ ἄρα — 3. εἰσίν] mg. m. rec. P. 3. γωνίαι] om. Bp. εἰσίν] BF; εἰσί PVp. 4. λοιπή] m. 2 F. γωνία] PF; om. BVp. 5. ὀρθῆς ἐστιν] PF; ὀρθῆς ἐστι V; ἐστιν ὀρθῆς Bp. ἐστιν] (alt.) om. V (supra καὶ ἐν ras.). ΑΔΓ] P, F, V (ras. supra); om. Bp. ἐλάτονι P. 7. ὅτι] P, F m. 1; δή, ὅτι BVp, F m. 2 (euan.). 8. τε] P; om. BFVp. ΑΒΓ] P; ΑΗΒ P m. rec., BF, V m. 2, p m. 1; ΑΒΓ cum ras. 1 litt. inter Α et Β V m. 1; Γ add. p m. rec. 9. ΑΓ] Γ in ras. m. rec. B. μείζων] μείζ- in ras. m. rec. B. 10. τε] P; om. BFVp. 11. ΑΔΓ] Γ insert. m. 1 F. ἐλάττων] in ras. m. rec. B. 12. ἡ] ἡ περιεχομένη γωνία V. 13. ὀρθή] PFV (in F ante ὀρθή inser. περιεχομένη γωνία mg. m.

et in quadrilateris in circulis positis oppositi anguli duobus rectis aequales sunt [prop. XXII], et angulus *ΑΒΓ* minor est recto, reliquus angulus *ΑΔΓ* maior est recto; et in *ΑΔΓ* segmento minore, quam est semicirculus, positus est.

dico etiam, angulum maioris segmenti arcu *ΑΒΓ* et recta *ΑΓ* comprehensum maiorem esse recto, minoris autem segmenti angulum arcu *ΑΔΓ* et recta *ΑΓ* comprehensum minorem esse recto. et hoc statim adparet. nam quoniam angulus rectis *ΒΑ*, *ΑΓ* comprehensus rectus est, angulus arcu *ΑΒΓ* et recta *ΑΓ* comprehensus maior est recto. rursus quoniam angulus rectis *ΑΓ*, *ΑΖ* comprehensus rectus est, angulus recta *ΓΑ* et arcu *ΑΔΓ* comprehensus minor est recto.

Ergo in circulo angulus in semicirculo positus rectus est, qui autem in segmento maiore positus est, minor recto, qui autem in segmento minore positus est, maior recto, et praeterea angulus segmenti ma-

---

1; idem mg. m. rec. P); *περιεχομένη ὀρθὴ γωνία* Bp. 14. *ΑΒΓ*] *ΑΗΓ* P; *ΑΗΒ* BF, V m. 2, p m. 1; *Γ* add. p m. rec., *ΑΒΘ* cum ras. inter *Α* et *Β* V m. 1. *ΑΓ*] *Γ* in ras. m. rec. B. 15. *μείζων*] *μειζ-* in ras. m. rec. B. 16. *ΑΓ*] *ΓΑ* V. *εὐθειῶν περιεχομένη* in ras. m. 2 V. 17. *ΑΔΓ*] *ΑΔ* P. *ἐλάττων*] e corr. B m. rec., praeced. *ε* m. 1; post ras. 1 litt. V. 20. *ἐλάττων ἐστίν* BV. 21. *τμήματι*] om. PB FVp. *μείζων ἐστίν* BVp. 22. *γωνία*] om. P, m. 2 F. *ἐστίν*] om. P; m. 2 F.

ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος [γωνία] ἐλάττων ὀρθῆς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν [ἡ] μία γωνία τριγώνου ταῖς δυσὶν ἴση ᾖ, ὀρθή ἐστιν ἡ γωνία διὰ τὸ καὶ τὴν ἐκείνης ἐκτὸς ταῖς αὐταῖς ἴσην εἶναι· ἐὰν δὲ αἱ ἐφεξῆς ἴσαι ὦσιν, ὀρθαί εἰσιν.]

λβ'.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓΔ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Β σημεῖον, καὶ ἀπὸ τοῦ Β σημείου διήχθω τις εὐθεῖα εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τέμνουσα αὐτὸν ἡ ΒΔ. λέγω, ὅτι ἃς ποιεῖ γωνίας ἡ ΒΔ μετὰ τῆς ΕΖ ἐφαπτομένης, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τμήμασι τοῦ κύκλου γωνίαις, τουτέστιν, ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΖΒΔ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ΒΑΔ τμήματι συνισταμένῃ γωνίᾳ, ἡ δὲ ὑπὸ ΕΒΔ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ΔΓΒ τμήματι συνισταμένῃ γωνίᾳ.

Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Β τῇ ΕΖ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΑ,

XXXII. Boetius p. 388, 16.

---

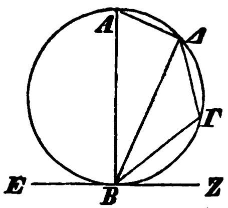
1. *γωνία*] om. PBFVp. 2. Seq. alia demonstratio; u. appendix. 3. *πόρισμα* — 7. *εἰσιν*] mg. m. 1 PFb; eras. V. 4. *ὅτι*] ∵. F. *ἡ*] om. P. *τριγώνου ἡ μία γωνία* Bp. 5. *δύο* P. *ἐστι* B. *ἡ γωνία*] Pb; om. BFp. 6. *καί*] e corr. F. *ἐκτός*] Pb, B m. rec.; *ἐφεξῆς* Fp, B m. 1. *ἐάν*] Pb; *ὅταν* FBp. 7. *αἱ*] om. Pb. *γωνίαι ἴσαι* F. 8. *λδ'* F; corr. m. 2. 9. *ἐφ-* m. 2 F. 10. *εἰς τὸν κύκλον*] om. FV.

ioris maior est recto minoris autem segmenti angulus minor recto'; quod erat demonstrandum.[1])

XXXII.

Si recta circulum contingit, et a puncto contactus in circulum producitur recta secans circulum, anguli, quos haec cum contingenti efficit, aequales erunt angulis in alternis segmentis circuli positis.

nam circulum $AB\Gamma\Delta$ contingat recta EZ in puncto B, et a B puncto recta $B\Delta$ circulum $AB\Gamma\Delta$ secans



in eum producatur. dico, angulos, quos $B\Delta$ cum contingenti EZ efficiat, aequales fore angulis in alternis segmentis circuli positis, h. e. $\angle ZB\Delta$ aequalem esse angulo in segmento $BA\Delta$ constructo, et $\angle EB\Delta$ angulo in segmento $\Delta\Gamma B$ constructo aequalem.

ducatur enim a B ad EZ perpendicularis BA, et

1) Corollarium per se parum necessarium hic prorsus praue collocatur, cum minime e propositione pendeat. si Euclides id adiicere uoluisset, post I, 32 ponere debuit. etiam collocatio uerborum ὅπερ ἔδει δεῖξαι et ratio codicum interpolatorem arguunt; omisit Campanus. post Theonem demum additum esse uidetur.

διαχθῇ] -α- in ras. V. 11. τὴν ἐφαπτομένην V; corr. m. 2. 17. αὐτό φ. 18. ἐφαπτομένης] -ς postea add. F. 19. τοῦ κύκλου τμήμασι V. τμήμασιν P. ὅτι] om. p. 20. $ZB\Delta$] ΔBZ F; corr. m. 2. γωνία] om. Bp. ἐστίν P. ἐν τῷ] in ras. V m. 2. $BA\Delta$] PF, V e corr. m. 2; ΔAB Bp. 21. γωνίᾳ] seq. τῇ ὑπὸ ΔAB, sed eras. V. $EB\Delta$] Δ in ras. V; ΔBE F, corr. m. 2. γωνία] PF, V in ras. m. 2; om. Bp. ἐστίν P. 22. $\Delta\Gamma B$] Γ e corr. m. 2 V. γωνίᾳ] seq. τῇ ὑπὸ $\Delta\Gamma B$ V (eras.), idem mg. m. 2 F.

καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΔ περιφερείας τυχὸν σημεῖον τὸ Γ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΓ, ΓΒ.

Καὶ ἐπεὶ κύκλου τοῦ ΑΒΓΔ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Β, καὶ ἀπὸ τῆς ἁφῆς ἦκται τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΑ, ἐπὶ τῆς ΒΑ ἄρα τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ἡ ΒΑ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΔΒ γωνία ἐν ἡμικυκλίῳ οὖσα ὀρθή ἐστιν. λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ΒΑΔ, ΑΒΔ μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσίν. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΖ ὀρθή· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΖ ἴση ἐστὶ ταῖς ὑπὸ ΒΑΔ, ΑΒΔ. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΔ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΖ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι τοῦ κύκλου γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ. καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τετράπλευρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, αἱ ἀπεναντίον αὐτοῦ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΔΒΖ, ΔΒΕ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ ΔΒΖ, ΔΒΕ ταῖς ὑπὸ ΒΑΔ, ΒΓΔ ἴσαι εἰσίν, ὧν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ τῇ ὑπὸ ΔΒΖ ἐδείχθη ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΕ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι τῷ ΔΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΓΒ γωνίᾳ ἐστὶν ἴση.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. ΒΔ] in ras. m. 1 P; inter Β et Δ insert. Γ m. 2 F. 2. ΔΓ, ΓΒ] litt. ΓΓΒ in ras. m. 2 p. 4. καὶ ἀπό] ἀπὸ δέ P. τῆς] P; τῆς κατὰ τὸ Β Theon (BFVp). 5. ΒΑ] (bis) ΑΒ F. 6. ἐστίν P. 6. ἡ ΒΑ — 7. κύκλου] om. Bp. 7. ἐστίν P, ut lin. 9. 10. 12. 14. ἡ ἄρα ἡ V. 8. ἐστιν] PV, comp. p; ἐστι BF. 9. μιᾷ ὀρθῇ] mg. P. 14. αἱ] καὶ αἱ FV. 15. γωνίαι] post hoc uocabulum in FV mg. m. 2 add.

in arcu $B\Delta$ sumatur quodlibet punctum Γ, et ducantur $A\Delta$, $\Delta\Gamma$, ΓB. et quoniam circulum $AB\Gamma\Delta$ contingit ecta EZ in B, et a puncto contactus ad contingentem perpendicularis ducta est BA, in BA centrum rit circuli $AB\Gamma\Delta$ [prop. XIX]. itaque BA diametrus st circuli $AB\Gamma\Delta$. quare $\angle A\Delta B$, qui in semicirculo ositus est, rectus est [prop. XXXI]. ergo reliqui

$$BA\Delta + AB\Delta$$

ıni recto aequales sunt [I, 32]. uerum etiam $\angle ABZ$ ectus est. itaque $\angle ABZ = BA\Delta + AB\Delta$. subrahatur, qui communis est, $\angle AB\Delta$. itaque

$$\angle \Delta BZ = BA\Delta,$$

ui in alterno segmento circuli positus est. et quoiam quadrilaterum in circulo positum est $AB\Gamma\Delta$, pposita anguli eius duobus rectis aequales sunt prop. XXII]. sed etiam $\angle \Delta BZ + \Delta BE$ duobus ectis sunt aequales [I, 13]. itaque

$$\Delta BZ + \Delta BE = BA\Delta + B\Gamma\Delta,$$

uorum $\angle BA\Delta = \Delta BZ$, ut demonstratum est. itaue $\angle \Delta BE = \Delta\Gamma B$, qui in alterno segmento circuli $\Delta\Gamma B$ positus est.

Ergo si recta circulum contingit, et a puncto conactus in circulum producitur recta secans circulum, nguli, quos haec cum contingenti efficit, aequales runt angulis in alternis segmentis circuli positis; uod erat demonstrandum.

ἱ ὑπὸ $BA\Delta$, $\Delta\Gamma B$. 15. εἰσὶ δέ — 16. ἴσαι] P (εἰσίν); om. heon (BFVp). 17. ΔBZ] litt. ΔB e corr. m. 1 F. In seq. mg. m. 1: αἵ εἰσι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι διὰ τὸ εὐθεῖαν τὴν ;B ἐπ' εὐθείαν (-αν non liquet) τὴν EZ ὡς ἔτυχε ἑστάναι. 4. τοῖς] insert. m. 2 F.

λγ΄.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ *AB*, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ πρὸς τῷ *Γ*· δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας τῆς *AB* γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ *Γ*.

Ἡ δὴ πρὸς τῷ *Γ* [γωνία] ἤτοι ὀξεῖά ἐστιν ἢ ὀρθὴ ἢ ἀμβλεῖα· ἔστω πρότερον ὀξεῖα, καὶ ὡς ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς συνεστάτω πρὸς τῇ *AB* εὐθείᾳ καὶ τῷ *A* σημείῳ τῇ πρὸς τῷ *Γ* γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ *BAΔ*· ὀξεῖα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ *BAΔ*. ἤχθω τῇ *ΔA* πρὸς ὀρθὰς ἡ *AE*, καὶ τετμήσθω ἡ *AB* δίχα κατὰ τὸ *Z*, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ *Z* σημείου τῇ *AB* πρὸς ὀρθὰς ἡ *ZH*, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ *HB*.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ *AZ* τῇ *ZB*, κοινὴ δὲ ἡ *ZH*, δύο δὴ αἱ *AZ*, *ZH* δύο ταῖς *BZ*, *ZH* ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ *AZH* [γωνίᾳ] τῇ ὑπὸ *BZH* ἴση· βάσις ἄρα ἡ *AH* βάσει τῇ *BH* ἴση ἐστίν. ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ *H* διαστήματι δὲ τῷ *HA* κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ *B*. γεγράφθω καὶ ἔστω ὁ *ABE*, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ *EB*. ἐπεὶ οὖν ἀπ' ἄκρας τῆς *AE* διαμέτρου ἀπὸ τοῦ *A* τῇ *AE* πρὸς ὀρθάς ἐστιν

XXXIII. [Euclid.] opt. 47 (Studien p. 122). Simplicius in phys. fol. 14. Boetius p. 388, 20—21?

---

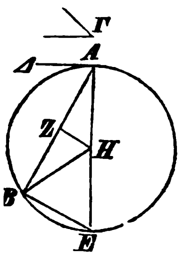
1. *λε΄* F. 5. *ἡ*] (primum) om. p. 8. *τῷ*] *τῇ* PF. *Γ*] P; *Γ γωνίᾳ* Theon (BFVp). 9. *δή*] scripsi; *δέ* P; *ἄρα* m. 2 FV; *γάρ* Bp, F m. 1. *γωνία*] P; om. BFVp; in F add. m. rec. *ἤ*] supra scr. m. 2 V. 10. *πρότερον*] *πρῶτον* V. *καὶ ὡς*] P, F (*καί* del. m. 2); *ὡς* Bp, e corr. V.

XXXIII.

In data recta segmentum circuli construere, quod ıngulum capiat aequalem dato angulo rectilineo.

Sit data recta AB, et datus angulus rectilineus is, ıui ad Γ positus est. oportet igitur in data recta AB segmentum circuli construere, quod angulum capiat aequalem angulo ad Γ posito.

angulus igitur ad Γ positus aut acutus est aut ·ectus aut obtusus. sit prius acutus, et, ut in prima figura, ad AB rectam et punctum A construatur angulus aequalis angulo ad Γ posito $\angle BA\Delta$ [I, 23]. itaque $\angle BA\Delta$ acutus est. ducatur ad ΔA perpendicularis AE, et AB in duas partes aequales secetur in Z, et a Z puncto ad AB perpendicularis ducatur ZH, et ducatur HB.



et quoniam $AZ = ZB$, et communis est ZH, duae ·ectae AZ, ZH duabus BZ, ZH aequales sunt; et $\angle AZH = BZH$. itaque $AH = BH$ [I, 4]. quare ·irculus centro H radio autem HA descriptus etiam ·er B ueniet. describatur et sit ABE, et ducatur EB. ·am quoniam ab A termino diametri AE ad AE per-

---

1. *καταστροφῆς* φ. *καὶ συνεστάτω* Bpφ; *καί* om. P, m. 2 V. 12. A *σημείῳ*] *πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ* A V. 13. *ἐστίν* PF. *καὶ ἤχθω* Bp. ΔA] $A\Delta$ BVp. Dein add. *ἀπὸ τοῦ* A *σημείου* Bp, P m. rec. 14. AE] E in ras. V. *καὶ τετμήσθω ἡ* AB] mg. m. 2 F. 18. *δύο*] (alt.) *δυσί* Vp. BZ] ZB Bp, FV m. 2. *εἰσί* Vp. 19. *γωνίᾳ*] P; om. BFVp. BZH] P; HZB Bp, V (sed H et B in ras.); ZB supra scr. H m. 1 F. *ἴση ἐστί* V. 20. BH] HB F. 23. EB] BE P.

ἡ *ΑΔ*, ἡ *ΑΔ* ἄρα ἐφάπτεται τοῦ *ΑΒΕ* κύκλου· ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ *ΑΒΕ* ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ *ΑΔ*, καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ *Α* ἁφῆς εἰς τὸν *ΑΒΕ* κύκλον διῆκταί τις εὐθεῖα ἡ *ΑΒ*, ἡ ἄρα ὑπὸ *ΔΑΒ* γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ *ΑΕΒ*. ἀλλ' ἡ ὑπὸ *ΔΑΒ* τῇ πρὸς τῷ *Γ* ἐστιν ἴση· καὶ ἡ πρὸς τῷ *Γ* ἄρα γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ *ΑΕΒ*.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας τῆς *ΑΒ* τμῆμα κύκλου γέγραπται τὸ *ΑΕΒ* δεχόμενον γωνίαν τὴν ὑπὸ *ΑΕΒ* ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ πρὸς τῷ *Γ*.

Ἀλλὰ δὴ ὀρθὴ ἔστω ἡ πρὸς τῷ *Γ*· καὶ δέον πάλιν ἔστω ἐπὶ τῆς *ΑΒ* γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ *Γ* ὀρθῇ [γωνίᾳ]. συνεστάτω [πάλιν] τῇ πρὸς τῷ *Γ* ὀρθῇ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ *ΒΑΔ*, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς, καὶ τετμήσθω ἡ *ΑΒ* δίχα κατὰ τὸ *Ζ*, καὶ κέντρῳ τῷ *Ζ*, διαστήματι δὲ ὁποτέρῳ τῶν *ΖΑ*, *ΖΒ*, κύκλος γεγράφθω ὁ *ΑΕΒ*.

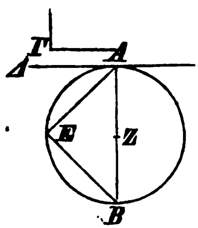
Ἐφάπτεται ἄρα ἡ *ΑΔ* εὐθεῖα τοῦ *ΑΒΕ* κύκλου διὰ τὸ ὀρθὴν εἶναι τὴν πρὸς τῷ *Α* γωνίαν. καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΒΑΔ* γωνία τῇ ἐν τῷ *ΑΕΒ* τμήματι· ὀρθὴ γὰρ καὶ αὐτὴ ἐν ἡμικυκλίῳ οὖσα. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ *ΒΑΔ* τῇ πρὸς τῷ *Γ* ἴση ἐστίν. καὶ ἡ ἐν τῷ *ΑΕΒ* ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ *Γ*.

---

1. *ΑΕΒ*] om. Bp; supra est ras. in V. *ἐπεὶ οὖν*] PFV (γρ. *καὶ ἐπεί* F mg.), *καὶ ἐπεί* Bp. 2. *τοῦ ΑΒΕ κύκλου* Bp. *ΑΒΕ*] *ΑΕΒ* e corr. V. 4. *ἐστίν* PB. 5. *ἐν τῷ*] om. P. 6. *ἀλλά* P. *ΔΑΒ*] litt. *ΔΑ* in ras. m. 1 P, dein add. *τῆι ὑπὸ ΑΕΒ*, del. m. 1. 7. *ἐστίν* P. 8. *ἐπί*] -ι e corr. m. 2 V. *ΑΒ*] *Α* eras. p. *τμῆμα κύκλου* F. 9. *ΕΑΒ* F. 10. *τῇ*] (alt.) om. F. 11. *ἔστω πάλιν* P. 13. *γωνίᾳ*] P; om. BFVp. 14. *πάλιν*] F; om. P; *γὰρ πάλιν* BVp. 16. *μὲν τῷ* V. 19. *ΑΒΕ*] corr. ex *ΑΒΓ* m. 1 P. 20. *γωνίαν*]

pendicularis ducta est $A\Delta$, recta $A\Delta$ circulum ABE contingit [prop. XVI πόρ.]. iam quoniam circulum ABE contingit recta $A\Delta$, et ab A puncto contactus in circulum ABE producta est recta AB, erit $\angle\, \Delta AB = AEB$, qui in alterno segmento circuli positus est [prop. XXXII]. uerum $\angle\, \Delta AB$ angulo ad Γ posito aequalis est. itaque angulus ad Γ positus angulo AEB aequalis est. ergo in data recta AB segmentum circuli AEB descriptum est, quod angulum capiat AEB angulo dato, qui ad Γ positus est, aequalem.

iam uero angulus ad Γ positus rectus sit. et rursus propositum sit, ut in recta AB segmentum circuli describatur, quod capiat angulum recto angulo ad Γ posito aequalem. construatur rursus angulus $BA\Delta$ recto angulo ad Γ posito aequalis, ut in secunda figura factum est, et AB in Z in duas partes aequales secetur, et centro Z radio autem alterutra rectarum ZA, ZB circulus describatur AEB. itaque recta $A\Delta$ circulum ABE contingit, quia angulus ad A positus rectus est [prop. XVI πόρ.]. et $\angle\, BA\Delta$ angulo in segmento AEB posito aequalis est; nam hic et ipse rectus est, quia in semicirculo positus est [prop. XXXI]. uerum $\angle\, BA\Delta$ etiam angulo ad Γ posito aequalis est. ergo etiam angulus in segmento AEB positus aequalis est an-



m. 2 V. ἴση] PF; om. BVp. 21. τμήματι ἴση BVp; supra τμήματι in F duae litt. eras. (γ^{ω}?). 22. ἐν] m. rec. P. καί] PF; om. BVp. 23. ἐστιν ἴση BVp. καί — 24. τῷ Γ] om. Bp; supra est ras. in V. 24. AEB] in ras. m. 2 V. Dein add. τμήματι P m. rec. ἴση ἐστί] P (ἐστίν); om. V; ras. 6 litt. F. Γ] P, F m. 1; ἴση ἐστίν add. F m. 2; Γ ἐστιν ἴση V.

Γέγραπται ἄρα πάλιν ἐπὶ τῆς ΑΒ τμῆμα κύκλου τὸ ΑΕΒ δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ.

Ἀλλὰ δὴ ἡ πρὸς τῷ Γ ἀμβλεῖα ἔστω· καὶ συνεστάτω αὐτῇ ἴση πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ Α σημείῳ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς τρίτης καταγραφῆς, καὶ τῇ ΑΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΑΕ, καὶ τετμήσθω πάλιν ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ζ, καὶ τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΖΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΒ.

Καὶ ἐπεὶ πάλιν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΖ τῇ ΖΒ, καὶ κοινὴ ἡ ΖΗ, δύο δὴ αἱ ΑΖ, ΖΗ δύο ταῖς ΒΖ, ΖΗ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΖΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΖΗ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΗ βάσει τῇ ΒΗ ἴση ἐστίν· ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Η διαστήματι δὲ τῷ ΗΑ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ Β. ἐρχέσθω ὡς ὁ ΑΕΒ. καὶ ἐπεὶ τῇ ΑΕ διαμέτρῳ ἀπ᾽ ἄκρας πρὸς ὀρθάς ἐστιν ἡ ΑΔ, ἡ ΑΔ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΕΒ κύκλου. καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς διῆκται ἡ ΑΒ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΔ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι τῷ ΑΘΒ συνισταμένῃ γωνίᾳ. ἀλλ᾽ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία τῇ πρὸς τῷ Γ ἴση ἐστίν. καὶ ἡ ἐν τῷ ΑΘΒ ἄρα τμήματι γωνία ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Γ.

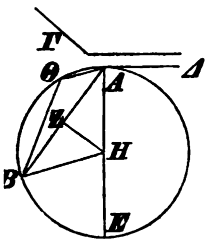
Ἐπὶ τῆς ἄρα δοθείσης εὐθείας τῆς ΑΒ γέγραπται τμῆμα κύκλου τὸ ΑΘΒ δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

2. ΑΒΕ P. Γ ὀρθῇ V, F m. rec. 4. ἴση] m. rec. P. Α] ἐπ᾽ αὐτῇ m. 2 supra scr. F. 9. ΖΒ] in ras. F. καὶ κοινή] κοινὴ δέ FV. 10. ΖΗ] (alt.) Η in ras. m. 1 B.

δύο] PB, δυσὶ F m. 1; δυσί Vp. 11. εἰσί V|p. 12. Post ἴση add. ἐστί V, F m. 2. 13. ΗΑ] corr. ex Α m. rec. P. 15. ἐπεί] corr. ex ἐπί m. 2 F. ἐστιν] P; cfr. p. 250, 24; ἦκται Theon (BFVp). 16. ΑΕΒ] litt. ΕΒ in ras. F. 17. ἡ] (prius) in ras. m. 2 V. 18. ἐστίν P. 19. ΑΘΒ] litt. ΘΒ

;ulo ad Γ posito. ergo rursus in AB segmentum circuli .escriptum est AEB, quod angulum capiat aequalem ngulo ad Γ posito.



iam uero angulus ad Γ positus obtusus sit, et ad rectam AB et punctum A ei aequalis construatur $\angle BA\Delta$, ut in tertia figura factum est, et ad $A\Delta$ perpendicularis ducatur AE, et rursus AB in Z in duas partes aequales secetur, et ad AB perpendicularis ducatur ZH, t ducatur HB. et quoniam rursus $AZ = ZB$, t ZH communis est, duae rectae AZ, ZH duabus BZ, ZH aequales sunt; et $\angle AZH = BZH$. itaque $AH = BH$ [I, 4]. itaque circulus centro H et radio HA descriptus etiam per B ueniet. cadat ut AEB. t quoniam ad diametrum AE in termino perpendicularis ducta est $A\Delta$, recta $A\Delta$ circulum AEB contingit [prop. XVI πόρ.]. et ab A puncto contactus roducta est AB. itaque $\angle BA\Delta$ angulo in alterno egmento circuli, $A\Theta B$, constructo aequalis est [prop. XXXII]. sed $\angle BA\Delta$ angulo ad Γ posito aequalis est. uare etiam angulus in $A\Theta B$ segmento positus angulo d Γ posito aequalis est.

Ergo in data recta AB segmentum circuli contructum est $A\Theta B$, quod angulum angulo ad Γ posito equalem capiat; quod oportebat fieri.

---

1 ras. m. 2 V. συνεσταμένῃ PF. ἀλλά P. 20. ἐστί V. 21. γωνία] om. V. ἐστίν P. 22. ἄρα δοθείσης] PF; οθείσης ἄρα BVp. AB] in ras. FV. 23. δεχόμενον] corr. x ἐχόμενον m. 1 P.

λδʹ.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ πρὸς τῷ Δ· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ ΑΒΓ κύκλου τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ πρὸς τῷ Δ.

Ἤχθω τοῦ ΑΒΓ ἐφαπτομένη ἡ ΕΖ κατὰ τὸ Β σημεῖον, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΖΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Β τῇ πρὸς τῷ Δ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΒΓ.

Ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΕΖ, καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Β ἐπαφῆς διῆκται ἡ ΒΓ, ἡ ὑπὸ ΖΒΓ ἄρα γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ΒΑΓ ἐναλλὰξ τμήματι συνισταμένῃ γωνίᾳ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΖΒΓ τῇ πρὸς τῷ Δ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ἐν τῷ ΒΑΓ ἄρα τμήματι ἴση ἐστὶ τῇ πρὸς τῷ Δ [γωνίᾳ].

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἄρα κύκλου τοῦ ΑΒΓ τμῆμα ἀφῄρηται τὸ ΒΑΓ δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ πρὸς τῷ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λεʹ.

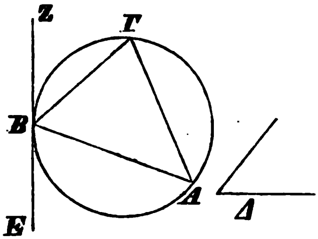
Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχό-

---

1. λϛʹ F. 6. *δεῖ δή* — 7. *ἀφελεῖν*] om. F; add. m. 2 mg. 7. *γωνία φ.* *τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ*] P; om. Theon (BFVp). 8. *Δ*] *Δ γωνία* Bp, F m. 2, V m. 2. 9. *ΑΒΓ κύκλου* V, sed *κύκλου* punctis notat. *ἡ*] *εὐθεῖα ἡ* V, F m. rec. *Β*] corr. ex *Γ* m. 2 F. 10. *ΖΒ*] *ΒΖ* P. 11. *τῷ*] (alt.) *τῇ* p; corr. m. 2. 13. *ΑΒΓ κατὰ τὸ Β* V, F m. rec. *τις*] m. 2 F. 15. *γωνία*] om. Bp. *ἴση ἐστί*] om.

XXXIV.

A dato circulo segmentum auferre, quod angulum capiat dato angulo rectilineo aequalem.



Sit datus circulus *ΑΒΓ*, et datus angulus rectilineus is, qui ad *Δ* positus est. oportet igitur a circulo *ΑΒΓ* segmentum circuli auferre, quod capiat angulum aequalem dato angulo rectilineo, qui ad *Δ* positus est.

ducatur *EZ* circulum *ΑΒΓ* contingens in puncto *B*, et ad rectam *ZB* et punctum eius *B* angulo ad *Δ* posito aequalis construatur *ZBΓ* [I, 23].

iam quoniam circulum *ΑΒΓ* contingit recta *EZ*, et a puncto contactus *B* producta est *BΓ*, $\angle$ *ZBΓ* aequalis est angulo in *ΒΑΓ* alterno segmento constructo [prop. XXXII]. uerum $\angle$ *ZBΓ* angulo ad *Δ* posito aequalis est. quare etiam angulus in segmento *ΒΑΓ* positus aequalis est angulo ad *Δ* posito.

Ergo a dato circulo *ΑΒΓ* segmentum ablatum est *ΒΑΓ*, quod capiat angulum aequalem dato angulo rectilineo, qui ad *Δ* positus est; quod oportebat fieri.

XXXV.

Si in circulo duae rectae inter se secant, rectan-

V. *ΒΑΓ*] *ΒΑ* e corr. m. 2 V; *ΑΒΓ* F. 16. *συνεσταμένῃ* F. *γωνίᾳ ἴση ἐστίν* V. *τῇ*] *γωνία ἴση ἐστί τῇ* V. 17. *ἐστιν ἴσῃ*] om. V. *τμήματι*] P; *τμήματι γωνία* Theon (BFVp). 18. *ἐστίν* P. *γωνίᾳ*] P; om. BFVp. 19. *τοῦ*] (alt.) om. F. *τμῆμα τι* V et corr. ex *τμήματι* F. 22. *λε΄*] euan. F.

μενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐν γὰρ κύκλῳ τῷ ΑΒΓΔ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε σημεῖον· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΕ, ΕΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Εἰ μὲν οὖν αἱ ΑΓ, ΒΔ διὰ τοῦ κέντρου εἰσὶν ὥστε τὸ Ε κέντρον εἶναι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, φανερόν, ὅτι ἴσων οὐσῶν τῶν ΑΕ, ΕΓ, ΔΕ, ΕΒ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΕ, ΕΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Μὴ ἔστωσαν δὴ αἱ ΑΓ, ΔΒ διὰ τοῦ κέντρου, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓΔ, καὶ ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ ἐπὶ τὰς ΑΓ, ΔΒ εὐθείας κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΖΗ, ΖΘ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ, ΖΓ, ΖΕ.

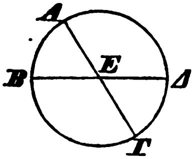
Καὶ ἐπεὶ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΗΖ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν ΑΓ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· ἴση ἄρα ἡ ΑΗ τῇ ΗΓ. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΑΓ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Η, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Ε, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΗ τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΗΓ· [κοινὸν] προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΗΖ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν ΗΕ, ΗΖ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΓΗ, ΗΖ. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΕΗ, ΗΖ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ, τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΓΗ, ΗΖ ἴσον

3. γάρ] γὰρ τῷ BFVp. ΑΓ, ΒΔ] litt. Γ, Β in ras. m. 2 V; Γ, ΒΔ in ras. m. 1 B; ΑΓ, ΔΒ F. 6. τῶν] om. P. 8. ΒΔ] ΔΒ F. εἰσίν] ὦσιν V. 10. ΕΓ] in ras. m. 2 V. 13. μὴ ἔστωσαν δή] P, F (mg. m. 2: γρ. ἔστωσαν δή); ἔστωσαν δή BVp. ΑΓ, ΔΒ] litt. Γ, ΔΒ in ras. m. 2 V. διά] PF, V m. 1, p

gulum comprehensum partibus alterius aequale est rectangulo comprehenso partibus alterius.

nam in circulo $AB\Gamma\Delta$ duae rectae $A\Gamma$, $B\Delta$ inter se secent in E puncto. dico, esse

$$AE \times E\Gamma = \Delta E \times EB.$$

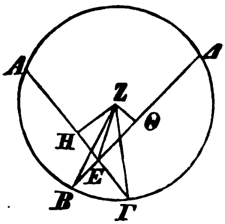


iam si $A\Gamma$, $B\Delta$ per centrum ductae sunt, ita ut E centrum sit circuli $AB\Gamma\Delta$, manifestum est, esse

$$AE \times E\Gamma = \Delta E \times EB,$$

cum aequales sint AE, $E\Gamma$, ΔE, EB.

ne sint igitur $A\Gamma$, ΔB per centrum ductae. et sumatur centrum circuli $AB\Gamma\Delta$, et sit Z, et a Z ad rectas $A\Gamma$, ΔB perpendiculares ducantur ZH, $Z\Theta$ et ducantur ZB, $Z\Gamma$, ZE. et quoniam recta per centrum ducta HZ aliam rectam $A\Gamma$ non per centrum ductam ad rectos angulos secat, eadem eam in duas partes aequales secat [prop. III]. itaque $AH = H\Gamma$. iam quoniam recta $A\Gamma$ in partes aequales diuisa est in H, in inaequalss autem in E, erit $AE \times E\Gamma + HE^2 = H\Gamma^2$ [II,5]. commune adiiciatur HZ^2. itaque



$$AE \times E\Gamma + HE^2 + HZ^2 = \Gamma H^2 + HZ^2.$$

uerum $ZE^2 = EH^2 + HZ^2$ et

---

n. 1; μὴ διά B, V m. 2, p m. 2. καί] mg. m. 2 F. 14. $AB\Gamma\Delta$] litt. $\Gamma\Delta$ in ras. m. 2 V. Dein add. κύκλου P m. rec., F postea insert., V m. 2. 17. HZ] ZH P. 18. μή] postea insert. F. 19. τέμνει] (alt.) PFV; τεμεῖ Bp (F m. 2). 22. HE V m. 1, corr. m. 2. 23. $H\Gamma$ τετραγώνῳ V. κοινόν] om. P, post προσκείσθω add. m. rec. 25. HE, HZ] alt. H corr. m. 2 V; ZH, HE P (ZH corr. ex ZE m. rec.). ἴσα P. ἐστίν PB.

ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΓ. ἴση δὲ ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕ, ΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ. ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΕ, ΕΒ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΕ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ, ΕΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΕ, ΕΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ εὐθεῖαι δύο τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λϛ΄.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ᾽ αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται, ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον προσ-

---

6. ἐδείχθη δέ] ὥστε P; mg. m. rec.: γρ. ἐδείχθη δέ. ἐδείχθη — 8. ΖΒ] om. p. 11. περιεχόμενον ὀρθογώνιον] mg. m. 2 V. 12. τῷ] τό φ. 15. ὑπὸ τῆς μιᾶς τῶν P. 16.

$$Z\Gamma^2 = \Gamma H^2 + HZ^2 \text{ [I, 47]}.$$

itaque $AE \times E\Gamma + ZE^2 = Z\Gamma^2$. sed $Z\Gamma = ZB$. itaque $AE \times E\Gamma + EZ^2 = ZB^2$. eadem de causa[1]) erit $\Delta E \times EB + ZE^2 = ZB^2$. sed demonstratum est etiam $AE \times E\Gamma + ZE^2 = ZB^2$. itaque

$$AE \times E\Gamma + ZE^2 = \Delta E \times EB + ZE^2.$$

subtrahatur, quod commune est, ZE^2. itaque

$$AE \times E\Gamma = \Delta E \times EB.$$

Ergo si in circulo duae rectae inter se secant, rectangulum comprehensum partibus alterius aequale est rectangulo comprehenso partibus alterius; quod erat demonstrandum.

XXXVI.

Si extra circulum punctum sumitur, et ab eo ad circulum adcidunt duae rectae, et altera harum circulum secat, altera contingit, rectangulum comprehensum tota recta secanti et parte eius extrinsecus inter punctum et partem ambitus conuexam abscisa aequale erit quadrato contingentis.

Nam extra circulum $AB\Gamma$ sumatur punctum Δ, et a Δ ad circulum $AB\Gamma$ adcidant duae rectae $\Delta\Gamma A$,

1) $B\Theta = \Theta\Delta$ (prop. III). $BE \times E\Delta + E\Theta^2 = B\Theta^2$ (II, 5).

$$BE \times E\Delta + E\Theta^2 + Z\Theta^2 = B\Theta^2 + Z\Theta^2 = BZ^2$$
$$= BE \times E\Delta + ZE^2 \text{ (I, 47)}.$$

τμημάτων] τῶν τμημάτων p. 17. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] ὅπερ φ. 18. λη′ F; corr. m. 2. 20. προσπίπτωσιν P. 22. ἔσται] om. FV. τῆς ὅλης τῆς p, F m. 2. 24. περιφερείας] PBFp; add. περιεχόμενον ὀρθογώνιον V, F mg. m. 1. 25. ἴσον ἐστί FV.

πιπτέτωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΓ[Α], ΔΒ· καὶ ἡ μὲν ΔΓΑ τεμνέτω τὸν ΑΒΓ κύκλον, ἡ δὲ ΒΔ ἐφαπτέσθω· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ τετραγώνῳ.

Ἡ ἄρα [Δ]ΓΑ ἤτοι διὰ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἢ οὔ. ἔστω πρότερον διὰ τοῦ κέντρου, καὶ ἔστω τὸ Ζ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΒ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΒΔ. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΑΓ δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Ζ, πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ ΓΔ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΔ. ἴση δὲ ἡ ΖΓ τῇ ΖΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΔ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΖΔ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΖΒ, ΒΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΒ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΒ, ΒΔ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΖΒ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ ἐφαπτομένης.

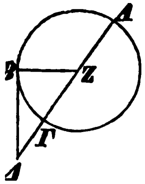
ἀλλὰ δὴ ἡ ΔΓΑ μὴ ἔστω διὰ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓ κύκλου, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τὸ Ε, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΑΓ κάθετος ἤχθω ἡ ΕΖ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΒ, ΕΓ, ΕΔ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΒΔ. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἡ ΕΖ εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὴν ΑΓ πρὸς ὀρθὰς τέμνει, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει· ἡ ΑΖ ἄρα τῇ ΖΓ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΑΓ τέτμηται δίχα

---

1. ΔΓΑ] ΔΓ F, P (postea insert. Α). 2. ΔΒ Β. 3. ΑΔ] in ras. p; Δ in ras. m. 2 V, insert. m. 2 B, m. rec. P. ΔΓ] Γ F; corr. m. 2; ΓΔ in ras. p. 5. ἄρα] om. BFVp. ΔΓΑ] ΓΑ P, ΔΑΓ F, sed corr. 8. ΑΓ] Γ e corr. m. 2 V. 10. ΑΔ] Δ in ras. m. 2 V. ΔΓ] supra m. 2 F; Γ P, corr. m. rec. τοῦ ἀπὸ τῆς] τὸ ὑπό F; corr. m. 2. 11. ΖΔ] ΖΑ F?

ΓB, et $\Delta\Gamma A$ circulum $AB\Gamma$ secet, $B\Delta$ autem con-ngat. dico, esse $A\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta B^2$.

recta $\Delta\Gamma A$ igitur aut per centrum ducta est aut non er centrum. sit prius per centrum ducta, et centrum rculi $AB\Gamma$ sit Z, et ducatur ZB. itaque $\angle ZB\Delta$ rectus st [prop. XVIII]. et quoniam recta $A\Gamma$ in Z in duas artes aequales diuisa est, et ei adiecta est $\Gamma\Delta$, erit

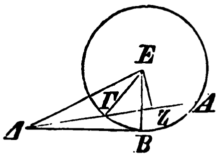


$A\Delta \times \Delta\Gamma + Z\Gamma^2 = Z\Delta^2$ [II, 6]. sed $Z\Gamma = ZB$. quare

$$A\Delta \times \Delta\Gamma + ZB^2 = Z\Delta^2.$$

est autem $Z\Delta^2 = ZB^2 + B\Delta^2$ [I, 47]. itaque $A\Delta \times \Delta\Gamma + ZB^2 = ZB^2 + B\Delta^2$. subtrahatur, quod commune est, ZB^2. ;aque $A\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta B^2$.

iam ne sit $\Delta\Gamma A$ per centrum ducta circuli $AB\Gamma$, t sumatur centrum E, et ab E ad $A\Gamma$ perpendicu-aris ducatur EZ, et ducantur EB, $E\Gamma$, $E\Delta$. itaque $\angle EB\Delta$ rectus est [prop. XVIII]. et quoniam recta er centrum ducta EZ rectam non per centrum duc-



tam $A\Gamma$ ad rectos angulos secat, eadem eam in duas partes aequales secat [prop. III]. quare $AZ = Z\Gamma$. et quoniam recta $A\Gamma$ in duas partes aequales secta est in Z puncto et ei adiecta est $\Gamma\Delta$, erit

---

.2. $\Delta\Gamma$] in ras. m. 2 V. ZB] $Z\Gamma$ P, corr. m. rec. 13. τῷ ἴσ] P; ἴσον δὲ τό Theon (BFVp). ἴσα ἐστὶ τά] P; τοῖς Theon BFVp). 14. ZB, $B\Delta$] ΔB, ZB P. Post $B\Delta$ Theon add. ὀρθὴ γάρ ἡ ὑπὸ $ZB\Delta$ (BVp et F, ubi Δ postea insertum est). 20. τό] (pr.) m. 2 F. 22. EB] corr. ex EZ F. 23. διά] ἡ διά BV. 25. τέμνει] (alt.) τεμεῖ Bp. 26. $Z\Gamma$] in ras. n. 2 V; ΓZ F.

κατὰ τὸ Ζ σημεῖον, πρόσκειται δὲ αὐτῇ ἡ ΓΔ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΔ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΖΕ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τῶν ἀπὸ τῶν ΓΖ, ΖΕ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΔ, ΖΕ. τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΓΖ, ΖΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΓ· ὀρθὴ γὰρ [ἐστιν] ἡ ὑπὸ ΕΖΓ [γωνία]· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΔΖ, ΖΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΔ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΔ. ἴση δὲ ἡ ΕΓ τῇ ΕΒ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΕΔ. τῷ δὲ ἀπὸ τῆς ΕΔ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΕΒ, ΒΔ· ὀρθὴ γὰρ ἡ ὑπὸ ΕΒΔ γωνία· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΕΒ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΕΒ, ΒΔ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΕΒ· λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται, ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λζ'.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύ-

---

1. σημεῖον] om. Bp. 2. ΖΓ] ΓΖ P. 4. τό] corr. in τά m. 1 B, τά p. ΑΔ] in ras. m. 2 V. 5. τῶν] (prius) τῆς F. ἴσον] P; ἴσα BFVp. ἐστίν F. ἀπὸ τῶν] insert. m. 1

$$A\Delta \times \Delta\Gamma + Z\Gamma^2 + Z\Delta^2$$ [II, 6].

ımmune adiiciatur ZE^2. quare

$$A\Delta \times \Delta\Gamma + \Gamma Z^2 + ZE^2 = Z\Delta^2 + ZE^2.$$

d $E\Gamma^2 = \Gamma Z^2 + ZE^2$ [I, 47]; nam $\angle EZ\Gamma$ rectus t. et $E\Delta^2 = \Delta Z^2 + ZE^2$ [id.]. itaque

$$A\Delta \times \Delta\Gamma + E\Gamma^2 = E\Delta^2.$$

d $E\Gamma = EB$. quare $A\Delta \times \Delta\Gamma + EB^2 = E\Delta^2$. d $EB^2 + B\Delta^2 = E\Delta^2$ [I, 47]; nam $\angle EB\Delta$ rectus t. itaque $A\Delta \times \Delta\Gamma + EB^2 = EB^2 + B\Delta^2$. subahatur, quod commune est, EB^2. itaque

$$A\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta B^2.$$

Ergo si extra circulum punctum sumitur, et ab eo l circulum adcidunt duae rectae, et altera harum rculum secat, altera contingit, rectangulum compreınsum tota recta secanti et parte eius extrinsecus ıter punctum et partem ambitus conuexam abscisa ›quale erit quadrato contingentis; quod erat demonırandum.

XXXVII.

Si extra circulum punctum sumitur, et ab eo ad irculum adcidunt duae rectae, et altera harum cirılum secat, altera adcidit tantum, et rectangulum

---

. $Z\Delta$] ΔZ P. τοῖς δέ] ἀλλὰ τοῖς P. 6. ΓZ] P; ΔZ F; Δ BVp. $E\Gamma$] P; ΓE p m. 1; $E\Delta$ BFV, p e corr. 7. ›θὴ γάρ — 8. τῆς $E\Delta$] mg. p. 7. ἐστιν] P, om. BFVp. $EZ\Gamma$] ıpra Γ scr. Δ m. 2 V. γωνία] P; om. BFVp. ΔZ] P; 'Z BFVp. 8. ἐστί] om. V. $E\Delta$] P; ΓE BFVp. 9. ῦ] F, τό φ. 10. $E\Gamma$] ΓE F. 11. ἐστίν P, ut lin. 12. Δ] E corr. in A m. rec. F. 12. τῶν] ins. m. rec. F. 3. γωνία] m. 2 V. 17. καὶ ἀπ' αὐτοῦ — 22. τετραγώνῳ] ιὶ τὰ ἑξῆς PBFV. 20. τῆς ὅλης τῆς p. 24. λθ' F. 7. τέμνει F, corr. m. 1.

κλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ, ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ [τῆς] ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

κύκλου γὰρ τοῦ ΑΒΓ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον προσπιπτέτωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΓΑ, ΔΒ, καὶ ἡ μὲν ΔΓΑ τεμνέτω τὸν κύκλον, ἡ δὲ ΔΒ προσπιπτέτω, ἔστω δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ. λέγω, ὅτι ἡ ΔΒ ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓ κύκλου.

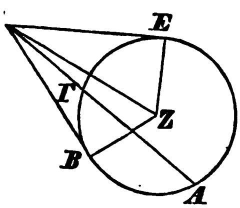
Ἤχθω γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐφαπτομένη ἡ ΔΕ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου, καὶ ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΕ, ΖΒ, ΖΔ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΖΕΔ ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἡ ΔΕ ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓ κύκλου, τέμνει δὲ ἡ ΔΓΑ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΕ. ἦν δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΓ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΒ· ἴση ἄρα ἡ ΔΕ τῇ ΔΒ. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΖΕ τῇ ΖΒ ἴση· δύο δὴ αἱ ΔΕ, ΕΖ δύο ταῖς ΔΒ, ΒΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις αὐτῶν κοινὴ ἡ ΖΔ· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΒΖ ἐστιν ἴση. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΕΖ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΖ. καί ἐστιν ἡ ΖΒ ἐκβαλλομένη διάμετρος· ἡ δὲ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγο-

---

1. τῆς] deleo; m. 2 V. ὅλ- in ras. m. 2 V. 2. τῆς] (prius) PF, V in ras., B m. rec.; om. p. 6. κύκλου] supra m. 1 F. 10. ΑΔ] Α F m. 1, V m. 1; Δ supra scr. FV m. 2. ΔΓ] Γ P; corr. m. rec. 13. κέντρον] P, F m. 1, post ras. V; Ζ κέντρον Bp, F m. 2 (euan.). κύκλου] m. 2 V. καὶ ἔστω τὸ Ζ] PFV; om. Bp. 14. ὑπό] ἡ ὑπό V, del. ἡ m. 1. 15. ἔστι V. 17. ἦν δὲ καί] P; ὑπόκειται δέ Theon (BFVp).

mprehensum tota recta secanti et parte eius extrincus inter punctum et partem ambitus conuexam scisa aequale est quadrato adcidentis, recta adcidens rculum continget.

nam extra circulum $AB\Gamma$ sumatur punctum Δ, et a Δ ad circulum $AB\Gamma$ adcidant duae rectae $\Delta\Gamma A$, ΔB, et $\Delta\Gamma A$ circulum secet, ΔB autem adcidat, et sit



$$A\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta B^2.$$

dico, rectam ΔB circulum $AB\Gamma$ contingere.

ducatur enim circulum $AB\Gamma$ contingens ΔE [prop. VII], et sumatur centrum circuli $AB\Gamma$, et sit Z, et cantur ZE, ZB, $Z\Delta$. itaque $\angle\, ZE\Delta$ rectus est rop. XVIII]. et quoniam ΔE circulum $AB\Gamma$ congit, secat autem $\Delta\Gamma A$, erit $A\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta E^2$ rop. XXXVI]. erat autem etiam $A\Delta \times \Delta\Gamma = \Delta B^2$. que $\Delta E^2 = \Delta B^2$; quare $\Delta E = \Delta B$. uerum etiam $E = ZB$. itaque duae rectae ΔE, EZ duabus ΔB, Z aequales sunt; et basis earum communis est $Z\Delta$. que $\angle\, \Delta EZ = \Delta BZ$ [I, 8]. uerum $\angle\, \Delta EZ$ rectus t. quare etiam $\angle\, \Delta BZ$ rectus; et ZB producta ametrus est; quae autem ad diametrum circuli in

---

ἄρα] δὲ ἄρα, del. δέ m. 1 F. 20. ἔστιν B. ZE] litt. Z ras. F. 21. δυσί Vp. $\Delta B, BZ$] corr. ex $\Delta E, EZ$ m. 2 εἰσί Vp. 22. $Z\Delta$] litt. Δ in ras. m. 2 V. 23. ἴση ἐστίν 24. ZB] B, F post ras. 1 litt. (mg. m. 1: γρ. ἡ ΔZ); Z P, et V corr. ex ZB m. 2; EZB in ras. p.

μένη ἐφάπτεται τοῦ κύκλου· ἡ ΔΒ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓ κύκλου. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, κἂν τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς ΑΓ τυγχάνῃ.

Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ, ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. τοῦ] τοῦ ΑΒΓ Vp, F m. 2. τοῦ κύκλου· ἡ ΔΒ ἄρα ἐφάπτεται] mg. m. 1 B; item P, addito καί ante τοῦ. ἡ ΔΒ — 2. κύκλου] om. p; mg. m. 2 V. 2. δή] δέ V, corr. m. 2. 3. ΑΓ] Γ in ras. m. 1 B. τυγχάνει P, corr. m. 1. 4. ἀπὸ δὲ — 10. κύκλου] καὶ τὰ ἑξῆς PBFVp. 11. Εὐκλείδου στοιχείων $\bar{\gamma}$ PB, Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως $\bar{\gamma}$ F.

rmino perpendicularis ducta est, circulum contingit prop. XVI πόρ.]. itaque ΔB circulum $AB\Gamma$ contingit. similiter demonstrabitur, etiam si centrum in Γ cadit.

Ergo si extra circulum punctum sumitur, et ab ad circulum adcidunt duae rectae, et altera harum rculum secat, altera adcidit tantum, et rectangulum mprehensum tota recta secanti et parte eius extrincus inter punctum et partem ambitus conuexam abssa aequale est quadrato adcidentis, recta adcidens irculum continget; quod erat demonstrandum.

δ'.

Ὅροι.

α'. Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ, εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἅπτηται.

β'. Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου ἑκάστης γωνίας τοῦ, περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται.

γ'. Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

δ'. Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

ε'. Κύκλος δὲ εἰς σχῆμα ὁμοίως ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ, εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἅπτηται.

ς'. Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης γωνίας τοῦ, περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται.

---

1. ὅροι] om. BFp. Numeros om. PBF. 4. γωνιῶν] post ras. 1 litt. V. 8. περιγράφεται] inter ι et γ 2 litt.

IV.

Definitiones.

1. Figura rectilinea in figuram rectilineam inscribi
:itur, cum singuli anguli figurae inscriptae singula
era eius, in quam inscribitur, tangunt.

2. Similiter figura circum figuram circumscribi di-
ur, cum singula latera circumscriptae singulos an-
los eius, circum quam circumscribitur, tangunt.

3. Figura rectilinea in circulum inscribi dicitur,
m singuli anguli inscriptae ambitum circuli tangunt.

4. Figura autem rectilinea circum circulum circum-
:ibi dicitur, cum singula latera circumscriptae am-
:um circuli contingunt.

5. Similiter autem circulus in figuram inscribi di-
:ur, cum ambitus circuli singula latera eius, in quam
scribitur, tangit.

6. Circulus autem circum figuram circumscribi di-
:ur, cum ambitus circuli singulos angulos eius, cir-
.m quam circumscribitur, tangit.

Def. 1. Boetius p. 379, 19. 2. Boetius p. 379, 22.

---

as. F. 11. ἐπιγραφομένου P. 15. ἐφάπτηται] Bp; ἐφ-
:τεται P; ἅπτηται FV. 17. δέ] δὲ ὁμοίως p. ὁμοίως]
B; om. p; εὐθύγραμμον, supra scr. ὁμοίως m. 2, FV. 20.
ῆμα εὐθύγραμμον FV.

ζ'. *Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.*

α'.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα μὴ μείζων τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου ἡ Δ. δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον τῇ Δ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Ἤχθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου διάμετρος ἡ ΒΓ. εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ Δ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· ἐνήρμοσται γὰρ εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον τῇ Δ εὐθείᾳ ἴση ἡ ΒΓ. εἰ δὲ μείζων ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆς Δ, κείσθω τῇ Δ ἴση ἡ ΓΕ, καὶ κέντρῳ τῷ Γ διαστήματι δὲ τῷ ΓΕ κύκλος γεγράφθω ὁ ΕΑΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΑ.

Ἐπεὶ οὖν το Γ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΕΑΖ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΓΑ τῇ ΓΕ. ἀλλὰ τῇ Δ ἡ ΓΕ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ Δ ἄρα τῇ ΓΑ ἐστιν ἴση.

Εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον τὸν ΑΒΓ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ Δ ἴση ἐνήρμοσται ἡ ΓΑ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

β'.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

I. Boetius p. 388, 23. II. Boetius p. 388, 26.

---

1. εἰς] e corr. m. 2 P. ἐναρμόζεσθαι] ἐν- m. 2 V. 2. ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου] PBp, V mg. m. rec.; συμβάλλῃ τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ F, V m. 1. 8. μή] ἡ Δ

7. Recta in circulum aptari dicitur, cum termini eius in ambitu circuli sunt.

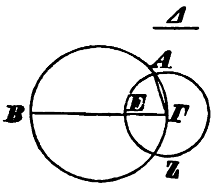
I.

In datum circulum datae rectae non maiori, quam est diametrus circuli, aequalem rectam aptare.

Sit datus circulus $AB\Gamma$, data autem recta non maior diametro circuli sit Δ. oportet igitur in $AB\Gamma$ circulum rectae Δ aequalem rectam aptare.

ducatur circuli $AB\Gamma$ diametrus $B\Gamma$. iam si

$$B\Gamma = \Delta,$$



effectum erit, quod propositum est; nam in circulum $AB\Gamma$ rectae Δ aequalis aptata est $B\Gamma$. sin $B\Gamma > \Delta$, ponatur $\Gamma E = \Delta$, et centro Γ, radio autem ΓE circulus describatur EAZ, et ducatur ΓA.

iam quoniam Γ punctum centrum est circuli EAZ, erit $\Gamma A = \Gamma E$. sed $\Gamma E = \Delta$. quare etiam $\Delta = \Gamma A$.

Ergo in datum circulum $AB\Gamma$ datae rectae Δ aequalis aptata est ΓA; quod oportebat fieri.

II.

In datum circulum triangulum dato triangulo aequiangulum inscribere.

μή V. *ἡ Δ*] om. V; in F euan. 13. *ἐνείρμοσται* B. *γάρ*] supra m. 1 P. *Δ*] F; *B φ*. 14. *δέ*] P, Campanus; *δὲ οὖ* Theon (BFp; *δ' οὖ* V). 15. *κείσθω*] *καὶ κείσθω* Bp. *κέντρῳ μέν* BVp. 16. *EAZ*] PF; in ras. m. 2 V; *AZ* Bp. 18. *EAZ*] *AEZ* P. 19. *τῇ Δ*] PF, V m. 2; *ἡ Δ* Bp, V m. 1; *Δ* in ras. V. *ἡ ΓE*] PF, V m. 2; *τῇ ΓE* Bp, V m. 1; *ΓE* in ras. V. 20. *Δ*] seq. ras. 1 litt. F. *ΓA*] *AΓ* FV. *ἴση ἐστίν* F. 22. Post *εὐθείᾳ* add. *μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου* Bp, m. 2 mg. FV. *ἐνείρμοσται* B.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓ, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΔΕΖ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

Ἤχθω τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτομένη ἡ ΗΘ κατὰ τὸ Α, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΘ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΘΑΓ, πρὸς δὲ τῇ ΑΗ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΔΖΕ [γωνίᾳ] ἴση ἡ ὑπὸ ΗΑΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ.

Ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφάπτεταί τις εὐθεῖα ἡ ΑΘ, καὶ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ Α ἐπαφῆς εἰς τὸν κύκλον διῆκται εὐθεῖα ἡ ΑΓ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΘΑΓ ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΘΑΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστιν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστιν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστιν ἴση [ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν ΑΒΓ κύκλον].

Εἰς τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

γ'.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

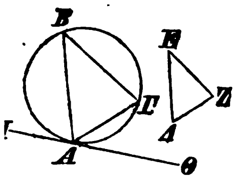
III. Boetius p. 388, 28.

---

1. δέ] m. rec. F. 3. ΔΕΖ] Ζ postea insert. m. 1 F. 4. ΗΘ] P (Η in ras.), F, V m. 1; ΗΑΘ Bp, V m. 2. 5. πρός] πρὸς μέν Bp. ΑΘ] ΗΘ F. 6. ΔΕΖ] Δ in ras. P. ὑπό] m. 2 F. 7. πρὸς δέ] πάλιν πρός P. ΑΗ] ΗΑ P. 8. γωνίᾳ] om. P. 10. ἅπτεται BV. 11. ΑΘ] P; ΗΑΘ F et V (Η in ras.); ΘΑ Bp. καὶ ἀπό] ἀπὸ δέ Bp. κατὰ

Sit datus circulus $AB\Gamma$, datus autem triangulus 'EZ. oportet igitur in $AB\Gamma$ circulum triangulo 'EZ aequiangulum triangulum inscribere.

ducatur circulum $AB\Gamma$ in A contingens $H\Theta$ [III, 17], et ad $A\Theta$ rectam et punctum eius A angulo ΔEZ aequalis construatur $\angle \Theta A\Gamma$, et ad AH rectam et punctum eius A angulo ΔZE aequalis $\angle HAB$ [I, 23], et ducatur $B\Gamma$.



iam quoniam circulum $AB\Gamma$ contingit recta $A\Theta$, et A puncto contactus in circulum producta est recta Γ, erit $\angle \Theta A\Gamma = AB\Gamma$, qui in alterno segmento situs est [III, 32]. sed $\angle \Theta A\Gamma = \Delta EZ$. quare iam $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$. eadem de causa etiam

$$\angle A\Gamma B = \Delta ZE.$$

que etiam $\angle BA\Gamma = E\Delta Z$ [I, 32]. itaque trianilus $AB\Gamma$ aequiangulus est triangulo ΔEZ, et in rculum $AB\Gamma$ inscriptus est.

Ergo in datum circulum dato triangulo aequianilus triangulus inscriptus est; quod oportebat fieri.

III.

Circum datum circulum dato triangulo aequianilum triangulum circumscribere.

A ἐπαφῆς εἰς τὸν κύκλον] *ἁφῆς* Bp. 12. *εὐθεῖα*] *τις* Bp. Post $\Theta A\Gamma$ in B ins. *γωνία* m. rec. 14. *ἀλλά* P. 15. *α γωνία*] in ras. m. 2 V; *γωνία ἄρα* F. ΔEZ] litt. ΔE ras. m. 2 V. 16. *διὰ τα αὐτά* — 17. *ἴση*] mg. m. 1 F. $.A\Gamma B$] ΓB e corr. m. 1 p. ΔZE] E in ras. m. 2 V. 17. *ικῇ*] m. 2 V. $E\Delta Z$] E ins. m. 1 p; $\overset{II}{\Delta}\overset{I}{E}\overset{III}{Z}$ F. 18. *ἴση* *τίν* BFp. *ἰσογώνιον* — 19. *κύκλον*] om. P. 21. *ἰσόγω-ν* F; corr. m. 1. *ποιῆσαι*] *δεῖξαι* BV; *ἐν ἄλλῳ· δεῖξαι* m. mg. F.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ *ΑΒΓ*, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ *ΔΕΖ*· δεῖ δὴ περὶ τὸν *ΑΒΓ* κύκλον τῷ *ΔΕΖ* τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Ἐκβεβλήσθω ἡ *ΕΖ* ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη κατὰ τὰ *Η*, *Θ* σημεῖα, καὶ εἰλήφθω τοῦ *ΑΒΓ* κύκλου κέντρον τὸ *Κ*, καὶ διήχθω, ὡς ἔτυχεν, εὐθεῖα ἡ *ΚΒ*, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ *ΚΒ* εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ *Κ* τῇ μὲν ὑπὸ *ΔΕΗ* γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ *ΒΚΑ*, τῇ δὲ ὑπὸ *ΔΖΘ* ἴση ἡ ὑπὸ *ΒΚΓ*, καὶ διὰ τῶν *Α*, *Β*, *Γ* σημείων ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ *ΑΒΓ* κύκλου αἱ *ΛΑΜ*, *ΜΒΝ*, *ΝΓΛ*.

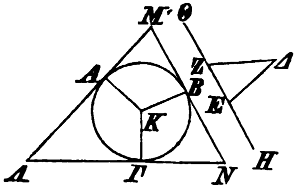
Καὶ ἐπεὶ ἐφάπτονται τοῦ *ΑΒΓ* κύκλου αἱ *ΛΜ*, *ΜΝ*, *ΝΛ* κατὰ τὰ *Α*, *Β*, *Γ* σημεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ *Κ* κέντρου ἐπὶ τὰ *Α*, *Β*, *Γ* σημεῖα ἐπεζευγμέναι εἰσὶν αἱ *ΚΑ*, *ΚΒ*, *ΚΓ*, ὀρθαὶ ἄρα εἰσὶν αἱ πρὸς τοῖς *Α*, *Β*, *Γ* σημείοις γωνίαι. καὶ ἐπεὶ τοῦ *ΑΜΒΚ* τετραπλεύρου αἱ τέσσαρες γωνίαι τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, ἐπειδήπερ καὶ εἰς δύο τρίγωνα διαιρεῖται τὸ *ΑΜΒΚ*, καί εἰσιν ὀρθαὶ αἱ ὑπὸ *ΚΑΜ*, *ΚΒΜ* γωνίαι, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ *ΑΚΒ*, *ΑΜΒ* δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ *ΔΕΗ*, *ΔΕΖ* δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ *ΑΚΒ*, *ΑΜΒ* ταῖς ὑπὸ *ΔΕΗ*, *ΔΕΖ* ἴσαι εἰσίν, ὧν ἡ ὑπὸ *ΑΚΒ* τῇ ὑπὸ *ΔΕΗ* ἐστιν ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ *ΑΜΒ* λοιπῇ τῇ ὑπὸ *ΔΕΖ* ἐστιν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ *ΛΝΒ*

---

1. *δέ*] om. p, supra F. 4. *κατά*] PBFp; *ἐπί* V. 5. *Η*, *Θ*] in ras. P; *Η* in ras. m. 2 V. 6. *ΚΒ*] *ΒΚ* F. 8. *ΒΚΑ*] litt. *ΚΑ* in ras. m. 2 V. 9. *ἴση*] m. 2 V. 13. *ΜΝ*] *Ν* add. m. 2 post ras. V. *ΝΛ*] *Λ* add. m. 2 post ras. V. *σημεῖα*] supra F; om. Bp. *ἀπὸ δὲ τοῦ* — 14. *σημεῖα*] *καί* P. 14. *ἐπεζευγμέναι*] P; *ἐπιζευγνύμεναι* BFVp. 19. *καὶ εἰσὶν ὀρθαί*] P; *τετράπλευρον, ὧν* Theon (BFV; corr. ex *τετράγωνον ὧν* m. 1 p). *αἱ*] supra m. 1 P. *ΜΑΚ* P.

Sit datus circulus $AB\Gamma$, datus autem triangulus ΔEZ; oportet igitur circum $AB\Gamma$ circulum triangulo ΔEZ aequiangulum triangulum circumscribere.

educatur EZ in utramque partem ad puncta H, Θ, et sumatur K centrum circuli $AB\Gamma$, et producatur utcunque recta KB, et ad rectam KB et punctum eius K angulo ΔEH aequalis construatur $\angle BKA$, angulo autem $\Delta Z\Theta$ aequalis $\angle BK\Gamma$ [I, 23]. et per puncta A, B, Γ ducantur circulum $AB\Gamma$ contingentes ΛAM, MBN, $N\Gamma\Lambda$ [III, 17]. et quoniam ΛM, MN, $N\Lambda$ circulum $AB\Gamma$ contingunt in punctis A, B, Γ et a centro K ad puncta A, B, Γ ductae sunt KA, KB, $K\Gamma$, anguli ad A, B, Γ puncta positi recti sunt [III, 18]. et quoniam quadrilateri $AMBK$ quattuor anguli quattuor rectis aequales sunt, quoniam $AMBK$ in duos triangulos diuiditur [cfr. I, 32], et anguli KAM, KBM recti sunt, reliqui $AKB + AMB$ duobus rectis aequales sunt. uerum etiam $\Delta EH + \Delta EZ$ duobus rectis aequales sunt [I, 13]. itaque



$$AKB + AMB = \Delta EH + \Delta EZ,$$

quorum $\angle AKB = \Delta EH$. quare $\angle AMB = \Delta EZ$. similiter demonstrabimus, esse etiam $\angle \Lambda NB = \Delta ZE$.

ωνίαι] P; γωνίαι δύο ὀρθαί εἰσιν B et p (εἰσι); γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσιν F et V (δυσίν et εἰσι). λοιπαί — 20. εἰσίν] bis F. 20. εἰσιν ἴσαι p. 21. εἰσί] εἰσίν P. εἰσὶ δέ — ἴσαι] mg. m. 2 V. 23. ἴσαι εἰσίν, ὧν ἡ ὑπό] in ras. m. 1 B. 25. δή] δέ F (corr. m. 1), V (corr. m. 2). ΛNB] Bp; ΓNB P; ΛNM V (N corr. ex H); ΛNB F seq. spatio 2 litt.; Λ corr. m. 2 ex Δ.

τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστιν ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΜΑΝ [λοιπῇ] τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστιν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΜΝ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ· καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον.

Περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

δ'.

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· δεῖ δὴ εἰς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Τετμήσθωσαν αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΓΒ γωνίαι δίχα ταῖς ΒΔ, ΓΔ εὐθείαις, καὶ συμβαλλέτωσαν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Δ σημεῖον, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τας ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ εὐθείας κάθετοι αἱ ΔΕ, ΔΖ, ΔΗ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΔ, ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΕΔ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΒΖΔ ἴση, δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΕΒΔ, ΖΒΔ τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν κοινὴν αὐτῶν τὴν ΒΔ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξουσιν· ἴση ἄρα ἡ ΔΕ τῇ ΔΖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΗ τῇ ΔΖ ἐστιν ἴση. αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΔΕ,

---

IV. Pappus VII p. 646, 7. Boetius p. 389, 1?

---

1. ΔΖΕ] ΔΕΖ F. 2. λοιπῇ] om. P; γωνία λοιπῇ FV. ΕΔΖ] ΔΕΖ F. ἐστίν P. 12. ΑΓΒ] PF, V m. 2; ΒΓΑ Bp, V m. 1. 13. συμβαλλέτωσαν] alt. λ supra m. 1 P. 15. ΓΑ] Α in ras. p, corr. ex Δ B. 16. ΑΒΔ] Β in ras. P. 17. ΓΒΔ] ΓΔΒ, corr. m. 2 in ΔΒΖ P. τέτμηται γὰρ δίχα mg. p. ἐστίν B. 18. ἐστι] ἐστιν P; εἰσι V. ΖΒΔ] PF, V m. 2 in ras.; ΔΒΖ Bp. 19. ταῖς] mg. m. 2 F; om. Bp.

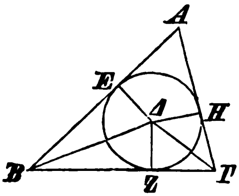
quare etiam $\angle MAN = E\Delta Z$. itaque triangulus AMN triangulo ΔEZ aequiangulus est; et circum $AB\Gamma$ circulum circumscriptus est.

Ergo circum datum circulum dato triangulo aequiangulus triangulus circumscriptus est; quod oportebat fieri.

IV.

In datum triangulum circulum inscribere.

Sit datus triangulus $AB\Gamma$. oportet igitur in triangulum $AB\Gamma$ circulum inscribere.



secentur enim anguli $AB\Gamma$, $A\Gamma B$ in duas partes aequales rectis $B\Delta$, $\Gamma\Delta$ [I, 9], quae concurrant in Δ puncto [I αἴτ. 5], et a Δ ad rectas AB, $B\Gamma$, ΓA perpendiculares ducantur ΔE, ΔZ, ΔH. et quoniam

$$\angle AB\Delta = \Gamma B\Delta,$$

et $\angle BE\Delta = BZ\Delta$, quia recti sunt, duo trianguli $EB\Delta$, $ZB\Delta$ duos angulos duobus angulis aequales habent, et unum latus uni lateri aequale, quod sub altero aequalium angulorum subtendit commune utriusque $B\Delta$. itaque etiam reliqua latera reliquis lateribus aequalia habebunt [I, 26]. itaque $\Delta E = \Delta Z$. eadem de causa etiam $\Delta H = \Delta Z$.[1]) ergo tres rectae ΔE, ΔZ, ΔH inter se aequales sunt. itaque qui centro

1) Nam $\angle \Delta\Gamma H = \Delta\Gamma Z$, $\Delta H\Gamma = \Delta Z\Gamma$, $\Delta\Gamma = \Delta\Gamma$; tum u. I, 26.

ἔχοντες V, corr. m. 2. 20. τήν] om. Bp. 24. τῇ] seq. ras. 1 litt. B. Post ἴση add. Theon: ὥστε καὶ ἡ ΔE τῇ ΔH ἐστιν ἴση (BFp et om. ἐστιν V); om. P, Campanus. αἱ τρεῖς — 280,1: ἀλλήλαις εἰσίν] om. p; mg. m. rec. B. εὐθεῖαι] om. V.

ΔΖ, ΔΗ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Δ καὶ διαστήματι ἑνὶ τῶν Ε, Ζ, Η κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἐφάψεται τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ εὐθειῶν διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς Ε, Ζ, Η σημείοις γωνίας. εἰ γὰρ τεμεῖ αὐτάς, ἔσται ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐντὸς πίπτουσα τοῦ κύκλου· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη· οὐκ ἄρα ὁ κέντρῳ τῷ Δ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Ε, Ζ, Η γραφόμενος κύκλος τεμεῖ τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ εὐθείας· ἐφάψεται ἄρα αὐτῶν, καὶ ἔσται ὁ κύκλος ἐγγεγραμμένος εἰς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. ἐγγεγράφθω ὡς ὁ ΖΗΕ.

Εἰς ἄρα τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ κύκλος ἐγγέγραπται ὁ ΕΖΗ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ε'.

Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περιγράψαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· δεῖ δὲ περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ κύκλον περιγράψαι.

Τετμήσθωσαν αἱ ΑΒ, ΑΓ εὐθεῖαι δίχα κατὰ τὰ Δ, Ε σημεῖα, καὶ ἀπὸ τῶν Δ, Ε σημείων ταῖς ΑΒ, ΑΓ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ ΔΖ, ΕΖ· συμπεσοῦνται δὴ ἤτοι ἐντὸς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἢ ἐπὶ τῆς ΒΓ εὐθείας ἢ ἐκτὸς τῆς ΒΓ.

V. Pappus VII p. 646, 7. Simplicius in phys. fol. 14u.

---

1. *ἴσαι*] *εὐθεῖαι ἴσαι* V. *εἰσί* V. 2. *καί*] m. 2 V. *ἑνί*] *δὲ ἑνί* V et m. rec. B. *Ε, Ζ, Η*] PBp; *ΔΗ, ΔΖ, ΔΕ* in ras. V et, ut uidetur, F; *γρ. καί· καὶ ἑνὶ τῶν ΔΗ, ΔΖ, ΔΕ* mg. m. rec. B. *γραφόμεμενος* P. 5. *γωνίας*] m. 2 V. *τέμῃ* B. 6. *ἀπ'*] litt. *ἀ-* in ras. m. 2 V. 7. *ὅπερ ἐστίν* Vp. 8. *ἐδείχθη*] P, B m. rec.; om. Vp; *καὶ ἐδείχθη* F. *ὁ*] om. P.

ɜt radio qualibet rectarum ΔE, ΔZ, ΔH[1]) descri- ɪr circulus, etiam per reliqua puncta ueniet et rectas ;, $B\Gamma$, ΓA continget, quia recti sunt anguli ad ıcta E, Z, H positi. nam si eas secat, recta ad netrum circuli in termino perpendicularis ducta 'a circulum cadet; quod demonstratum est absur- ı esse [III, 16]. itaque circulus centro Δ et radio libet rectarum ΔE, ΔZ, ΔH descriptus rectas AB, ; ΓA non secabit. itaque eas continget, et circulus riangulum $AB\Gamma$ inscriptus erit. inscribatur ut ZHE. Ergo in datum triangulum $AB\Gamma$ circulus inscriptus EZH; quod oportebat fieri.

V.

Circum datum triangulum circulum circumscribere.

Sit datus triangulus $AB\Gamma$. oportet igitur circum um triangulum $AB\Gamma$ circulum circumscribere.

secentur rectae AB, $A\Gamma$ in duas partes aequales punctis Δ, E [I, 10], et a punctis Δ, E ad AB, ' perpendiculares ducantur ΔZ, EZ. concurrent ıur aut intra triangulum $AB\Gamma$ aut in recta $B\Gamma$ aut :a $B\Gamma$.

1) Graecam locutionem satis miram et neglegentem sae- ɜ (p. 280, 9. 282, 8. 290, 22. 292, 3) praebent boni codd., m ut corrigere audeam.

Ɛ, Z, H] PBFVp, ed. Basil.; ΔE, ΔZ, ΔH Gregorius. ύκλος P. τεμεῖ] PV, F m. 2; τέμνει Bp, F m. 1. 10. | $\Gamma\Delta$ e corr. m. 2 V. ὁ] om. Bp. 11. ἐγγεγράφθω ὡς ıHE] P; om. Theon (BFVp). 13. εἰς] οσ post ras. 2 litt. corr. m. 1. δοθέντι P, corr. m. 1. γέγραπται F. ὁ] om. P. 20. AB] BA P. τά] τό F, sed corr. 22.] A e corr. P; $A\Gamma$ εὐθείαις F m. rec. EZ] ZE P. δή] P; δέ BFVp. ἤ] supra m. 1 F.

Συμπιπτέτωσαν πρότερον ἐντὸς κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ, ΖΓ, ΖΑ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ, κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΖ, βάσις ἄρα ἡ ΑΖ βάσει τῇ ΖΒ ἐστιν ἴση. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΓΖ τῇ ΑΖ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΖΒ τῇ ΖΓ ἐστιν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΖΑ, ΖΒ, ΖΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Α, Β, Γ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων, καὶ ἔσται περιγεγραμμένος ὁ κύκλος περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. περιγεγράφθω ὡς ὁ ΑΒΓ.

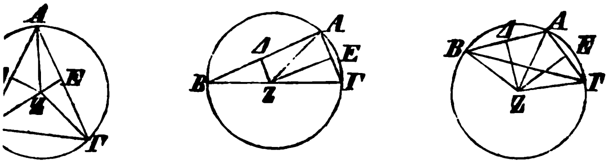
ἀλλὰ δὴ αἱ ΔΖ, ΕΖ συμπιπτέτωσαν ἐπὶ τῆς ΒΓ εὐθείας κατὰ τὸ Ζ, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον περιγραφομένου κύκλου.

Ἀλλὰ δὴ αἱ ΔΖ, ΕΖ συμπιπτέτωσαν ἐκτὸς τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κατὰ τὸ Ζ πάλιν, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς τρίτης καταγραφῆς, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΖ, ΒΖ, ΓΖ. καὶ ἐπεὶ πάλιν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΔΒ, κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΖ, βάσις ἄρα ἡ ΑΖ βάσει τῇ ΒΖ ἐστιν ἴση. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΓΖ τῇ

---

1. *συμπίπτωσαν* F. *πρότερον ἐντός*] *οὖν ἐντὸς πρότερον* P. 2. ΖΓ] litt. Ζ in ras. m. 2 V, in Γ mutat. m. 2 F. 3. ΔΒ] ΒΔ P. ΔΖ] ΑΖ? F. 4. ΖΒ] in ras. p. *ἐστιν ἴση*] PF; *ἴση ἐστίν* BVp. 5. ΓΖ] ΖΓ Bp. 6. *ἐστιν*] om. V. Post *ἴση* ras. 6 litt. F. 8. Α, Β, Γ] P; ΖΑ, ΖΒ, ΖΓ Theon (BFVp). *καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων*] om. p; mg. m. rec. B. 9. ὁ] insert. m. 1 V. 10. *καὶ περιγραφέσθω* V; *καί* etiam in F add. m. 2 (euan.). 12. ΒΓ] ΑΓ F; corr. m. 2. 14. ΑΖ] Ζ in ras. p. 19. ΑΖ] ΑΖ F. ΒΖ, ΓΖ] P; ΒΖ, ΓΖ F; ΖΒ, ΖΓ BVp. 20. *καί*] eras. V. 22. ΒΖ] PF, V m. 1; ΖΒ Bp, V m. 2. ΓΖ] ΖΓ P.

prius igitur intra concurrant in Z, et ducantur , $Z\Gamma$, ZA. et quoniam $A\Delta = \Delta B$, communis ɔm et perpendicularis ΔZ, erit $AZ = ZB$ [I, 4]. iliter demonstrabimus, esse etiam $\Gamma Z = AZ$; quare m $ZB = Z\Gamma$. ergo tres rectae ZA, ZB, $Z\Gamma$ inter aequales sunt. itaque qui centro Z et radio quat rectarum ZA, ZB, $Z\Gamma$ describitur circulus, etiam reliqua puncta ueniet et erit circum triangulum Γ circumscriptus. circumscribatur ut $AB\Gamma$.



ım uero ΔZ, EZ in recta $B\Gamma$ concurrant in Z, t factum est in figura altera, et ducatur AZ. si-.ter demonstrabimus, punctum Z centrum esse circircum triangulum $AB\Gamma$ circumscripti.[1]

ım uero ΔZ, EZ ultra triangulum $AB\Gamma$ concurt[2]) in Z, sicut factum est in figura tertia, et dutur AZ, BZ, ΓZ. et quoniam rursus $A\Delta = \Delta B$, ΔZ communis est et perpendicularis, erit [I, 4] $= BZ$. similiter demonstrabimus, esse etiam

$$\Gamma Z = AZ.$$

1) Hunc casum segregauit Euclides, quia hic sola AZ dula est.

2) Quamquam offensionis non nihil habet inconstantia, qua lo ἐκτὸς τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου (p. 282, 17. 284, 15) scribitur lo ἐκτὸς τῆς $B\Gamma$ (p. 280, 24), tamen τῆς $B\Gamma$ contra codices 80, 24 uix cum Gregorio in τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου corrigendum (p. 282, 15 iam ex P correctum est), cum optime intellegi nit, modo ἐκτός uertamus: ultra.

ΑΖ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΒΖ τῇ ΖΓ ἐστιν ἴση· ὁ ἄρα [πάλιν] κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν ΖΑ, ΖΒ, ΖΓ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων, καὶ ἔσται περιγεγραμμένος περὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον.

Περὶ τὸ δοθὲν ἄρα τρίγωνον κύκλος περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

[*Πόρισμα.*]

Καὶ φανερόν, ὅτι, ὅτε μὲν ἐντὸς τοῦ τριγώνου πίπτει τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία ἐν μείζονι τμήματι τοῦ ἡμικυκλίου τυγχάνουσα ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς· ὅτε δὲ ἐπὶ τῆς ΒΓ εὐθείας τὸ κέντρον πίπτει, ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία ἐν ἡμικυκλίῳ τυγχάνουσα ὀρθή ἐστιν· ὅτε δὲ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἐκτὸς τοῦ τριγώνου πίπτει, ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ἐν ἐλάττονι τμήματι τοῦ ἡμικυκλίου τυγχάνουσα μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. [ὥστε καὶ ὅταν ἐλάττων ὀρθῆς τυγχάνῃ ἡ διδομένη γωνία, ἐντὸς τοῦ τριγώνου πεσοῦνται αἱ ΔΖ, ΕΖ, ὅταν δὲ ὀρθή, ἐπὶ τῆς ΒΓ, ὅταν δὲ μείζων ὀρθῆς, ἐκτὸς τῆς ΒΓ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.]

ς'.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι.

VI. Boetius p. 389, 3.

---

1. *ΑΖ*] in ras. m. 2 V. *ΒΖ*] *ΖΒ* P. *ΖΓ*] *ΓΖ* BFp. Post *ἴση* in F insert. in ras. *αἱ τρεῖς ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν*; idem B mg. m. rec. 2. *πάλιν*] om. P. 5. Post *τρίγωνον* Theon add. *περιγεγράφθω ὡς ὁ ΑΒΓ* (BFVp; *γεγράφθω* F m. 1, p; *καὶ γεγράφθω* V, F m. 2; *ἡ ΑΒΓ* F, corr. m. 2). 8. *πό-*

:e etiam $BZ = Z\Gamma$. itaque qui centro Z et radio ibet rectarum ZA, ZB, $Z\Gamma$ describitur circulus, n per reliqua puncta ueniet, et circum triangulum Γ circumscriptus erit.

Ergo circum datum triangulum circulus circum-)tus est; quod oportebat fieri.

Et adparet, si centrum circuli intra triangulum lerit, angulum $BA\Gamma$ in segmento maiore, quam semicirculus, positum minorem esse recto, sin cen- ı in recta $B\Gamma$ ceciderit, angulum $BA\Gamma$ in semi- alo positum rectum esse, sin centrum circuli ultra agulum ceciderit, angulum $BA\Gamma$ in segmento ore, quam est semicirculus, positum maiorem esse o[1]) [III, 31].

VI.

In datum circulum quadratum inscribere.

1) Finem (lin. 17—20) genuinum esse uix putauerim; pa- enim necessarius uidetur, et ἡ διδομένη γωνία lin. 17 fal- est, ut obseruauit Simsonus p. 353, cui obsecuti locum igere conati sunt Gregorius et Augustus. haec uerba ideo ıue suspecta sunt, quod speciem corollarii efficiunt, cum en uerba lin. 9 sqq. non corollarium sint, sed additio ei lis, quam in III, 25 inuenimus; nam neque in optimis codd. um πόρισμα habent, neque a Proclo ut corollarium agnosci ntur (u. ad IV, 15 πόρισμα).

α] om. P; mg. m. 2 BF; mg. m. 1 Vp. 9. ὅτι, ὅτε] ὅταν 10. πίπτει] πίπτῃ F; πίπτοι P. γωνία] m. 2 V. 12. :ίας — 13. γωνία] P; om. Theon (BFVp). 14. ἐστιν] P, ıpra m. 1; ἔσται BVp. τὸ κέντρον τοῦ κύκλου] P; om. on (BFVp). 15. τοῦ τριγώνου] August; τριγώνου P; τῆς εὐθείας τὸ κέντρον BVp; τοῦ $B\Gamma$ τὸ κέντρον, postea addito είας et τοῦ in τῆς mutato m. 2 F. πίπτῃ F. Post Γ in BFp add. γωνία; idem V m. 2. 18. τοῦ] om. F. ιῦνται] P; συμπεσοῦνται BVp, et F, sed del. συμ-. 20.]σαι] PF; δεῖξαι BVp; γρ. δεῖξαι mg. m. 1 F.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι.

Ἤχθωσαν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΑΓ, ΒΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ· κέντρον γὰρ τὸ Ε· κοινὴ δὲ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΑ, βάσις ἄρα ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΑΔ ἴση ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρα τῶν ΒΓ, ΓΔ ἑκατέρᾳ τῶν ΑΒ, ΑΔ ἴση ἐστίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον. λέγω δή, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΒΔ εὐθεῖα διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, ἡμικύκλιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΑΔ· ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ, ΓΔΑ ὀρθή ἐστιν· ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράπλευρον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· τετράγωνον ἄρα ἐστίν. καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον.

Εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγέγραπται τὸ ΑΒΓΔ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ζ'.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον περιγράψαι.

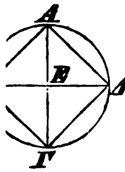
Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τετράγωνον περιγράψαι.

Ἤχθωσαν τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΑΓ, ΒΔ, καὶ διὰ τῶν Α, Β, Γ, Δ

---

3. ἢ ἤχθωσαν p. τοῦ] γὰρ τοῦ Bp; εἰς τόν F. κύκλον F. δύο] om. BVp. 5. ΔΑ] corr. ex ΓΑ m. 1 F. 7. ἄρα] om. Bp. 8. ἐστίν] F; comp. p; ἐστί PVB. 10. ἐστίν P, comp. p. 12. ἐστί] ἐστίν P. 13. γωνία] m. 2 V. 16. ἐστίν] P, comp. p; ἐστί BFV. 18. ἄρα] om. V. δο-

Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur in circulum $\Gamma\Delta$ quadratum inscribere.
lucantur circuli $AB\Gamma\Delta$ duae diametri inter se endiculares $A\Gamma$, $B\Delta$, et ducantur AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$,



et quoniam $BE = E\Delta$ (nam E centrum est), et EA communis est et perpendicularis, erit $AB = A\Delta$ [I, 4]. eadem de causa $B\Gamma = AB$ et $\Gamma\Delta = A\Delta$. itaque quadrilaterum $AB\Gamma\Delta$ aequilaterum est. dico, idem rectangulum esse. nam quoniam recta $B\Delta$ diametrus circuli $AB\Gamma\Delta$, semicirculus est $BA\Delta$. itaque $A\Delta$ rectus est [III, 31]. eadem de causa etiam uli anguli $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$ recti sunt. itaque angulum est quadrilaterum $AB\Gamma\Delta$. sed demontum est, idem aequilaterum esse. itaque quadra- est [I def. 22]. et in circulum $AB\Gamma\Delta$ inscrip- est.
Ergo in datum circulum quadratum inscriptum est $\Gamma\Delta$; quod oportebat fieri.

VII.

Circum datum circulum quadratum circumscribere.
Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur circum $\Gamma\Delta$ circulum quadratum circumscribere.
ducantur circuli $AB\Gamma\Delta$ duae diametri inter se perdiculares $A\Gamma$, $B\Delta$. et per A, B, Γ, Δ puncta du-

---

τα] $AB\Gamma\Delta$ Bp; δοθέντα ἄρα V. Post κύκλον add. τὸν $\Gamma\Delta$ V et F m. 2. 19. ποιῆσαι] in ras. p. 24. τετρά- υρον P. 25. γὰρ τοῦ Bp. δύο] om. p. 26. αἱ] om. P.

σημείων ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι τοῦ *ΑΒΓΔ* κύκλου αἱ *ΖΗ*, *ΗΘ*, *ΘΚ*, *ΚΖ*.

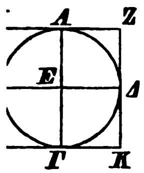
Ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἡ *ΖΗ* τοῦ *ΑΒΓΔ* κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ *Ε* κέντρου ἐπὶ τὴν κατὰ τὸ *Α* ἐπαφὴν ἐπέζευκται ἡ *ΕΑ*, αἱ ἄρα πρὸς τῷ *Α* γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ πρὸς τοῖς *Β*, *Γ*, *Δ* σημείοις γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ *ΑΕΒ* γωνία, ἐστὶ δὲ ὀρθὴ καὶ ἡ ὑπὸ *ΕΒΗ*, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ *ΗΘ* τῇ *ΑΓ*. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ *ΑΓ* τῇ *ΖΚ* ἐστι παράλληλος. ὥστε καὶ ἡ *ΗΘ* τῇ *ΖΚ* ἐστι παράλληλος. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν *ΗΖ*, *ΘΚ* τῇ *ΒΕΔ* ἐστι παράλληλος. παραλληλόγραμμα ἄρα ἐστὶ τὰ *ΗΚ*, *ΗΓ*, *ΑΚ*, *ΖΒ*, *ΒΚ*· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν *ΗΖ* τῇ *ΘΚ*, ἡ δὲ *ΗΘ* τῇ *ΖΚ*. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ *ΑΓ* τῇ *ΒΔ*, ἀλλὰ καὶ ἡ μὲν *ΑΓ* ἑκατέρᾳ τῶν *ΗΘ*, *ΖΚ*, ἡ δὲ *ΒΔ* ἑκατέρᾳ τῶν *ΗΖ*, *ΘΚ* ἐστιν ἴση [καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν *ΗΘ*, *ΖΚ* ἑκατέρᾳ τῶν *ΗΖ*, *ΘΚ* ἐστιν ἴση], ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΖΗΘΚ* τετράπλευρον. λέγω δή, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ *ΗΒΕΑ*, καί ἐστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ *ΑΕΒ*, ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ *ΑΗΒ*. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ πρὸς τοῖς *Θ*, *Κ*, *Ζ* γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΖΗΘΚ*. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον·

---

2. *ΚΖ*] in ras. F; mutat. in *ΖΚ* m. 2 V. 4. ἐπαφήν] ἐπιφάνειαν p et B m. 1 (corr. m. rec.). 5. τῷ] τό B. 6. εἰσι BVp. 7. εἰσι Vp. 8. *ΑΕΒ*] *Β* in ras. F. *ΕΒΗ*] *Β* in ras. F. 10. παράλληλός ἐστιν V. ὥστε — 11. παράλληλος] Pp (in *ΖΚ* litt. Z in ras. p); om. V; mg. m. 1 F, m. 2 B; habet Campanus. 13. Post παράλληλος add. ὥστε καὶ ἡ *ΗΖ* τῇ *ΘΚ* ἐστι παράλληλος Fp, B m. rec. *ΗΚ*] eras. F. 14. *ΖΒ*] in ras. F; *Β* e corr. m. 2 V. *ΒΚ*] in ras. F. 15. ἀλλὰ καί] P; ἀλλ' BFVp. 16. *ΖΚ*] *ΖΚ* ἐστιν ἴση

tur circulum $AB\Gamma\Delta$ contingentes ZH, $H\Theta$, ΘK, ; [III, 17].

iam quoniam ZH circulum $AB\Gamma\Delta$ contingit, et E centro ad punctum contactus A ducta est EA, uli ad A positi recti sunt [III, 18]. eadem de sa anguli ad puncta B, Γ, Δ positi recti sunt. et niam $\angle AEB$ rectus est, et $\angle EBH$ et ipse rectus, ; $H\Theta$ rectae $A\Gamma$ parallela [I, 29]. eadem de causa ım $A\Gamma$ rectae ZK parallela est. quare etiam $H\Theta$ tae ZK parallela est [I, 30]. similiter demonstra- ıus, etiam utramque HZ, ΘK rectae $BE\Delta$ parallelam esse. itaque parallelogramma sunt HK, $H\Gamma$, AK, ZB, BK. itaque [I, 34]



$$HZ = \Theta K,\ H\Theta = ZK.$$

et quoniam $A\Gamma = B\Delta$, et

$$A\Gamma = H\Theta = ZK$$

et $B\Delta = HZ = \Theta K$ [I,34], aequilatern est quadrilaterum $ZH\Theta K$. dico, idem rectangulum e. nam quoniam parallelogrammum est $HBEA$, et AEB rectus est, etiam $\angle AHB$ rectus est [I, 34]. ıiliter demonstrabimus, etiam angulos ad Θ, K, Z, sitos rectos esse. itaque $ZH\Theta K$ rectangulum est. demonstratum est, idem aequilaterum esse. ergo

---

Vp. 17. καὶ ἑκατέρα — 18. ἴση] om. P. 17. καί] om. p. ι] supra F. 18. $H\Theta$] Θ e corr. p. 20. ἐστι] ἐστιν P. $HBEA$] $H\Delta EA$, sed Δ e corr. m. 1 F. AEB] B in . F. ὀρθή — 22. AHB] mg. m. 1 P. 22. AHB] B in . F. 23. Θ, Z, K F. 24. ἐστίν PB, comp. p. τὸ [ΘK] P, F m. 1; om. Bp; τὸ $ZH\Theta K$ τετράπλευρον V, F 2.

τετράγωνον ἄρα ἐστίν. καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν ΑΒΓΔ κύκλον.

Περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον τετράγωνον περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

η'.

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ εἰς τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Τετμήσθω ἑκατέρα τῶν ΑΔ, ΑΒ δίχα κατὰ τὰ Ε, Ζ σημεῖα, καὶ διὰ μὲν τοῦ Ε ὁποτέρᾳ τῶν ΑΒ, ΓΔ παράλληλος ἤχθω ὁ ΕΘ, διὰ δὲ τοῦ Ζ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΔ, ΒΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΚ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἕκαστον τῶν ΑΚ, ΚΒ, ΑΘ, ΘΔ, ΑΗ, ΗΓ, ΒΗ, ΗΔ, καὶ αἱ ἀπεναντίον αὐτῶν πλευραὶ δηλονότι ἴσαι [εἰσίν]. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΑΒ, καί ἐστι τῆς μὲν ΑΔ ἡμίσεια ἡ ΑΕ, τῆς δὲ ΑΒ ἡμίσεια ἡ ΑΖ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΑΕ τῇ ΑΖ· ὥστε καὶ αἱ ἀπεναντίον· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΖΗ τῇ ΗΕ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ΗΘ, ΗΚ ἑκατέρᾳ τῶν ΖΗ, ΗΕ ἐστιν ἴση· αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ΗΕ, ΗΖ, ΗΘ, ΗΚ ἴσαι ἀλλήλαις [εἰσίν]. ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Η διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Ε, Ζ, Θ, Κ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων· καὶ ἐφάψεται τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ εὐθειῶν διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς Ε, Ζ, Θ, Κ γωνίας· εἰ γὰρ τεμεῖ ὁ κύκλος τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ, ἡ τῇ

VIII. Boetius p. 389, 5.

1. *ἐστίν*] comp. p; *ἐστί* PBFV. 5. *η'*] m. 2 V. 12. *ἡ ΖΚ ἤχθω* p. 13. *ΚΒ*] *Β* mutat. in *Ε* m. 2 F; *ΒΚ* Bp. 14. *ΒΗ, ΗΔ*] e corr. F. 15. *εἰσίν*] F; *εἰσί* BVp; om. P.

ıadratum est [I, def. 22]. et circum $AB\Gamma\Delta$ circulum rcumscriptum est.

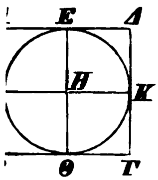
Ergo circum datum circulum quadratum circumriptum est; quod oportebat fieri.

VIII.

In datum quadratum circulum inscribere.

Sit datum quadratum $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur in $B\Gamma\Delta$ quadratum circulum inscribere.

secetur utraque $A\Delta$, AB in duas partes aequales E, Z punctis, et per E utrique AB, $\Gamma\Delta$ parallela ıcatur $E\Theta$ [I, 31 et 30], per Z autem utrique $A\Delta$, Γ parallela ducatur ZK. itaque parallelogramma sunt



AK, KB, $A\Theta$, $\Theta\Delta$, AH, $H\Gamma$, BH, $H\Delta$, et latera eorum opposita inter se aequalia sunt [I, 34]. et quoniam $A\Delta = AB$, et $AE = \frac{1}{2}A\Delta$, $AZ = \frac{1}{2}AB$, erit $AE = AZ$. ergo etiam opposita. quare $ZH = HE$. similiter demonrabimus, etiam esse $H\Theta = ZH$, $HK = HE$. ıque quattuor rectae HE, HZ, $H\Theta$, HK inter se ıquales sunt. quare qui centro H radio autem quaɔet rectarum HE, HZ, $H\Theta$, HK describitur circulus, iam per reliqua puncta ueniet. et rectas AB, $B\Gamma$, Δ, ΔA continget, quia recti sunt anguli ad E, Z, , K positi. nam si circulus rectas AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, 'A secabit, recta ad diametrum circuli in termino

ı. AB] B in ras. F. 18. ἀπεναντίον] P; ἀπεναντίον ἴσαι F ed ἴσαι postea insert. comp.); ἀπεναντίον ἴσαι εἰσίν BVp. η ἄρα] in ras. m. 2 seq. lacuna 3 litt. F. HE] EH F, et corr. m. 2 ex HE. 20. ZH] HZ F. αἱ] (alt.) seq. s. 2 litt. F. 21. εἰσίν] om. P. 22. HE, HZ, $H\Theta$, HK regorius. 24. ΔA] mutat. in $\Delta\Gamma$ m. 2 FV. 26. τέμνῃ B.

διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη. οὐκ ἄρα ὁ κέντρῳ τῷ Η διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Ε, Ζ, Θ, Κ κύκλος γραφόμενος τεμεῖ τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ εὐθείας. ἐφάψεται ἄρα αὐτῶν καὶ ἔσται ἐγγεγραμμένος εἰς τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον.

Εἰς ἄρα τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλος ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

θʹ.

Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον κύκλον περιγράψαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ περὶ τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον κύκλον περιγράψαι.

Ἐπιζευχθεῖσαι γὰρ αἱ ΑΓ, ΒΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΓ, δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΓ δυσὶ ταῖς ΒΑ, ΑΓ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΔΓ βάσει τῇ ΒΓ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση ἐστίν· ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΑΒ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΓ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ, ΓΔΑ δίχα τέτμηται ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΔΒ εὐθειῶν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΑΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΓ, καί ἐστι τῆς μὲν ὑπὸ ΔΑΒ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΕΑΒ, τῆς

---

2. ἐδείχθη] PF; om. BVp. 3. κέντρω μέν P. ΗΕ, ΗΖ, ΗΘ, ΗΚ ed. Basil. 4. Post Κ add. σημείων F m. rec. τεμεῖ] PF; τέμνει BVp. ΔΑ] ΑΔ P. 6. ΑΒΓ P. 7. ἄρα τὸ δοθέν] P; τὸ δοθὲν ἄρα Theon (BFVp). 9. θʹ] om. φ; θʹ et litt. initialis postea add. in V, ut in sequentibus semper fere. 14. ἐπεζευχθεῖσαι Vp; ἐπιζευχθῆσαι φ. ΒΔ] ΔΒ P. 15. Ε] Θ P. 16. ΔΑ] ΑΔ F. 18. εἰσίν] PF; εἰσί BVp. Dein mg. in V add. ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ βάσις]

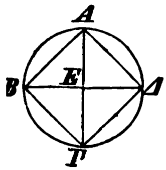
erpendicularis intra circulum cadet; quod demon-ıratum est absurdum esse [III, 16]. itaque circulus ːntro H et radio qualibet rectarum HE, HZ, $H\Theta$, $[K$ descriptus rectas AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔA non secabit. uare eas continget, et in quadratum $AB\Gamma\Delta$ inscrip-ıs erit.

Ergo in datum quadratum circulus inscriptus est; uod oportebat fieri.

IX.

Circum datum quadratum circulum circumscribere.

Sit datum quadratum $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur cir-um $AB\Gamma\Delta$ quadratum circulum circumscribere.



ductae enim $A\Gamma$, $B\Delta$ inter se se-cent in E. et quoniam $\Delta A = AB$, et $A\Gamma$ communis est, duae rectae $\Delta A, A\Gamma$ duabus BA, $A\Gamma$ aequales sunt; et

$$\Delta\Gamma = B\Gamma.$$

ːaque $\angle \Delta A\Gamma = BA\Gamma$. ergo $\angle \Delta AB$ recta $A\Gamma$ in uas partes aequales diuisus est. similiter demonstra-ıimus, etiam angulos $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$ rectis $A\Gamma$, ΔB in duas partes aequales diuisos esse. et quoniam $\angle \Delta AB = AB\Gamma$, et $\angle EAB = \frac{1}{2} \Delta AB$, $\angle EBA = \frac{1}{2} AB\Gamma$,

---

κατέρα in ras. m. 2 F, supra scr. ἑκατέρα ἑκατέρα m. 1 F. στιν ἴση FV. 19. ὑπό] (tert.) m. 2 F. 20. ΔAB] B in ras. n. 2 V. 21. $AB\Gamma$] P m. 1, F m. 2, V (Γ in ras. m. 2), p (Γ in as.); AB, $B\Gamma$ B, P m. 2, F m. 1. $B\Gamma\Delta$] P m. 1, F m. 2, V (B in ras. m. 2), p (B in ras.); $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ B (punctis del. m. 2; $B\Gamma$ in ras. m. 1); $\Gamma\Delta$ P m. 2, F m. 1. $\Gamma\Delta A$] Γ in ras. m. 2 V, Γ insert. Fp; ΓA P m. 1; ΔA P m. 2; $\Gamma\Delta, \Delta A$ B; in B ng. m. rec. γρ. καί· ὑπὸ $AB\Gamma$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$. 22. ΔB] ΓB p (non F). 24. ἐστιν P. ΔAB] $A\Delta B$ F. ἡμισείας P, corr. m. 1. EAB] litt. AB e corr. m. 2 V; AEB P; corr. m. 2.

δὲ ὑπὸ *ΑΒΓ* ἡμίσεια ἡ ὑπὸ *ΕΒΑ*, καὶ ἡ ὑπὸ *ΕΑΒ* ἄρα τῇ ὑπὸ *ΕΒΑ* ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ *ΕΑ* τῇ *ΕΒ* ἐστιν ἴση. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν *ΕΑ*, *ΕΒ* [εὐθειῶν] ἑκατέρᾳ τῶν *ΕΓ*, *ΕΔ* ἴση ἐστίν. αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ *ΕΑ*, *ΕΒ*, *ΕΓ*, *ΕΔ* ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ *Ε* καὶ διαστήματι ἑνὶ τῶν *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ* κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται περιγεγραμμένος περὶ τὸ *ΑΒΓΔ* τετράγωνον. περιγεγράφθω ὡς ὁ *ΑΒΓΔ*.

Περὶ τὸ δοθὲν ἄρα τετράγωνον κύκλος περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιʹ.

Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

Ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ *ΑΒ*, καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ *Γ* σημεῖον, ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν *ΑΒ*, *ΒΓ* περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς *ΓΑ* τετραγώνῳ· καὶ κέντρῳ τῷ *Α* καὶ διαστήματι τῷ *ΑΒ* κύκλος γεγράφθω ὁ *ΒΔΕ*, καὶ ἐνηρμόσθω εἰς τὸν *ΒΔΕ* κύκλον τῇ *ΑΓ* εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ *ΒΔΕ* κύκλου διαμέτρου ἴση εὐθεῖα ἡ *ΒΔ*· καὶ ἐπεζεύχθωσαν

X. Proclus p. 204, 1.

1. ἡμίσεια] e corr. m. 2 P. *ΕΑΒ*] *ΕΒΑ* F. 2. ἄρα] om. p. ὥστε καὶ πλευρά] καί Bp. 3. *ΕΑ*] *Α* in ras. m. 2 V; *ΑΕ* F; *ΕΒ* ἄρα Bp. Post *ΕΑ* in V add. πλευρᾷ; idem F m. 2. *ΕΒ*] *Β* in ras. m. 2 V; *ΕΑ* Bp. 4. *ΕΑ*, *ΕΒ*] P, F m. 2, V in ras. m. 2; *ΕΓ*, *ΕΔ* B, F m. 1, p. εὐθειῶν] om. P. *ΕΓ*, *ΕΔ*] P, F m. 2, V in ras. m. 2; *ΕΑ*, *ΕΒ* B,

t $\angle EAB = EBA$. quare etiam $EA = EB$ [I, 6]. iiliter demonstrabimus, esse etiam $EA = E\Delta$,

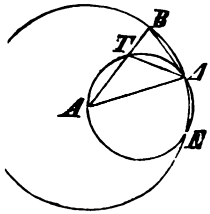
$$EB = E\Gamma.^{1})$$

que quattuor rectae EA, EB, $E\Gamma$, $E\Delta$ inter se juales sunt. quare qui centro E et radio qualibet tarum EA, EB, $E\Gamma$, $E\Delta$ describitur circulus, etiam r reliqua puncta ueniet, et circum quadratum $AB\Gamma\Delta$ cumscriptus erit. circumscribatur ut $AB\Gamma\Delta$.

Ergo circum datum quadratum circulus circum- iptus est; quod oportebat fieri.

X.

Triangulum aequicrurium construere utrumque gulum ad basim positum duplo maiorem habentem iquo.



Ponatur recta aliqua AB, et in puncto Γ ita secetur, ut sit

$$AB \times B\Gamma = \Gamma A^2 \text{ [II, 11].}$$

et centro A radio autem AB circulus describatur $B\Delta E$, et in $B\Delta E$ circulum aptetur recta $B\Delta$ rectae $A\Gamma$ aequalis, quae diametro circuli $B\Delta E$ maior non est [prop. I];

1) Uidetur enim scribendum esse $E\Delta$, $E\Gamma$ pro $E\Gamma$, $E\Delta$. 4.

m. 1, p. 6. ἴση — EB] om. B, in ras. insert. p. 7. Δ, EB, $E\Gamma$, $E\Delta$ Gregorius. Post Δ mg. add. σημείων F. περιγεγράφθω ὡς ὁ $AB\Gamma\Delta$] om. Bp. 11. γέγραπται p. . AB, $B\Gamma$] F; alterum B om. B, in ras. m. 2 V; prius B d. m. 2 Pp. 20. κέντρῳ μὲν τῷ A διαστήματι δέ V. . $A\Gamma$] Γ in ras. m. 2 V. εὐθεία] om. p; m. 2 B. $B\Delta E$] supra m. 1 P; ΔBE Bp, V (ΔB in ras. m. 2); $B\Delta E$ F.

αἱ ΑΔ, ΔΓ, καὶ περιγεγράφθω περὶ τὸ ΑΓΔ τρίγωνον κύκλος ὁ ΑΓΔ.

Καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ, ἴση δὲ ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΔ. καὶ ἐπεὶ κύκλου τοῦ ΑΓΔ εἴληπταί τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ Β, καὶ ἀπὸ τοῦ Β πρὸς τὸν ΑΓΔ κύκλον προσπεπτώκασι δύο εὐθεῖαι αἱ ΒΑ, ΒΔ, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνει, ἡ δὲ προσπίπτει, καί ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΒΔ, ἡ ΒΔ ἄρα ἐφάπτεται τοῦ ΑΓΔ κύκλου. ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται μὲν ἡ ΒΔ, ἀπὸ δὲ τῆς κατὰ το Δ ἐπαφῆς διῆκται ἡ ΔΓ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΔΓ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήματι γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΑΓ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΔΓ τῇ ὑπὸ ΔΑΓ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΓΔΑ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΔΑ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΓΔΑ, ΔΑΓ. ἀλλὰ ταῖς ὑπὸ ΓΔΑ, ΔΑΓ ἴση ἐστὶν ἡ ἐκτὸς ἡ ὑπὸ ΒΓΔ· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΑ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΒΔΑ τῇ ὑπὸ ΓΒΔ ἐστιν ἴση, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ ΑΔ τῇ ΑΒ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΑ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἐστιν ἴση. αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ὑπὸ ΒΔΑ, ΔΒΑ, ΒΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΓΔ, ἴση ἐστὶ καὶ πλευρὰ ἡ ΒΔ πλευρᾷ τῇ ΔΓ. ἀλλὰ ἡ ΒΔ τῇ ΓΑ ὑπόκειται

---

1. *ΑΔ*] in ras. m. 2 V. *ΔΓ*] *ΓΔ* P. *ΑΓΔ*] *ΓΔ* in ras. m. 1 B, ut etiam supra quaedam. 3. *ΑΒΓ* PB Fp, in PFp m. 1 insert. B. 4. *τῆς ΑΓ* — 5. *τῷ ἀπό*] bis P, sed corr. 4. Post prius *ΑΓ* in F add. □ m. 2 et in mg. *τετραγώνῳ* m. 1. *ΒΔ*] *Δ̈Β̇* F. *ΑΒ, ΒΓ*] Pp, prius *Β* m. 2 in ras. V; *ΑΒΓ* B, corr. m. 2; F, corr. m. 1. 6. *τὸ Β*] corr. ex *τῇ Β* seq. ras. 3 litt. V. 7. *προσπεπτώκασιν* B. 8. *ΒΑ*] P; *ΒΓΑ* Bp, V (*Α* in ras. m. 2), F (*ΓΑ* in ras. intercedente ras. 1 litt.). 9. *ἐστιν* P. *τῶν*] om. P. *ΑΒ, ΒΓ*] alt. *Β*

lucantur $A\Delta$, $\Delta\Gamma$, et circum $A\Gamma\Delta$ triangulum umscribatur circulus $A\Gamma\Delta$ [prop. V].

et quoniam $AB \times B\Gamma = A\Gamma^2$, et $A\Gamma = B\Delta$, erit $\times B\Gamma = B\Delta^2$. et quoniam extra circulum $A\Gamma\Delta$ ıptum est punctum quoddam B, et a B ad circulum Δ adcidunt duae rectae BA, $B\Delta$, et altera earum ıt, altera adcidit tantum, et $AB \times B\Gamma = B\Delta^2$, a $B\Delta$ contingit circulum $A\Gamma\Delta$ [III, 37]. iam niam $B\Delta$ contingit, et a Δ puncto contactus producta est $\Delta\Gamma$, erit $\angle B\Delta\Gamma = \Delta A\Gamma$, qui in alterno mento positus est [III, 32]. iam quoniam

$$\angle B\Delta\Gamma = \Delta A\Gamma,$$

ımunis adiiciatur $\angle \Gamma\Delta A$. itaque

$$\angle B\Delta A = \Gamma\Delta A + \Delta A\Gamma.$$

$\Gamma\Delta A + \Delta A\Gamma = B\Gamma\Delta$ extrinsecus posito [I, 32]. re etiam $\angle B\Delta A = B\Gamma\Delta$. uerum

$$\angle B\Delta A = \Gamma B\Delta,$$

a $A\Delta = AB$ [I, 5]. quare etiam $\angle \Delta BA = B\Gamma\Delta$. ıue tres anguli $B\Delta A$, ΔBA, $B\Gamma\Delta$ inter se aequales ıt. et quoniam $\angle \Delta B\Gamma = B\Gamma\Delta$, erit etiam

$$B\Delta = \Delta\Gamma \text{ [I, 6]}.$$

---

ras. m. 2 V; $AB\Gamma$ PB (corr. m. 2), Fp (corr. m. 1). 10.] Δ e corr. F. ἡ $B\Delta$] supra m. rec. F. 11. ἐπεὶ οὖν] ἐπεί P. μέν] PF (τοῦ κύκλου ἡ $B\Delta$ εὐθεῖα κατὰ τὸ Δ F); om. V; τοῦ κύκλου Bp. 12. ἁφῆς Theon (BFVp). ἐστίν P. τῇ ἐν] m. 2 V. 14. $B\Delta\Gamma$] P, V m. 1; $\Gamma\Delta B$ V m. 2, F in ras. 15. $\Delta A\Gamma$] Γ in ras. m. 2 V. 16. $B\Delta A$] in ras. m. 1 B. ἐστίν P. 16. $\Delta A\Gamma$] ΔAH φ (non F). 7. ἐστὶν ἡ] in ras. m. 1 p. ἐκτός] om. p. 18. καὶ ἡ] ρα P. $B\Delta A$] $A\Delta B$ P. ἄρα] om. P, m. rec. F. ιν ἴση F. ἐστίν PB. ἀλλ' FV. 19. $\Gamma B\Delta$] V m. 1; Δ V m. 2. ἴση ἐστίν BFp. 20. ἴση ἐστίν p. ΔBA] A P, F m. 1 (corr. m. 2). 22. εἰσίν] PF; εἰσί BVp. ἐστίν V, sed ν eras. 24. πλευρᾷ] om. p., m. 2 B. ἀλλ' F.

ἴση· καὶ ἡ ΓΑ ἄρα τῇ ΓΔ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΔΑ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΑΓ ἐστιν ἴση· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΔΑ, ΔΑΓ τῆς ὑπὸ ΔΑΓ εἰσι διπλασίους. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ταῖς ὑπὸ ΓΔΑ, ΔΑΓ· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ἄρα τῆς ὑπὸ ΓΑΔ ἐστι διπλῆ. ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΒΓΔ ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΒΔΑ, ΔΒΑ· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ ΒΔΑ, ΔΒΑ τῆς ὑπὸ ΔΑΒ ἐστι διπλῆ.

Ἰσοσκελὲς ἄρα τρίγωνον συνέσταται τὸ ΑΒΔ ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ ΔΒ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιαʹ.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Ἐκκείσθω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ ΖΗΘ διπλασίονα ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τοῖς Η, Θ γωνιῶν τῆς πρὸς τῷ Ζ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον τῷ ΖΗΘ τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον τὸ ΑΓΔ, ὥστε τῇ μὲν πρὸς τῷ Ζ γωνίᾳ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΓΑΔ, ἑκατέραν δὲ τῶν πρὸς τοῖς Η, Θ ἴσην ἑκατέρᾳ τῶν

XI. Boetius p. 389, 10.

---

1. ΓΑ] Pφ, V in ras. m. 2; ΑΓ Bp. 2. γωνίᾳ] om. V. 3. ΔΑΓ] (alt.) P, F (supra m. 2: ΓΔΑ), V in ras. m. 2; ΓΑΔ Bp. διπλάσιοι F. 4. δέ] δὲ καί V. ἡ] supra m. 2 P. ΓΔΑ] Pφ; in ras. m. 2 V; ΓΑΔ Bp. ΔΑΓ] ΓΔΑ Bp. καί] διπλῆ ἄρα Bp. 5. ἄρα] om. Bp. ΓΑΔ] in ras. V, Γ e corr. F. ἐστιν PB, comp. p. διπλῆ] om. Bp. 6. καί] om. P. 7. ΔΑΒ] ΒΑΔ P. 9. συνίσταται V. ΑΒΔ]

supposuimus, esse $B\Delta = \Gamma A$. itaque etiam

$$\Gamma A = \Gamma \Delta;$$

etiam $\angle \Gamma \Delta A = \Delta A \Gamma$ [I, 5]. itaque

$$\Gamma \Delta A + \Delta A \Gamma = 2\, \Delta A \Gamma.$$

$\Gamma\Delta = \Gamma \Delta A + \Delta A \Gamma$. itaque etiam

$$B \Gamma \Delta = 2\, \Gamma A \Delta.$$

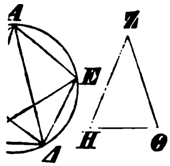
$\Gamma\Delta = B \Delta A = \Delta B A$. ergo uterque $B\Delta A$, duplo maior est angulo $\Delta A B$.

go triangulus aequicrurius constructus est $AB\Delta$ ue angulum ad ΔB basim positum duplo ma- habens reliquo; quod oportebat fieri.

XI.

datum circulum quinquangulum aequilaterum uiangulum inscribere.

datus circulus $AB\Gamma\Delta E$. oportet igitur in cir- $AB\Gamma\Delta E$ quinquangulum aequilaterum et ae- ulum inscribere.



construatur triangulus aequicrurius $ZH\Theta$ utrumque angulum ad H, Θ positum duplo maiorem habens angulo ad Z posito [prop. X], et in circulum $AB\Gamma\Delta E$ tri- $ZH\Theta$ aequiangulus inscribatur triangulus ita ut sit $\angle \Gamma A \Delta$ angulo ad Z posito aequalis, ie autem $A\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta A$ utrique angulorum ad

---

V m. 2; $A\Delta B$ P. 10. $B\Delta$ p. 15. ἔστω — 17. ἐγ-] om. P. 19. ἑκατέραν] om F. πρὸς τοῖς H, ῶν] λοιπῶν P. 20. τῷ] (prius) τό B, F m. 1 (corr. 22. τῷ] τό B. 23. ἑκατέραν] ἑκατέρα (α in ras.) p, α P. τῶν] in ras. p; τήν B. ἑκατέρα] ἑκατέραν P orr. p. τῶν] φ, ἄρα τῶν F.

ὑπὸ ΑΓΔ, ΓΔΑ· καὶ ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ ΑΓΔ, ΓΔΑ τῆς ὑπὸ ΓΑΔ ἐστι διπλῆ. τετμήσθω δὴ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΓΔ, ΓΔΑ δίχα ὑπὸ ἑκατέρας τῶν ΓΕ, ΔΒ εὐθειῶν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΒ, ΒΓ, [ΓΔ], ΔΕ, ΕΑ.

Ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΓΔ, ΓΔΑ γωνιῶν διπλασίων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΓΑΔ, καὶ τετμημέναι εἰσὶ δίχα ὑπὸ τῶν ΓΕ, ΔΒ εὐθειῶν, αἱ πέντε ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ ΔΑΓ, ΑΓΕ, ΕΓΔ, ΓΔΒ, ΒΔΑ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν· αἱ πέντε ἄρα περιφέρειαι αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὑπὸ δὲ τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν· αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον. λέγω δή, ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΑΒ περιφέρεια τῇ ΔΕ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΒΓΔ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΒΓΔ περιφέρεια ὅλῃ τῇ ΕΔΓΒ περιφερείᾳ ἐστὶν ἴση. καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς ΑΒΓΔ περιφερείας γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΔ, ἐπὶ δὲ τῆς ΕΔΓΒ περιφερείας γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΕ· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΕ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΑΕΔ ἐστιν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ, ΓΔΕ γωνιῶν ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΒΑΕ, ΑΕΔ ἐστιν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον.

---

1. Post *ΓΔΑ* mg. m. 2 add. *γωνιῶν* F. 2. *τῆς ὑπὸ ΓΑΔ*] om. p. *δή*] om. Bp. 3. *ἑκατέρας*] mg. m. 2 V. 4. *ΓΕ*] *Ε* e corr. F. *ΔΒ*] *ΔΕ* F; corr. m. rec. 5. *ΓΔ*] om. V. 7. *ἐστίν* P. *εἰσίν* P. 9. *ΕΓΔ*] *Δ* in ras. m. 2 P. *ΓΔΒ*] in ras. F; *Γ* in ras. m. 2 P. *ΒΔΑ*] in ras. F, e corr. m. 2 V. *ἀλλήλαις εἰσίν*] *ἄλλη* in ras. F, reliqua absumpta ob per-

positorum aequalis [prop. II]. quare etiam

∠ *ΑΓΔ* = *ΓΔΑ* = 2 *ΓΑΔ*.

ΑΓΔ, *ΓΔΑ* rectis *ΓΕ*, *ΔΒ* in binas partes ›s secentur [I, 9], et ducantur *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΔΕ*, iam quoniam anguli *ΑΓΔ*, *ΓΔΑ* duplo maiores ngulo *ΓΑΔ* et rectis *ΓΕ*, *ΔΒ* in binas partes əs secti sunt, erit *ΔΑΓ* = *ΑΓΕ* = *ΕΓΔ* *Β* = *ΒΔΑ*. et anguli aequales in aequalibus s consistunt [III, 26]. itaque quinque arcus *ΙΓ*, *ΓΔ*, *ΔΕ*, *ΕΑ* inter se aequales sunt. et equalibus arcubus aequales rectae subtendunt)]. itaque quinque rectae *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΓΔ*, *ΔΕ*, nter se aequales sunt. itaque quinquangulum *ΙΕ* aequilaterum est. dico, idem aequiangulum nam quoniam arc. *ΑΒ* = *ΔΕ*, communis adr arc. *ΒΓΔ*. itaque arc. *ΑΒΓΔ* = *ΕΔΓΒ*. arcu *ΑΒΓΔ* angulus *ΑΕΔ* consistit, in *ΕΔΓΒ* ∠ *ΒΑΕ*. quare etiam ∠ *ΒΑΕ* = *ΑΕΔ* [III, 27]. de causa etiam singuli anguli *ΑΒΓ*, *ΒΓΔ*, utrique angulo *ΒΑΕ*, *ΑΕΔ* aequales sunt. aequiangulum est quinquangulum *ΑΒΓΔΕ*. sed ıstratum est, idem aequilaterum esse.

Lin. 5 uidetur delendum esse *ΓΔ* cum Gregorio.

---

uptum. 10. *δέ*] *δ'* BV. 12. *εἰσίν*] *ἐστίν* V. 16. *ἰσο-*] litt. *ἰσο-* in ras. m. 2 V. 17. *τῇ ΔΕ περιφερείᾳ*] om. F, m. 2: *τῇ ΕΔ περιφερείᾳ*. *ἴση ἐστίν* V. 19. *ἴση ἐστί* 20. *ΕΔΓΒ*] *ΒΓΔΕ* F. 21. *ἡ ὑπὸ ΒΑΕ*] mg. m. 2 F. comp. supra scr. m. 2 F. 22. *γωνία ἄρα* V. *ἴση* . 23. *καί*] om. BV. 25. *ἐστιν* PF.

Εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιβ'.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕ· δεῖ δὲ περὶ τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Νενοήσθω τοῦ ἐγγεγραμμένου πενταγώνου τῶν γωνιῶν σημεῖα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, ὥστε ἴσας εἶναι τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ περιφερείας· καὶ διὰ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε ἤχθωσαν τοῦ κύκλου ἐφαπτόμεναι αἱ ΗΘ, ΘΚ, ΚΛ, ΛΜ, ΜΗ, καὶ εἰλήφθω τοῦ ΑΒΓΔΕ κύκλου κέντρον τὸ Ζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ, ΖΚ, ΖΓ, ΖΛ, ΖΔ.

Καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ΚΛ εὐθεῖα ἐφάπτεται τοῦ ΑΒΓΔΕ κατὰ τὸ Γ, ἀπὸ δὲ τοῦ Ζ κέντρου ἐπὶ τὴν κατὰ τὸ Γ ἐπαφὴν ἐπέζευκται ἡ ΖΓ, ἡ ΖΓ ἄρα κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΚΛ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν πρὸς τῷ Γ γωνιῶν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ πρὸς τοῖς Β, Δ σημείοις γωνίαι ὀρθαί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΖΓΚ γωνία, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΖΚ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΓ, ΓΚ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΒ, ΒΚ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΖΚ· ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν

XII. Boetius p. 389, 8.

---

1. *κύκλον*] corr. ex *κύκλος* m. 2 F. 2. *τε*] om. V. 3. *ποιῆσαι*] *δεῖξαι* V; *γρ. δεῖξαι* mg. m. 2 F. 7. *ΑΒΓΔΕ*] Ε in ras. m. 2 V. 8. *ΑΒΓΔΕ*] Ε in ras. m. 2 V. 11. *σημεῖα*] -α in ras. m. 2 V. 13. *ΑΒ, ΓΔ, ΔΕ* P. 14. *ΜΗ*] *ΜΝ* F; corr. m. 2. 15. *ΖΒ*] *Β* e corr. m. 2 F. *ΖΚ*] *ΖΗ*

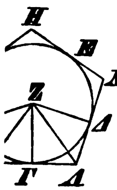
rgo in datum circulum quinquangulum aequi-
ım et aequiangulum inscriptum est; quod opor-
fieri.

XII.

ircum datum circulum quinquangulum aequilate-
et aequiangulum circumscribere.

t datus circulus $AB\Gamma\Delta E$. oportet igitur circum $'\Delta E$ circulum quinquangulum aequilaterum et angulum circumscribere.

ıgamus, puncta angulorum quinquanguli inscripti . XI] esse A, B, Γ, Δ, E, ita ut arcus AB, $B\Gamma$, ΔE, EA inter se aequales sint; et per A, B, Γ, E circulum contingentes ducantur $H\Theta$, ΘK, ΛM, MH [III, 17], et sumatur circuli $AB\Gamma\Delta E$ ım Z [III, 1], et ducantur ZB, ZK, $Z\Gamma$, $Z\Lambda$, $Z\Delta$. ; quoniam recta $K\Lambda$ circulum $AB\Gamma\Delta E$ contingit et a Z centro ad Γ punctum contactus $Z\Gamma$



ducta est, $Z\Gamma$ ad $K\Lambda$ perpendicularis est [III, 18]. itaque uterque angulus ad Γ positus rectus est. eadem de causa etiam anguli ad B, Δ puncta positi recti sunt. et quoniam $\angle Z\Gamma K$ rectus est, erit

$$ZK^2 = Z\Gamma^2 + \Gamma K^2 \text{ [I, 47].}$$

a de causa etiam $ZK^2 = ZB^2 + BK^2$. quare

$Z\Gamma$] Γ in ras. F. $Z\Lambda$] $Z\Lambda$ φ. 17. ἡ] εἰ φ, supra ɩ. Post $AB\Gamma\Delta E$ add. κύκλου V, supra P (comp.), F. ν] τῶν comp. V. Post $K\Lambda$ in F add. m. 2: εὐθεῖαν. PF; om. BVp. 21. καί] m. 2 V. 23. $Z\Gamma K$] K ante Z ras. 1 litt. V. τῆς] om. Bp. 24. τῶν] τῆς V. $Z\Gamma$, ΓK] Γ prius et K m. 2 V. 25. ἴσον ἐστί] . ἐστίν F. ZK ἴσον V. ὥστε τά] PF; τὰ ἄρα τῶν] om. Bp; τῆς V.

ΖΓ, ΓΚ τοῖς ἀπὸ τῶν ΖΒ, ΒΚ ἐστιν ἴσα, ὧν τὸ ἀπὸ τῆς ΖΓ τῷ ἀπὸ τῆς ΖΒ ἐστιν ἴσον· λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΓΚ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΚ ἐστιν ἴσον. ἴση ἄρα ἡ ΒΚ τῇ ΓΚ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΒ τῇ ΖΓ, καὶ κοινὴ ἡ ΖΚ, δύο δὴ αἱ ΒΖ, ΖΚ δυσὶ ταῖς ΓΖ, ΖΚ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΒΚ βάσει τῇ ΓΚ [ἐστιν] ἴση· γωνία ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΚ [γωνίᾳ] τῇ ὑπὸ ΚΖΓ ἐστιν ἴση· ἡ δὲ ὑπὸ ΒΚΖ τῇ ὑπὸ ΖΚΓ· διπλῆ ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΓ τῆς ὑπὸ ΚΖΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΚΓ τῆς ὑπὸ ΖΚΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΓΖΔ τῆς ὑπὸ ΓΖΛ ἐστι διπλῆ, ἡ δὲ ὑπὸ ΔΛΓ τῆς ὑπὸ ΖΛΓ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΓΔ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΖΓ τῇ ὑπὸ ΓΖΔ. καί ἐστιν ἡ μὲν ὑπὸ ΒΖΓ τῆς ὑπὸ ΚΖΓ διπλῆ, ἡ δὲ ὑπὸ ΔΖΓ τῆς ὑπὸ ΛΖΓ· ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΚΖΓ τῇ ὑπὸ ΛΖΓ· ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΓΚ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΓΛ ἴση. δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΖΚΓ, ΖΛΓ τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐτῶν τὴν ΖΓ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΚΓ εὐθεῖα τῇ ΓΛ, ἡ δὲ ὑπὸ ΖΚΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΛΓ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ

---

2. ΖΓ] ΖΒ P. ΖΒ] ΖΓ P. 3. τῆς ΓΚ] in ras. V; Γ in ras. F; τῆς ΚΓ B. Ante τῷ in F add. m. 2: λοιπῷ. ΒΚ] Β in ras. F. ἴσον ἐστίν V. 4. ΒΚ] ΓΚ P. ΓΚ] ΒΚ P. 5. δυσί] δύο P; δυσίν V. 6. εἰσί BVp. ΓΚ] ante Γ ras. 1 litt., Κ m. 2 V; ΚΓ P. ἐστιν] om. P. 7. μέν] m. 2 V. ΒΖΚ] P; ΒΚΖ Bp et FV (sed ΚΖ in ras.). γωνίᾳ] om. P. 8. ΚΖΓ] e corr. P m. 2; ΓΚΖ Bp; ΖΚΓ in ras. FV. ΒΚΖ] P; ΒΖΚ Bp et e corr. FV. ΖΚΓ] P; ΓΖΚ Bp, e corr. FV. 9. ΚΖΓ] Κ in ras. F; Κ et Γ

$$Z\Gamma^2 + \Gamma K^2 = ZB^2 + BK^2,$$

um $Z\Gamma^2 = ZB^2$. itaque $\Gamma K^2 = BK^2$. itaque

$$BK = \Gamma K.$$

uoniam $ZB = Z\Gamma$, et ZK communis est, duae ıe BZ, ZK duabus ΓZ, ZK aequales sunt; et $= \Gamma K$. itaque $\angle BZK = KZ\Gamma$ [I, 8]; et

$$\angle BKZ = ZK\Gamma \text{ [I, 32]}.$$

ıe $\angle BZ\Gamma = 2\ KZ\Gamma$, $\angle BK\Gamma = 2\ ZK\Gamma$. eadem ausa etiam $\angle \Gamma Z\Delta = 2\ \Gamma Z\Lambda$, $\angle \Delta\Lambda\Gamma = 2\ Z\Lambda\Gamma$. uoniam arc. $B\Gamma = \Gamma\Delta$, erit etiam

$$\angle BZ\Gamma = \Gamma Z\Delta \text{ [III, 27]}.$$

$$BZ\Gamma = 2\ KZ\Gamma,\ \angle \Delta Z\Gamma = 2\ \Lambda Z\Gamma. \text{ itaque}$$

$$\angle KZ\Gamma = \Lambda Z\Gamma.$$

m etiam $\angle Z\Gamma K = Z\Gamma\Lambda$. itaque duo trianguli Γ, $Z\Lambda\Gamma$ duos angulos duobus angulis aequales ınt, et unum latus uni lateri aequale, quod utriıe commune est $Z\Gamma$; itaque etiam reliqua latera uis lateribus aequalia habebunt et reliquum anım reliquo angulo [I, 26]. itaque

$$K\Gamma = \Gamma\Lambda,\ \angle ZK\Gamma = Z\Lambda\Gamma.$$

ıs. m. 2 V. 10. $BK\Gamma$ τῆς] litt. $K\Gamma$ τῆς in ras. m. 1 B. $\Gamma Z\Lambda$] Λ in ras. m. 2 P. $\Delta\Lambda\Gamma$] in ras. m. 2 V; Λ in m. 2 P. 12. $Z\Lambda\Gamma$] in ras. m. 2 V. 13. Post $\Gamma\Delta$ in . 2 add. περιφερείᾳ. ἐστίν P. $BZ\Gamma$] in ras. φ. $BZ\Gamma$] in ras. F; $BZ\Gamma$ διπλῆ p. διπλῆ] om. p. 15.] in ras. V; $\Gamma Z\Delta$ διπλῆ Bp; διπλῆ in F add. m. 2.] ΛZ in ras. m. 1 p. 16. $KZ\Gamma$] KZ in ras. P; $KZ\Gamma$ α BFp, V m. 2. τῇ] τῆς P. $\Lambda Z\Gamma$] Λ et Γ in ras. V. ἐστὶ δὲ — 17. ἴση] P; om. Theon (BFVp). 17.] Λ in ras. P. ἐστι] om. P. 18. $Z\Lambda\Gamma$] $\Gamma Z\Lambda$ P; ί F. δυσί] δυσίν V, δύο B. Post ἔχοντα hab. V: ἑρων ἑκατέρᾳ, idem F mg. m. 1. 19. μιᾷ πλευρᾷ] supra F. 22. $\Gamma\Lambda$] $\Lambda\Gamma$ P. 23. γωνία] om. p. Post $Z\Lambda\Gamma$ 1 litt. V, γωνίᾳ supra scr. m. 2 F.

ΚΓ τῇ ΓΛ, διπλῆ ἄρα ἡ ΚΛ τῆς ΚΓ. διὰ τὰ αὐτα δὴ δειχθήσεται καὶ ἡ ΘΚ τῆς ΒΚ διπλῆ. καί ἐστιν ἡ ΒΚ τῇ ΚΓ ἴση· καὶ ἡ ΘΚ ἄρα τῇ ΚΛ ἐστιν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἑκάστη τῶν ΘΗ, ΗΜ, ΜΛ ἑκατέρᾳ τῶν ΘΚ, ΚΛ ἴση· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΘΚΛΜ πεντάγωνον. λέγω δή, ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΚΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΛΓ, καὶ ἐδείχθη τῆς μὲν ὑπὸ ΖΚΓ διπλῆ ἡ ὑπὸ ΘΚΛ, τῆς δὲ ὑπὸ ΖΛΓ διπλῆ ἡ ὑπὸ ΚΛΜ, καὶ ἡ ὑπὸ ΘΚΛ ἄρα τῇ ὑπὸ ΚΛΜ ἐστιν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΚΘΗ, ΘΗΜ, ΗΜΛ ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΘΚΛ, ΚΛΜ ἴση· αἱ πέντε ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ ΗΘΚ, ΘΚΛ, ΚΛΜ, ΛΜΗ, ΜΗΘ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΘΚΛΜ πεντάγωνον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον, καὶ περιγέγραπται περὶ τὸν ΑΒΓΔΕ κύκλον.

[Περὶ τὸν δοθέντα ἄρα κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγέγραπται]· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιγʹ.

Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ ΑΒΓΔΕ· δεῖ δὴ εἰς τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

XIII. Proclus p. 172, 11.

---

1. *ΚΓ*] (prius) *ΓΚ* F. 2. *δειχθήσεται*] notat. punctis F. *καί*] om. p. Ante *διπλῆ* m. 2 add. *ἐστιν* F. *ἐστίν*] P; *ἐπεὶ ἐδείχθη ἴση* Theon (BFVp). 3. *ἴση*] P; *καί ἐστι διπλῆ ἡ μὲν ΚΛ τῆς ΚΓ ἡ δὲ ΘΚ τῆς ΒΚ* Theon (BFVp). *τῇ*] *τῆς* comp. p. 4. Ante *καί* in F add. *ὅτι* m. 2. *ΘΗ*] P;

oniam $K\Gamma = \Gamma\Lambda$, erit $K\Lambda = 2\,K\Gamma$. eadem ra- demonstrabimus, esse etiam $\Theta K = 2\,BK$. et $= K\Gamma$. quare etiam $\Theta K = K\Lambda$. similiter demon- imus, esse etiam singulas rectas ΘH, HM, $M\Lambda$ ie ΘK, $K\Lambda$ aequales. itaque quinquangulum ΛM aequilaterum est. dico, idem aequiangulum nam quoniam $\angle Z K\Gamma = Z\Lambda\Gamma$, et demonstratum esse $\angle \Theta K\Lambda = 2\,ZK\Gamma$, et $K\Lambda M = 2\,Z\Lambda\Gamma$, tiam $\angle \Theta K\Lambda = K\Lambda M$. similiter demonstrabimus, singulos angulos $K\Theta H$, ΘHM, $HM\Lambda$ utrique o $\Theta K\Lambda$, $K\Lambda M$ aequales esse. itaque quinque i $H\Theta K$, $\Theta K\Lambda$, $K\Lambda M$, ΛMH, $MH\Theta$ inter se les sunt. itaque aequiangulum est quinquangulum ΛM. sed demonstratum est, idem aequilaterum et circum circulum $AB\Gamma\Delta E$ circumscriptum est. rgo circum datum circulum quinquangulum ae- terum et aequiangulum circumscriptum est; quod ebat fieri.

XIII.

ı datum quinquangulum, quod aequilaterum et angulum est, circulum inscribere.

it datum quinquangulum aequilaterum et aequi- um $AB\Gamma\Delta E$. oportet igitur in quinquangulum ΔE circulum inscribere.

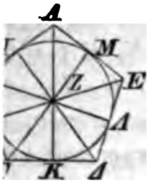
'; $H\Theta$ BVp. 5. $M\Lambda$] M in ras. m. 2 V. Ante ἴση ' m. 2: ἐστιν. ἐστί] ἐστίν P. 9. ἡ] (prius) om. p. α] ἐστιν, supra scr. ἄρα m. 2 F. τῇ] τῆς Bp. ἐστιν] . 11. Ante καί F m. 2 ins. ὅτι. $K\Theta H$] e corr. F; H in ras. m. 2 V; $\Theta K\Lambda$ P. 12. Ante ἴση insert. ἐστιν 2. 15. περιγέγραπται] om. Bp. 17. περί — 18. περι- πται] om. codd.; add. Augustus. 23. Post πεντάγωνον ἐστιν BVp, F m. 2. 24. εἰς τό] seq. ras. 1 litt. P.

Τετμήσθω γὰρ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΓΔ, ΓΔΕ γωνιῶν δίχα ὑπὸ ἑκατέρας τῶν ΓΖ, ΔΖ εὐθειῶν· καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου, καθ᾽ ὃ συμβάλλουσιν ἀλλήλαις αἱ ΓΖ, ΔΖ εὐθεῖαι, ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΒ, ΖΑ, ΖΕ εὐθεῖαι. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΓΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΓΖ, δύο δὴ αἱ ΒΓ, ΓΖ δυσὶ ταῖς ΔΓ, ΓΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΓΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΖ [ἐστιν] ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΒΖ βάσει τῇ ΔΖ ἐστιν ἴση, καὶ τὸ ΒΓΖ τρίγωνον τῷ ΔΓΖ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΒΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΖ. καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΓΔΕ τῆς ὑπὸ ΓΔΖ, ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ ΓΔΕ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΔΖ τῇ ὑπὸ ΓΒΖ, καὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΑ ἄρα τῆς ὑπὸ ΓΒΖ ἐστι διπλῆ· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΒΓ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΒΖ εὐθείας. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΑΕ, ΑΕΔ δίχα τέτμηται ὑπὸ ἑκατέρας τῶν ΖΑ, ΖΕ εὐθειῶν. ἤχθωσαν δὴ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου ἐπὶ τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ εὐθείας κάθετοι αἱ ΖΗ, ΖΘ, ΖΚ, ΖΛ, ΖΜ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΘΓΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΚΓΖ, ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΖΘΓ [ὀρθῇ] τῇ ὑπὸ ΖΚΓ ἴση, δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΖΘΓ, ΖΚΓ τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην κοινὴν αὐτῶν τὴν ΖΓ ὑπο-

---

2. ὑπό] om. φ. ΔΖ] ΖΔ Bp, V in ras. m. 2. 6. ἴσαι — 8. ἴση (prius)] mg. m. 1 F. 7. εἰσίν] P; εἰσί BFVp. 8. ἐστιν ἴση] F in textu m. 1, Bp; ἴση ἐστί V, F mg.; ἴση P. ΔΖ] ΔΘ F, corr. m. rec. 9. ΒΓΖ] in ras. V. ΔΓΖ] ΔΖΓ P. ἴσον ἐστί V. 12. ΓΒΖ] ΒΓΖ p; ΓΒΖ F m. 1, ΑΒΖ φ, corr. m. rec. διπλῆ] om. V. 13. ΓΔΖ διπλῆ seq. ras. 2 litt.

secetur enim uterque angulus $B\Gamma\Delta, \Gamma\Delta E$ in binas es aequales utraque recta ΓZ, ΔZ, et a Z puncto, uo rectae ΓZ, ΔZ inter se concurrunt, ducantur ae ZB, ZA, ZE. et quoniam $B\Gamma = \Gamma\Delta$, et ΓZ munis est, duae rectae $B\Gamma$, ΓZ duabus $\Delta\Gamma$, ΓZ ales sunt; et $\angle B\Gamma Z = \Delta\Gamma Z$. itaque $BZ = \Delta Z$ [I, 4], et $\triangle B\Gamma Z = \Delta\Gamma Z$ [id.], et reliqui anguli reliquis angulis aequales erunt, sub quibus aequalia latera subtendunt [id.]. itaque



$$\angle \Gamma BZ = \Gamma\Delta Z.$$

et quoniam $\angle \Gamma\Delta E = 2\,\Gamma\Delta Z$, et $\angle \Gamma\Delta E = AB\Gamma$, $\angle \Gamma\Delta Z = \Gamma BZ$, etiam $\angle \Gamma BA = 2\,\Gamma BZ$. itaque $\angle ABZ = ZB\Gamma$.[1]) ue $\angle AB\Gamma$ recta BZ in duas partes aequales sus est. similiter demonstrabimus, etiam utrumque ulum BAE, $AE\Delta$ utraque recta ZA, ZE in binas es aequales diuisum esse. ducantur igitur a Z cto ad rectas AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE, EA perpendicu-s ZH, $Z\Theta$, ZK, $Z\Lambda$, ZM. et quoniam

$$\angle \Theta\Gamma Z = K\Gamma Z,$$

. $Z\Theta\Gamma = ZK\Gamma$, quia recti sunt, duo trianguli $Z\Theta\Gamma$, Γ duos angulos duobus angulis aequales habent ınum latus uni lateri aequale, quod utriusque comne est $Z\Gamma$ sub altero aequalium angulorum sub-

1) $\angle AB\Gamma = 2\,\Gamma BZ$, $\angle \Gamma BZ = \Gamma BZ$, tum subtrahendo $BZ = \Gamma BZ$.

17. BZ] ZB e corr. F. 18. ὑπό] supra F. 21. ZH] orr. m. 2 V. 22. $Z\Lambda$] in ras. F. $\Theta\Gamma Z$] in ras. p. ἐστίν B. ὀρθῇ] om. P; ὀρθῇ ἄρα V (ἄρα eras.). 24. Γ] Γ in ras. B. 25. ταῖς δυσί V.

τείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει· ἴση ἄρα ἡ ΖΘ κάθετος τῇ ΖΚ καθέτῳ. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ΖΛ, ΖΜ, ΖΗ ἑκατέρᾳ τῶν ΖΘ, ΖΚ ἴση ἐστίν· αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΖΗ, ΖΘ, ΖΚ, ΖΛ, ΖΜ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Η, Θ, Κ, Λ, Μ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἐφάψεται τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ εὐθειῶν διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς Η, Θ, Κ, Λ, Μ σημείοις γωνίας. εἰ γὰρ οὐκ ἐφάψεται αὐτῶν, ἀλλὰ τεμεῖ αὐτάς, συμβήσεται τὴν τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένην ἐντὸς πίπτειν τοῦ κύκλου· ὅπερ ἄτοπον ἐδείχθη. οὐκ ἄρα ο κέντρῳ τῷ Ζ διαστήματι δὲ ἑνὶ τῶν Η, Θ, Κ, Λ, Μ σημείων γραφόμενος κύκλος τεμεῖ τὰς ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ εὐθείας· ἐφάψεται ἄρα αὐτῶν. γεγράφθω ὡς ὁ ΗΘΚΛΜ.

Εἰς ἄρα τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλος ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιδ'.

Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.

Ἔστω τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, τὸ ΑΒΓΔΕ· δεῖ δὴ περὶ τὸ ΑΒΓΔΕ πεντάγωνον κύκλον περιγράψαι.

---

4. ΖΗ] ΜΗ P. 5. ἐστιν ἴση V. 7. Η] m. 2 V. ΖΗ, ΖΘ, ΖΚ, ΖΛ, ΖΜ Gregorius. 10. Μ] om. P. 11. σημείοις] om. Bp. 12. τήν] ἡ Bp. 13. ἀγομένη Bp. 14. ἐδείχθη] om. Bp. 15. καὶ διαστήματι ἑνί Bp. ΖΗ, ΖΘ,

ms. itaque etiam reliqua latera reliquis lateribus alia habebunt. itaque $Z\Theta = ZK$. similiter de- trabimus, etiam singulas rectas $Z\Lambda$, ZM, ZH ue $Z\Theta$, ZK aequales esse. itaque quinque rectae $Z\Theta$, ZK, $Z\Lambda$, ZM inter se aequales sunt. ita- qui centro Z radio autem qualibet rectarum ZH, ZK, $Z\Lambda$, ZM describitur circulus, etiam per re- puncta ueniet et rectas AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE, EA nget, quia anguli ad puncta H, Θ, K, Λ, M po- :ecti sunt. nam si non continget, sed eas secabit, let, ut recta ad diametrum circuli in termino per- icularis ducta intra circulum cadat, quod demon- um est absurdum esse [III, 16]. itaque circulus :o Z radio autem qualibet rectarum ZH, $Z\Theta$, $Z\Lambda$, ZM descriptus rectas AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE, non secabit; ergo eas continget. describatur ut $K\Lambda M$.

Ergo in datum quinquangulum, quod aequilaterum .equiangulum est, circulus inscriptus est; quod tebat fieri.

XIV.

Circum datum quinquangulum, quod aequilaterum equiangulum est, circulum circumscribere.

Sit datum quinquangulum, quod aequilaterum et iangulum est, $AB\Gamma\Delta E$. oportet igitur circum $\Gamma\Delta E$ quinquangulum circulum circumscribere.

$Z\Lambda$, ZM εὐθειῶν Gregorius. 16. κύκλος] m. 2 V. ιεγράφθω ὡς] καί ἐστι ἐγγεγραμμένος ὡς in ras. m. 2 F. $\Theta K\Lambda M$] in ras. F; litt. $H\Theta$ e corr. m. 1 p. 20. γέ- :ται V, ἐπιγέγραπται F. 24. ὅ ἐστιν] om. Bp. 26. άγωνον] mg. m. 1 F.

Τετμήσθω δὴ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΓΔ, ΓΔΕ γωνιῶν δίχα ὑπὸ ἑκατέρας τῶν ΓΖ, ΔΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ζ σημείου, καθ' ὃ συμβάλλουσιν αἱ εὐθεῖαι, ἐπὶ τὰ Β, Α, Ε σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΖΒ, ΖΑ, ΖΕ. ὁμοίως δὴ τῷ πρὸ τούτου δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ὑπὸ ΓΒΑ, ΒΑΕ, ΑΕΔ γωνιῶν δίχα τέτμηται ὑπὸ ἑκάστης τῶν ΖΒ, ΖΑ, ΖΕ εὐθειῶν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΓΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΕ, καί ἐστι τῆς μὲν ὑπὸ ΒΓΔ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΖΓΔ, τῆς δὲ ὑπὸ ΓΔΕ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΓΔΖ, καὶ ἡ ὑπὸ ΖΓΔ ἄρα τῇ ὑπὸ ΖΔΓ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΖΓ πλευρᾷ τῇ ΖΔ ἐστιν ἴση. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἑκάστη τῶν ΖΒ, ΖΑ, ΖΕ ἑκατέρᾳ τῶν ΖΓ, ΖΔ ἐστιν ἴση· αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΖΑ, ΖΒ, ΖΓ, ΖΔ, ΖΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὁ ἄρα κέντρῳ τῷ Ζ καὶ διαστήματι ἑνὶ τῶν ΖΑ, ΖΒ, ΖΓ, ΖΔ, ΖΕ κύκλος γραφόμενος ἥξει καὶ διὰ τῶν λοιπῶν σημείων καὶ ἔσται περιγεγραμμένος. περιγεγράφθω καὶ ἔστω ὁ ΑΒΓΔΕ.

Περὶ ἄρα τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλος περιγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιε'.

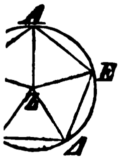
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔΕΖ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓΔΕΖ κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

---

1. ΒΓΔ] ΑΒΔ in ras. F, seq. uestig. Δ. 2. ΔΖ] in ras. m. 2 V; ΔΖ εὐθείαν F (εὐθείαν m. 2 in mg. transit). ἀπό] corr. in ὑπό m. rec. F. 4. Β, Α, Ε] ''Α, 'Β, Ε''' F. 5. τῷ]

cetur igitur uterque angulus $B\Gamma\Delta$, $\Gamma\Delta E$ in binas s aequales utraque recta ΓZ, ΔZ, et a puncto quo rectae concurrunt, ad puncta B, A, E dur rectae ZB, ZA, ZE. iam eodem modo, quo in edenti propositione demonstrabimus [p. 308, 16], singulos angulos ΓBA, BAE, $AE\Delta$ singulis ZB, ZA, ZE in binas partes aequales diuidi. ioniam $\angle B\Gamma\Delta = \Gamma\Delta E$, et $\angle Z\Gamma\Delta = \frac{1}{2} B\Gamma\Delta$, 'Z $= \frac{1}{2}\Gamma\Delta E$, erit etiam $\angle Z\Gamma\Delta = Z\Delta\Gamma$. quare ι $Z\Gamma = Z\Delta$ [I, 6]. similiter demonstrabimus, etiam singulas rectas ZB, ZA, ZE utrique rectae $Z\Gamma$, $Z\Delta$ aequales esse. itaque quinque rectae ZA, ZB, $Z\Gamma$, $Z\Delta$, ZE inter se aequales sunt. quare qui centro Z et radio qualibet rectarum ZA, ZB, $Z\Delta$, ZE describitur circulus, etiam per reliqua ta ueniet, et erit circumscriptus. circumscribatur t $AB\Gamma\Delta E$.



Ergo circum datum quinquangulum, quod aequirum et aequiangulum est, circulus circumscriptus quod oportebat fieri.

XV.

In datum circulum sexangulum aequilaterum et aiangulum inscribere.

Sit datus circulus $AB\Gamma\Delta EZ$. oportet igitur in cirım $AB\Gamma\Delta EZ$ sexangulum aequilaterum et aequiulum inscribere.

---

3. καί] om. Bp. 7. ZB, ZA, ZE] Pp; $Z\dot{A}$, $Z\dot{B}$, $Z\ddot{\Gamma}$ 'eras.) F; BZ, ZA, ZE BV. 9. ἐστιν P. 15. $Z\Delta$, ZE] om. orr. m. rec. 16. καί] comp. insert. m. 1 F. δὲ ἐνί F. ἄρα] PV et F, sed punctis notat.; om. Bp. δοθὲν ἄρα in F ἄρα insert. m. 2. 24. κύκλο F. 27. ἑξάγωνον] mg. F.

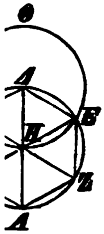
Ἤχθω τοῦ *ΑΒΓΔΕΖ* κύκλου διάμετρος ἡ *ΑΔ*, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ *Η*, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ *Δ* διαστήματι δὲ τῷ *ΔΗ* κύκλος γεγράφθω ὁ *ΕΗΓΘ*, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ *ΕΗ*, *ΓΗ* διήχθωσαν ἐπὶ τὰ *Β*, *Ζ* σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΓΔ*, *ΔΕ*, *ΕΖ*, *ΖΑ*· λέγω, ὅτι τὸ *ΑΒΓΔΕΖ* ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ἰσογώνιον.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ *Η* σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ *ΑΒΓΔΕΖ* κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ *ΗΕ* τῇ *ΗΔ*. πάλιν, ἐπεὶ τὸ *Δ* σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ *ΗΓΘ* κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ *ΔΕ* τῇ *ΔΗ*. ἀλλ' ἡ *ΗΕ* τῇ *ΗΔ* ἐδείχθη ἴση· καὶ ἡ *ΗΕ* ἄρα τῇ *ΕΔ* ἴση ἐστίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΕΗΔ* τρίγωνον· καὶ αἱ τρεῖς ἄρα αὐτοῦ γωνίαι αἱ ὑπὸ *ΕΗΔ*, *ΗΔΕ*, *ΔΕΗ* ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐπειδήπερ τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· καί εἰσιν αἱ τρεῖς τοῦ τριγώνου γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· ἡ ἄρα ὑπὸ *ΕΗΔ* γωνία τρίτον ἐστὶ δύο ὀρθῶν. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ *ΔΗΓ* τρίτον δύο ὀρθῶν. καὶ ἐπεὶ ἡ *ΓΗ* εὐθεῖα ἐπὶ τὴν *ΕΒ* σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ *ΕΗΓ*, *ΓΗΒ* δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖ, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ *ΓΗΒ* τρίτον ἐστὶ δύο ὀρθῶν· αἱ ἄρα ὑπὸ *ΕΗΔ*, *ΔΗΓ*, *ΓΗΒ* γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὥστε καὶ αἱ κατὰ κορυφὴν αὐταῖς αἱ ὑπὸ *ΒΗΑ*,

---

1. *ΑΒΓΔ* B. *ΑΔ*] e corr. m. rec. F. 2. *Η*] post ras. 1 litt. F. 3. *Δ*] non liquet ob ras. in F. *ΔΗ*] *Δ* e corr. m. rec. F. 4. *ΕΗΓΘ*] e corr. m. rec. F. ἐπιζευχθωσαι F, corr. m. 1. 5. *Β*] in ras. m. 2 FV. 6. Post λέγω add. δή m. rec. F. 8. *ΑΒΓΔ* Bp. 9. *Δ*] *Ε* F. 10. *ΗΓΘ*] P; *ΗΘΚ* F; *ΕΗΓΘ* BVp; in V seq. ras. 1 litt. 11. *ΔΕ*] *ΕΔ* F. *ΔΗ*] *ΕΗ* F. ἀλλά P. 12. ἄρα] m. 2 V. ἐστιν ἴση Vp. ἐστί] ἐστίν PF. 15. ἰσοπλεύρων F, sed corr. αἱ] αἱ τρεῖς αἱ F. 16. εἰσίν] εἰσί V. καὶ εἰσιν] om. B

ucatur circuli $AB\Gamma\Delta EZ$ diametrus $A\Delta$, et sumatur H centrum circuli, et centro Δ radio autem ΔH circulus describatur $EH\Gamma\Theta$, et ductae EH, ΓH ad puncta B, Z educantur, et ducantur AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE, EZ, ZA. dico, sexangulum $AB\Gamma\Delta EZ$ aequilaterum et aequiangulum esse.



am quoniam punctum H centrum est circuli 'ΔEZ, erit $HE = H\Delta$. rursus quoniam Δ punc-centrum est circuli $H\Gamma\Theta$, erit $\Delta E = \Delta H$. sed nstratum est, esse $HE = H\Delta$. itaque etiam $= E\Delta$. itaque triangulus $EH\Delta$ aequilaterum est. etiam tres anguli eius $EH\Delta$, $H\Delta E$, ΔEH se aequales sunt, quia in triangulis aequicruriis li ad basim positi inter se aequales sunt [I, 5]. es simul anguli trianguli duobus rectis aequales [I, 32]. itaque $\angle EH\Delta$ tertia pars est duorum rum. similiter demonstrabimus, etiam $\angle \Delta H\Gamma$ um partem duorum rectorum esse. et quoniam ΓH in EB constituta angulos deinceps positos , ΓHB duobus rectis aequales efficit [I, 13], reliquus $\angle \Gamma HB$ tertia pars est duorum recto- quare anguli $EH\Delta$, $\Delta H\Gamma$, ΓHB inter se aes sunt; quare etiam qui ad uertices eorum sunt,

m. rec., sed εἰσιν eras); ἀλλά p. 17. ἴσαι εἰσίν Bp. ἄρα ἡ, sed ἡ del. m. 1 F. 18. τρίτον] ἴση φ. 19. '] Γ in ras. p. τρίτον P. 20. σταθεῖσαν, sed ν del. 22. τρίτον P. ἐστίν PF. 24. αἱ] om. B. αὐτᾶς ντaῖς B.

ΑΗΖ, ΖΗΕ ἴσαι εἰσὶν [ταῖς ὑπὸ ΕΗΔ, ΔΗΓ, ΓΗΒ]. αἱ ἓξ ἄρα γωνίαι αἱ ὑπὸ ΕΗΔ, ΔΗΓ, ΓΗΒ, ΒΗΑ, ΑΗΖ, ΖΗΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. αἱ δὲ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν· αἱ ἓξ ἄρα περιφέρειαι αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΖ, ΖΑ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ὑπὸ δὲ τὰς ἴσας περιφερείας αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν· αἱ ἓξ ἄρα εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον. λέγω δή, ὅτι καὶ ἰσογώνιον. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΖΑ περιφέρεια τῇ ΕΔ περιφερείᾳ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΑΒΓΔ περιφέρεια· ὅλη ἄρα ἡ ΖΑΒΓΔ ὅλῃ τῇ ΕΔΓΒΑ ἐστιν ἴση· καὶ βέβηκεν ἐπὶ μὲν τῆς ΖΑΒΓΔ περιφερείας ἡ ὑπὸ ΖΕΔ γωνία, ἐπὶ δὲ τῆς ΕΔΓΒΑ περιφερείας ἡ ὑπὸ ΑΖΕ γωνία· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΖΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι τοῦ ΑΒΓΔΕΖ ἑξαγώνου κατὰ μίαν ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΑΖΕ, ΖΕΔ γωνιῶν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔΕΖ ἑξάγωνον. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον· καὶ ἐγγέγραπται εἰς τὸν ΑΒΓΔΕΖ κύκλον.

Εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

1. ἴσαι ἀλλήλαις V, sed ἀλλήλαις del. m. 2; habet ed. Basil. εἰσίν] εἰσι BVp. ταῖς ὑπὸ ΕΗΔ, ΔΗΓ, ΓΗΒ] mg. m. 2 V; om. ed. Basil., Augustus. ΕΗΔ] Δ e corr. F. Post ΔΗΓ ras. 3 litt. V. 2. αἱ ἓξ — 3. ἀλλήλαις εἰσίν] mg. m. 2 V, om. ed. Basil. 4. αἱ ἓξ ἄρα] in ras. m. 2 V. 5. ΕΖ] ΕΖΖΕΖ P, sed corr. m. 1. 6. δέ] supra m. 1 F. αἱ] om. V. Post εὐθεῖαι F mg. m. 1: αἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΖ, ΖΑ; idem coni. Augustus. 8. ἐστί] om. Bp. δή] supra m. 1 P. 9. γάρ] postea insert. in F. ΖΑ] PF; ΑΖ BVp. 11. ΖΑΒΓΔ] pro Β in P m. 1 est Ζ; corr. m. 2. Seq. in F περιφέρεια supra scr. m. 1. Post ΕΔΓΒΑ in F

AHZ, ZHE aequales sunt [I, 15]. itaque guli $EH\Delta$, $\Delta H\Gamma$, ΓHB, BHA, AHZ, ZHE aequales sunt. aequales autem anguli in aes arcubus consistunt [III, 26]. itaque sex AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE, EZ, ZA inter se aequales t sub aequalibus arcubus aequales rectae subt [III, 29]. quare sex rectae inter se aequales ergo sexangulum $AB\Gamma\Delta EZ$ aequilaterum est. idem aequiangulum esse. nam quoniam arc. $E\Delta$, communis adiiciatur arcus $AB\Gamma\Delta$. itaque $\Gamma\Delta = E\Delta\Gamma BA$. et in arcu $ZAB\Gamma\Delta$ consistit Δ, in $E\Delta\Gamma BA$ autem arcu $\angle AZE$. itaque

$$\angle AZE = \Delta EZ \text{ [III, 27]}.$$

er demonstrabimus, etiam reliquos angulos sex $AB\Gamma\Delta EZ$ singulos aequales esse utrique an- AZE, $ZE\Delta$. itaque sexangulum $AB\Gamma\Delta EZ$ aegulum est. demonstratum autem, idem aequilateesse; et in circulum $AB\Gamma\Delta EZ$ inscriptum est. rgo in datum circulum sexangulum aequilaterum quiangulum inscriptum est; quod oportebat fieri.

---

scr. m. 1: περιφερεία. 12. $ZAB\Gamma\Delta$] seq. ras. 1 litt., ras. V; B postea add. Bp. 14. AZE] ΔZE F; corr. 15. ΔEZ] $ZE\Delta$ P. Post καί in P del. ε m. 1. $E\Delta$] ΔEZ F. 18. ἐστίν F.

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.

Ὁμοίως δὲ τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου ἐὰν διὰ τῶν κατὰ τὸν κύκλον διαιρέσεων ἐφαπτομένας τοῦ κύκλου ἀγάγωμεν, περιγραφήσεται περὶ τὸν κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἀκολούθως τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου εἰρημένοις. καὶ ἔτι διὰ τῶν ὁμοίων τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου εἰρημένοις εἰς τὸ δοθὲν ἑξάγωνον κύκλον ἐγγράψομέν τε καὶ περιγράψομεν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιϛ'.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Ἔστω ὁ δοθεὶς κύκλος ὁ ΑΒΓΔ· δεῖ δὴ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον τριγώνου μὲν ἰσοπλεύρου τοῦ εἰς αὐτὸν ἐγγραφομένου πλευρὰ ἡ

XV *πόρισμα*. Simplicius in phys. fol. 15; cfr. p. 319 not. 1.

---

1. *πόρισμα*] m. 2 V. 3. *ἐστί*] om. p. 4. *ὁμοίως* — 10. *περιγράψομεν*] non habuit Campanus; sed u. p. 320, 14 sq. 4. *ὁμοίως δὲ τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου*] P; *καί* Theon (BFVp). *κατὰ τὸν κύκλον διαιρέσεων*] P; *Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ σημείων* Theon (BFVp); *Γ* in ras. V. 5. *τόν*] scripsi; om. P. *ἐφαπτομέν.ς* B. Ante *ἀγάγωμεν* in F add. *ἀ* (in fin. lin.) *ν̄* (in init. sequentis). 8. *ὁμοίως* Bp. 10. *κύκλον*] supra m. 1 F. *τε καὶ περιγράψομεν*] om. P. *ὅπερ ἔδει ποιῆσαι*] mg. F, in quo omisso numero quattuor prima uerba prop. 16 cum antecedentibus coniuncta sunt, ita ut *Π* pro litt. initiali sit; postea corr. m. 1 uel 2. 13. *πεντακαιδεκάγωνον* P, ut lin. 16. 18. *ἐγγεγράφθω*] PF; *γεγράφθω* BVp; *ἐνηρμόσθω* Augustus. 19. *τοῦ*] om. P. *αὐτόν*] corr. ex *αὐτό* m. 1 F.

Corollarium.[1])

c manifestum est, latus sexanguli aequale esse irculi.

eodem modo, quo[2]) in quinquangulo, si per diuisionis in circulo posita rectas circulum entes duxerimus, circum circulum sexangulum terum et aequiangulum circumscribetur secun-, quae in quinquangulo explicauimus [prop. XII]. terea simili ratione ei, quam in quinquangulo uimus [prop. XIII—XIV], in datum sexangulum m inscribemus et circumscribemus; quod oporieri.

XVI.

datum circulum figuram quindecim angulorum teram et aequiangulam inscribere.[3])

datus circulus $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur in $AB\Gamma\Delta$ m figuram quindecim angulorum aequilateram uiangulam inscribere.

cribatur[4]) in $AB\Gamma\Delta$ circulum $A\Gamma$ latus trianguli teri in eum inscripti [prop. II], et AB latus

---

Huc refero Procli uerba p. 304, 2: τὸ δὲ ἐν τῷ δευτέρῳ κείμενον (sc. πόρισμα) προβλήματος; nam cum neque , 4 πόρ., quod theorematis est et insuper subditiuum, lent neque cum alio ullo — τό enim ostendit, in eo de quo agitur, unum solum corollarium fuisse —, pro o scribendum δ', h. e. τετάρτῳ. hinc sequitur, Proclum πόρ.] pro corollario non habuisse.

Mutauit Theon, quia cum lin. 7 sq. synonyma esse puquod secus est; dicit enim: si ut in quinquangulo con- es duxerimus, eodem modo demonstrabimus cet.

Cfr. Proclus p. 269, 11.

Ἐγγεγράφθω ideo ferri posse uidetur, quod latus triin circulum aptamus triangulum inscribendo.

ΑΓ, πενταγώνου δὲ ἰσοπλεύρου ἡ ΑΒ· οἵων ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΒΓΔ κύκλος ἴσων τμήματων δεκαπέντε, τοιούτων ἡ μὲν ΑΒΓ περιφέρεια τρίτον οὖσα τοῦ κύκλου ἔσται πέντε, ἡ δὲ ΑΒ περιφέρεια πέμπτον οὖσα τοῦ κύκλου ἔσται τριῶν· λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΓ τῶν ἴσων δύο. τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ε· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΒΕ, ΕΓ περιφερειῶν πεντεκαιδέκατόν ἐστι τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου.

Ἐὰν ἄρα ἐπιζεύξαντες τὰς ΒΕ, ΕΓ ἴσας αὐταῖς κατὰ τὸ συνεχὲς εὐθείας ἐναρμόσωμεν εἰς τὸν ΑΒΓΔ[Ε] κύκλον, ἔσται εἰς αὐτὸν ἐγγεγραμμένον πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



Ὁμοίως δὲ τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου ἐὰν διὰ τῶν κατὰ τὸν κύκλον διαιρέσεων ἐφαπτομένας τοῦ κύκλου ἀγάγωμεν, περιγραφήσεται περὶ τὸν κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον. ἔτι δὲ διὰ τῶν ὁμοίων τοῖς ἐπὶ τοῦ πενταγώνου δείξεων καὶ εἰς τὸ δοθὲν πεντεκαιδεκάγωνον κύκλον ἐγγράψομέν τε καὶ περιγράψομεν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

5. ἔσται] -αι in ras. V. ἄρα] om. P; m. 2 V, supra F. ΒΓ] Γ in ras. F. 6. δύο] β' P. 7. ἐστι] om. Bp; ἔσται P. 9. ΕΓ] P; ΕΓ εὐθείας Theon (BFVp). αὐταῖς] corr. ex αὐτάς m. 2 B. 10. ΑΒΓΔ p, ed. Basil. 11. πεντεκαιδεκάγωνον] mg. B. 12. ποιῆσαι] δεῖξαι BVp. 14—26 habuit Campanus IV, 16. 16. τόν] om. P. 18. τοῦ] τὰς τοῦ F.

anguli aequilateri. itaque si *ΑΒΓΔ* circulus cim partibus aequalibus aequalis ponitur, earum e aequalis erit arcus *ΑΒΓ*, qui tertia pars est , arcus autem *ΑΒ*, qui quinta pars est circuli, itaque reliquus arcus *ΒΓ* duabus partium aen aequalis est. secetur arc. *ΒΓ* in duas partes es in *Ε* [III, 30]. itaque uterque arcus *ΒΕ*, ünta decima pars est circuli *ΑΒΓΔ*. itaque si rectis *ΒΕ*, *ΕΓ* semper deinceps rectas aequales ;ulum *ΑΒΓΔ* aptauerimus [prop. I], in eum ta erit[1]) figura quindecim angulorum aequilatera uiangula; quod oportebat fieri.

dem autem modo, quo in quinquangulo, si per , diuisionis in circulo posita rectas circulum gentes duxerimus, figura quindecim angulorum ıtera et aequiangula circum circulum circum;ur [prop. XIII]. et praeterea per demonstrationes s iis, quibus in quinquangulo usi sumus, etiam tam figuram quindecim angulorum circulum inmus et circumscribemus [prop. XIII—XIV]; quod bat fieri.

Aequilaterum fore figuram inscriptam, patet. tum eanequiangulam esse, simili ratione demonstrabimus, qua st Euclides p. 316, 9 sq. — memorabilis est in hac prone usus uocabuli *κύκλος*, quod contra I def. 15 pro *περι-* ponitur (p. 320, 2. 4. 5. 8.).

] in ras. V. *δέ*] m. 2 V. *τῶν ὁμοίων*] corr. ex *τὸ* m. 2 B. 25. *καί*] postea insert. F. Post *πεντεάγωνον* add. Theon: *ὅ ἐστιν ἰσόπλευρον τε καὶ ἰσογώνιον* p; *ἐστι* p), sed cfr. p. 318, 9. 26. *ἐγγράψωμεν* P. *άψωμεν* P. *ὅπερ ἔδει ποιῆσαι*] P; om. Theon (BFVp). ine: *Εὐκλείδου στοιχείων δ'* P et B; *Εὐκλείδου στοιχείων έωνος ἐκδόσεως δ'* F. In fig. *ιζ'* P, *ις'* F.

APPENDIX.

DEMONSTRATIONES ALTERAE.

1.

Ad lib. II prop. 4.

Ἄλλως.

Λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς *ΑΒ* τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν *ΑΓ*, *ΓΒ* τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν *ΑΓ*, *ΓΒ* περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν η *ΒΑ* τῇ *ΑΔ*, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ *ΑΒΔ* τῇ ὑπὸ *ΑΔΒ*· καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, τοῦ *ΑΔΒ* ἄρα τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ *ΑΔΒ*, *ΒΑΔ*, *ΔΒΑ* δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ *ΒΑΔ*· λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ *ΑΒΔ*, *ΑΔΒ* μιᾷ ὀρθῇ ἴσαι εἰσί· καί εἰσιν ἴσαι· ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ *ΑΒΔ*, *ΑΔΒ* ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ *ΒΓΗ*· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἀπεναντίον τῇ πρὸς τῷ *Α*· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ *ΓΗΒ* ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ *ΓΒΗ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΓΗΒ*· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ *ΒΓ* τῇ *ΓΗ* ἐστιν ἴση. ἀλλ'

Addidit Theon (BFVp); mg. m. rec. P; de Campano u. p. 129 not. 1.

1. καὶ ἄλλως P. 3. τε] m. 2 p. *ΑΓ*] corr. ex *ΑΒ* F. 6. *ΒΑ*] *ΑΒ* p. ἐστί] om. V. 7. ἐπεί] non liquet in F. 8. εἰσί PB. τοῦ *ΑΔΒ* — 10. εἰσίν] mg. m. 2 Vp. 8. *ΑΔΒ*] *ΑΒΔ* Pp. 9. *ΑΔΒ*] *ΑΒΔ* Pp. *ΒΑΔ*] *ΑΔΒ* P, *ΔΒΑ* p.

II, 4.

Aliter.[1])

co, esse $AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2\, A\Gamma \times \Gamma B$.
m in eadem figura [p. 127], quoniam $BA = A\Delta$, iam $\angle AB\Delta = A\Delta B$ [I, 5]. et quoniam cuiusuis uli tres anguli duobus rectis aequales sunt, erunt nguli trianguli $A\Delta B$, scilicet

$$A\Delta B + BA\Delta + \Delta BA$$

ıs rectis aequales [I, 32]. uerum $\angle BA\Delta$ rectus itaque reliqui $AB\Delta + A\Delta B$ uni recto aequales et inter se aequales sunt. itaque uterque $AB\Delta$, 3 dimidius est recti. rectus autem $\angle B\Gamma H$. nam alis est opposito, ei qui ad A positus est [tum 31]. itaque reliquus $\angle \Gamma HB$ dimidius est recti 2]. itaque $\angle \Gamma HB = \Gamma BH$. quare etiam

$$B\Gamma = \Gamma H \text{ [I, 6].}$$

1) Haec demonstratio parum differt a genuina; nam praenitium demonstrationis, qua ostenditur, ΓK quadratum cetera eadem.

1] $BA\Delta$ Pp. 11. εἰσί] non liquet in F. καί εἰσιν ἴσαι] F. 12. $A\Delta B$, $AB\Delta$ p. 13. ἀπεναντίας p. 14. τῷ] ex τό V. 15. ΓBH] ΓHB P, F e corr., V sed corr., γωνία] om. p. 16. ΓHB] B, F eras., V corr. ex ΓBH; ΓBH Pp. ἀλλά p.

ἡ μὲν ΓΒ τῇ ΗΚ ἐστιν ἴση, ἡ δὲ ΓΗ τῇ ΒΚ· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΚ. ἔχει δὲ καὶ ὀρθὴν τὴν ὑπὸ ΓΒΚ γωνίαν· τετράγωνον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΚ· καί ἐστιν ἀπὸ τῆς ΓΒ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΖΘ τετράγωνόν ἐστι, καί ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΓ· τὰ ἄρα ΓΚ, ΘΖ τετράγωνά ἐστι, καί ἐστιν ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΗ τῷ ΗΕ, καί ἐστι τὸ ΑΗ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ· ἴση γὰρ ἡ ΓΗ τῇ ΓΒ· καὶ τὸ ΕΗ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. τὰ ἄρα ΑΗ, ΗΕ ἴσα ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. ἔστι δὲ καὶ τὰ ΓΚ, ΘΖ ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. τὰ ἄρα ΓΚ, ΘΖ, ΑΗ, ΗΕ ἴσα ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ. ἀλλὰ τὰ ΓΚ, ΘΖ καὶ τὰ ΑΗ, ΗΕ ὅλον ἐστὶ τὸ ΑΕ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΑΒ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ τετραγώνοις καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΒ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

2.

Ad lib. III prop. 7.

Ἢ καὶ οὕτως. ἐπεζεύχθω ἡ ΕΚ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΕ τῇ ΕΚ, κοινὴ δὲ ἡ ΖΕ, καὶ βάσις ἡ ΖΗ βάσει τῇ ΖΚ ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΚΕΖ ἴση ἐστίν. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΗΕΖ τῇ ὑπὸ ΘΕΖ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΘΕΖ ἄρα τῇ ὑπὸ ΚΕΖ ἐστιν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

III, 7. Insertum inter ἀδύνατον et οὐκ p. 182, 9 PBFVp.

1. ἐστιν] comp. supra scr. F. 2. καί] absumptum ob rupt. pergam. F. 3. ἐστιν] ἐστι τό F. 4. ΓΒ] ΒΓ Fp. ΖΘ] ΘΖ Pp. ἐστι τετράγωνον p. 5. ἐστι] ἐστιν F; om. P; in

. $\Gamma B = HK$ [I, 34] et $\Gamma H = BK$ [id.]. itaque aterum est ΓK. habet autem etiam $\angle \Gamma BK$ ı. itaque quadratum est ΓK; et in ΓB construc-st. eadem de causa etiam $Z\Theta$ quadratum est; [uale est $A\Gamma^2$. ergo ΓK, ΘZ quadrata sunt et lia sunt $A\Gamma^2$ et ΓB^2. et quoniam $AH = HE$] et $AH = A\Gamma \times \Gamma B$ (nam $\Gamma H = \Gamma B$), erit $EH = A\Gamma \times \Gamma B$. itaque

$$AH + HE = 2\, A\Gamma \times \Gamma B.$$

ı etiam $\Gamma K + \Theta Z = A\Gamma^2 + \Gamma B^2$. ergo

$$\cdot \Theta Z + AH + HE = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2\, A\Gamma \times \Gamma B.$$

$'K + \Theta Z + AH + HE = AE = AB^2$. ergo

$$AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2 + 2\, A\Gamma \times \Gamma B;$$

erat demonstrandum.

III, 7.

el etiam ita: ducatur EK. et quoniam

$$HE = EK,$$

E communis est, et $ZH = ZK$, erit etiam

$$\angle HEZ = KEZ \text{ [I, 8]}.$$

n $\angle HEZ = \Theta EZ$. quare etiam

$$\angle \Theta EZ = KEZ,$$

r maiori; quod fieri non potest [u. fig. p. 181].

---

7. τῷ] τό B et V (corr. m. 2). 6. ἐστι] ἐστιν F.] mg. m. 2 F. HE] EH B et FV m. 2. 8. ὑπό] ex ἀπό p. ἴση ἐστὶ γάρ P. 9. EH] HE p. ἄρα] P. ὑπό] ἀπό P. 12. ΓK] om. F (ras.). HE] EH τε] supra m. 1 p. 13. $A\Gamma$] ΓA F (prius). 14. AE] s. p. 19. mg. ἄλλως p. 20. HE] in ras. φ, EH p. EZ P. ZH] PF; HZ BVp. 21. γωνίᾳ] om. B. στιν ἴση Bp. ἀλλ' FV. HEZ] corr. ex EEZ m. 1 orr. ex EZ P. ΘEZ] $ZE\Theta$ P. Post hoc uerbum in m. 2 insert. γωνίᾳ comp. 23. ΘEZ] $ZE\Theta$ P. 24. ἡ των τῇ μείζονι] in ras. V. ἐλάσσων F. ἐστίν] om. p.

3.

Ad lib. III prop. 8.

Ἢ καὶ ἄλλως. ἐπεζεύχθω ἡ *MN*. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ *KM* τῇ *MN*, κοινὴ δὲ ἡ *MΔ*, καὶ βάσις ἡ *ΔK* βάσει τῇ *ΔN* ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ *KMΔ* γωνίᾳ τῇ ὑπὸ *ΔMN* ἐστιν ἴση. ἀλλ' ἡ ὑπὸ *KMΔ* τῇ ὑπὸ *BMΔ* ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ *BMΔ* ἄρα τῇ ὑπὸ *NMΔ* ἐστιν ἴση, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

4.

Ad lib. III prop. 9.

Ἄλλως.

Κύκλου γὰρ τοῦ *ABΓ* εἰλήφθω τι σημεῖον ἐντὸς τὸ *Δ*, ἀπὸ δὲ τοῦ *Δ* πρὸς τὸν *ABΓ* κύκλον προσπιπτέτωσαν πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ *AΔ*, *ΔB*, *ΔΓ*· λέγω, ὅτι τὸ ληφθὲν σημεῖον τὸ *Δ* κέντρον ἐστὶ τοῦ *ABΓ* κύκλου.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ *E*, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ *ΔE* διήχθω ἐπὶ τὰ *Z*, *H* σημεῖα. ἡ *ZH* ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ *ABΓ* κύκλου. ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ *ABΓ* ἐπὶ τῆς *ZH* διαμέτρου εἴληπταί τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, τὸ *Δ*, μεγίστη μὲν ἔσται ἡ *ΔH*, μείζων δὲ ἡ μὲν *ΔΓ* τῆς *ΔB*, ἡ δὲ *ΔB* τῆς *ΔA*. ἀλλὰ καὶ ἴση· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τὸ *E* κέντρον ἐστὶ τοῦ *ABΓ* κύκλου. ὁμοίως

III, 8. Insertum inter ἐδείχθη et οὐκ p. 188, 20 in PBFVp.
III, 9. Post genuinam PBFVp; om. Campanus.

---

1. ἐπεὶ οὖν p. 2. *MΔ*] *ΔM* B. 3. ἐστιν ἴση p. *KMΔ*] *KΔM* F; corr. m. 2. γωνίᾳ] om. p. 4. *ΔMN*] *NMΔ* P. ἴση ἐστίν BV; ἐστι ἴση φ. ἀλλά P. 5. ἄρα]

III, 8.

etiam aliter: ducatur MN. quoniam

$$KM = MN,$$

communis est, et $\varDelta K = \varDelta N$, erit

$$\angle KM\varDelta = \varDelta MN \text{ [I, 8]}.$$

$\angle KM\varDelta = BM\varDelta$. quare etiam

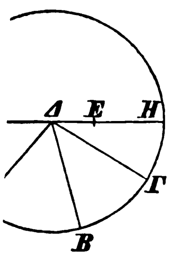
$$\angle BM\varDelta = NM\varDelta,$$

maiori; quod fieri non potest [u. fig. p. 185].

III, 9.

n intra circulum $AB\Gamma$ sumatur punctum $\varDelta$, 1 ad circulum $AB\Gamma$ plures quam duae rectae es adcidant $A\varDelta$, $\varDelta B$, $\varDelta\Gamma$. dico, sumptum punc- ' centrum esse circuli $AB\Gamma$.

sit enim, sed, si fieri potest, sit E, et ducta $\varDelta E$ producatur ad puncta Z, H. ergo ZH diametrus est circuli $AB\Gamma$. iam quoniam in circulo $AB\Gamma$ in diametro ZH sumptum est punctum quoddam $\varDelta$, quod non est centrum circuli, maxima erit $\varDelta H$, et



$$\varDelta\Gamma > \varDelta B,\ \varDelta B > \varDelta A \text{ [prop. VII]}.$$

ι etiam aequales sunt; quod fieri non potest. ergo um E centrum circuli $AB\Gamma$ non est. similiter

supra scr. comp. m. 2 BF. 6. ἐλάσσων Fp. ἐστίν] 7. ἄλλως] mg. m. 1—2 F, qui in mg. habet ι', sed In B ante ἄλλως ras. 1 litt. 8. Post γάρ ras. 5 litt. 10. ἴσαι] supra m. 2 F. εὐθεῖαι ἴσαι V. $A\varDelta$] PBF; corr. m. 2 V, pφ. 12. ἐστί] om. B. 14. Z, H] H, 15. ἐστι] ἐστιν FV. 16. Post $AB\Gamma$ in P del. κύ-τῆς] ς eras. F. 17. σημεῖον τὸ $\varDelta$ P. τὸ $\varDelta$] om. 18. ἔσται] in ras. m. 2 V.

δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ᾽ ἄλλο τι πλὴν τοῦ Δ· τὸ Δ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5.

Ad lib. III prop. 10.

Ἄλλως.

Κύκλος γὰρ πάλιν ὁ ΑΒΓ κύκλον τὸν ΔΕΖ τεμνέτω κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο τὰ Β, Η, Θ, Ζ καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ΑΒΓ κύκλου τὸ Κ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ, ΚΗ, ΚΖ.

Ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ ΔΕΖ εἴληπταί τι σημεῖον ἐντὸς τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ πρὸς τὸν ΔΕΖ κύκλον προσπεπτώκασι πλείους ἢ δύο ἴσαι εὐθεῖαι αἱ ΚΒ, ΚΖ, ΚΗ, τὸ Κ ἄρα σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου. ἔστι δὲ καὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου κέντρον τὸ Κ· δύο ἄρα κύκλων τεμνόντων ἀλλήλους τὸ αὐτὸ κέντρον ἐστὶ τὸ Κ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα κύκλος κύκλον τέμνει κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

6.

Ad lib. III prop. 11.

Ἀλλὰ δὴ πιπτέτω ὡς ἡ ΗΖΓ, [καὶ] ἐκβεβλήσθω

III, 10. Post genuinam PBFVp; om. Campanus.
III, 11. Post genuinam PBFVp; non habet Campanus.

---

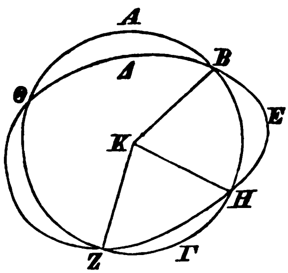
1. οὐδέ V. 2. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] Pp; :∼ B; om. FV. 4. ιβ΄ mg. F, sed eras. 6. Θ, Ζ] Ζ, Θ BVp. 9. ΔΕΖ] in ras. V. τι] m. 2 F. 10. ἐντός] om. F. 11. προσπεπτώκασιν P. εὐθεῖαι ἴσαι P. 12. ΚΖ, ΚΗ] ΚΗ, ΚΖ F m. 1, V m. 1; corr. m. 2. ἄρα Κ F. 13. ἔστιν P. 14. ἀλλήλων P; corr. m. rec. 15. ἐστίν] om. p. 16. τέμνει]

demonstrabimus, ne aliud quidem ullum centrum esse praeter Δ. ergo Δ punctum centrum est circuli $AB\Gamma$; quod erat demonstrandum.

III, 10.

Nam rursus circulus $AB\Gamma$ circulum ΔEZ in pluribus quam duobus secet punctis B, H, Θ, Z, et sumatur centrum circuli $AB\Gamma$ et sit K, et ducantur KB, KH, KZ.

iam quoniam intra circulum ΔEZ sumptum est punctum K, et a K ad circulum ΔEZ plures quam duae rectae aequales ad circulum ΔEZ adcidunt KB, KZ, KH, punctum K centrum erit circuli ΔEZ [prop. IX]. uerum K etiam circuli $AB\Gamma$ centrum est. ergo duo circuli inter se secantes idem centrum habent K; quod fieri non potest [prop. V]. ergo circulus circulum non secat in pluribus punctis quam duobus; quod erat demonstrandum.



III, 11.

Uerum cadat ut $HZ\Gamma$, et producatur ΓZH in directum ad Θ punctum, et ducantur AH, AZ.[1])

1) Haec demonstratio casus alterius post genuinam parum necessaria est.

τεμεῖ F; om. p. τέμνει σημεῖα p. ἢ δύο] supra m. 2 V. 17. ἄλλως add. Vp, mg. m. 2 F. Post δή ras. 2 litt. F. ἢ] supra m. 2 V. $HZ\Gamma$] litt. H in ras. F, om. p; Γ in ras. p. καί] om. P (F?). προσεκβεβλήσθω BVp (F?).

ἐπ' εὐθείας ἡ ΓΖΗ ἐπὶ τὸ Θ σημεῖον, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΗ, ΑΖ.

Ἐπεὶ οὖν αἱ ΑΗ, ΗΖ μείζους εἰσὶ τῆς ΑΖ, ἀλλὰ ἡ ΖΑ ἴση [ἐστὶ] τῇ ΖΓ, τουτέστι τῇ ΖΘ, κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΗ λοιπῆς τῆς ΗΘ μείζων ἐστίν, τουτέστιν ἡ ΗΔ τῆς ΗΘ, ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁμοίως, κἂν ἐκτὸς ᾖ τοῦ μικροῦ τὸ κέντρον τοῦ μείζονος κύκλου, δείξομεν [τὸ] ἄτοπον.

7.

Ad lib. III prop. 31.

Ἄλλως

ἡ ἀπόδειξις τοῦ ὀρθὴν εἶναι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ.

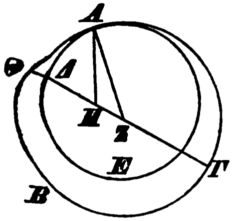
Ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΕΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΕ· ἴση γὰρ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΕΒ διπλῆ τῆς ὑπὸ ΕΑΓ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΕΒ, ΑΕΓ διπλασίονές εἰσι τῆς ὑπὸ ΒΑΓ. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΑΕΒ, ΑΕΓ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΓ ὀρθή ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

III, 31. Insert. p. 246, 2 post δεῖξαι in PBFVp.

---

1. ἡ] in ras. F. ΗΖΓ P; ΓΗΖ B. 3. μείζονες p. εἴσιν PF. ἀλλ' F. 4. ΖΑ] PF; ΑΖ BVp. ἐστί] om. P. τῇ] τῆς B. ΖΓ] PF; ΓΖ BVp. τουτέστιν P. 5. ἐστί PBV. 6. ἐλάσσων Pp. 7. ἐστίν] om. p. κἄν] in ras. V. 8. τό] om. P; corr. in αὐτό m. 2 F; αὐτό B; τὸ αὐτό p. 9. ἄτοπον] ἀτοπώτερον F. In fine: ὅπερ ἔδει δεῖξαι P. 12. ΑΕΓ] corr. ex ΕΑΓ F. 13. ἔστιν P. 14. ΕΑΓ] ΑΕΓ F; corr. m. 2. 15. εἴσιν P. ἀλλά P. 17. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] in mg. transit φ. δεῖξαι] ποιῆσαι BV.

iam quoniam $AH + HZ > AZ$ [I, 20], uerum $ZA = Z\Gamma$, h. e. $ZA = Z\Theta$, subtrahatur, quae communis est, ZH. itaque $AH > H\Theta$, h. e. $H\Delta > H\Theta$, minor maiore; quod fieri non potest. similiter, etiam si centrum maioris circuli extra minorem fuerit positum, absurdum esse demonstrabimus.



III, 31.

Alia demonstratio, angulum $B A \Gamma$ rectum esse[1]) [u. fig. p. 243].

quoniam $\angle A E \Gamma = 2\, B A E$ (nam

$$A E \Gamma = B A E + E B A \text{ [I, 32]}),$$

et etiam $\angle A E B = 2\, E A \Gamma$ [id.], erunt

$$A E B + A E \Gamma = 2\, B A \Gamma.$$

uerum $AEB + AE\Gamma$ duobus rectis aequales sunt [I, 13]. ergo $\angle B A \Gamma$ rectus est; quod erat demonstrandum.

1) Cfr. Campanus III, 30.

	M. Pf.
p. ed. *Hertlein.* 2 voll.	6.75
anteiust. reliquiae	
. Editio IV.	6.75
Indices ed. *Fabricius*	1.80
uchstücke a. Schriften	
sten. Von *Huschke* .	—.75
st. ed. *Huschke* . . .	1.—
ed. *Zachariae.* 2 voll.	10.50
Jeep. Editio maior .	2.70
tio minor	—.90
Hermann	—.45
ei/senborn. 6 voll. . .	6.—
auch in Heften . . à	—.60
rs I lib. I—III	
II lib. IV—VI	
s I lib. VII—X	
II lib. XXI—XXIII	
s I lib. XXIV—XXVI	
eln: lib. I et II . . .	—.45
acobitz. 3 voll. . . .	6.30
ch in 6 partes, à pars	1.05
. *Bernays*	1.50
d. *Kinkel.*	1.80
. *Scheibe*	—.60
achsmuth	2.70
cheibe	1.20
d. *Eyfsenhardt*	5.40
l. *Koechly.*	1.50
. *Schneidewin*	1.50
apella ed. *Eyfsenhardt*	4.50
Ammon. ed. *Ludwich*	1.80
script. ed. *Hultsch.*	
. . . .	5.10
Frey. Vol. I et II. .	2.40
puscula historica ed.	
. . . .	3.30
ed. *Hoche*	1.80
Koechly. 2 voll. . . . à	4.50
rasis ed. *Scheindler* . .	4.50
ed. *Koechly*	1.20
a ed. *Merkel.* 3 voll. .	2.90
istia	—.45
asti	—.60
et. delectus ed. *Merkel*	—.60
latini XII ed. *Baehrens*	3.60
ed. *Schubart.* 2 voll. .	3.60
Hermann	—.30
d. *Müller*	—.30
s ed. *Kayser.* 2 voll. .	8.25
d. *Christ*	1.—
Hermann. 6 voll. . . .	10.50
15 einzelnen Heften.]	
. *Fleckeisen.* Vol. I. II	2.70
inzelne Stücke . . . . à	—.45
olae ed. *Keil*	1.20
. historia ed. *Jan.* 6 voll.	13.20
Gargilius Mart. ed. *Rose*	2.70
d. *Volkmann.* Vol. I. . .	
s ed. *Sintenis.* 5 voll. . .	8.40
14 einzelnen Heften.]	
tia ed. *Hercher.* Vol. I	1.80
tini min. ed. *Baehrens.*	
—IV	11.20
d. *Hinck*	1.—
ed. *Woelfflin.*	4.50
ed. *Dindorf.* 4 voll. . .	11.70

	M. Pf.
Pomponii Melae de chorographia libri tres rec. *Frick.*	1.20
Porphyrion ed. *Meyer*	4.20
Porphyrius ed. *Nauck*	1.80
Proclus ed. *Friedlein*	6.75
Propertius ed. *Müller*	—.60
Quintilian ed. *Bonnell.* 2 voll. . .	2.40
—— —— lib. X ed. *Halm*	—.30
Quintus Smyrnaeus ed. *Koechly.* .	1.50
Rerum naturalium script. Graeci ed. *Keller.* Vol. I	2.70
Rhetores Graeci ed. *Spengel.* 3 voll.	9.—
Ruhnkenii elogium Hemsterhusii ed. *Frey*	—.45
Rutilius Namatianus ed. *Müller.* .	—.75
Sallustius ed. *Dietsch.* Ed. IV . .	—.45
Script. histor. Augustae. 2 voll.	5.10
Script. metrici Graeci ed. *Westphal.* Vol. I	2.70
Seneca ed. *Haase.* 3 voll.	7.80
—— **tragoediae** ed. *Peiper et Richter*	4.50
Seneca rhetor ed. *Kiefsling.* . . .	4.50
Simeo Sethus ed. *Langkavel.* . . .	1.80
Sophocles ed. *Dindorf.* Ed. V. . .	1.50
—— —— einzelne Stücke . . . à	—.30
Soranus ed. *Rose*	4.80
Statius ed. *Queck.* 2 voll.	3.60
—— Vol. I Silvae ed. *Baehrens* . .	1.80
—— Vol. II Fasc. I. Achilleis ed. *Kohlmann.*	—.75
Stobaei florilegium ed. *Meineke.* 4 voll.	9.60
Stobaei eclogae ed. *Meineke.* 2 voll.	6.—
Strabo ed. *Meineke.* 3 voll. . . .	6.—
Suetonius ed. *Roth*	1.50
Tacitus ed. *Halm.* 2 voll.	2.40
—— —— **Germania, Agricola** et dialogus ed. *Halm*	—.45
Terentius ed. *Fleckeisen.*	1.20
Testamentum, novum, Graece ed. *Buttmann*	2.25
Themistius ed. *Spengel.* 2 voll. .	6.—
Theodorus Prodromus ed. *Hercher*	—.50
Theon Smyrnaeus ed. *Hiller* . . .	3.—
Theophrastus ed. *Wimmer.* 3 voll.	6.60
Theophrasti char. ed. *Fofs.* . . .	1.20
Thucydides ed. *Boehme.* 2 voll. .	2.40
Tibullus ed. *Müller.*	—.30
Ulpian ed. *Huschke.* Ed. II. . . .	—.75
Valerius Flaccus ed. *Baehrens* . .	1.50
Valerius Maximus ed. *Halm* . . .	3.75
Vegetius ed. *Lang*	3.—
Velleius Paterculus ed. *Haase* . .	—.60
—— —— ed. *Halm*	1.—
Vergili opera ed. *Ribbeck*	1.35
—— **Bucolica et Georgica**	—.45
—— **Aeneis**	—.90
Xenophontis expeditio ed. *Hug.* .	—.75
—— —— —— Ed. maior.	1.20
—— —— —— ed. *Dindorf*	—.75
—— —— **historia Gr.** ed. *Dindorf*	—.90
—— —— **institutio Cyri**	—.90
—— —— **commentarii**	—.45
—— —— **scripta minora**	—.90
Zonaras ed. *Dindorf.* 6 voll. . . .	19.50

LIPSIAE: TYPIS B. G. TEUBNERI.

BIBLIOTHECA
ORUM GRAECORUM ET ROMANORUM
TEUBNERIANA.

EUCLIDIS
ERA OMNIA.

EDIDERUNT

L. HEIBERG ET H. MENGE.

CLIDIS ELEMENTA.

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

I. L. HEIBERG,
DR. PHIL.

UOL. II. LIBROS V—IX CONTINENS.

LIPSIAE
IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.
MDCCCLXXXIV.

BIBLIOTHECA
SCRIPTORUM GRAECORUM ET ROMANORUM TEUBNERIANA.

	ℳ ₰
Aelianus ed. *Hercher*. 2 voll.	9.—
—— —— varia historia	—.90
Aeneae comment. ed. *Hug*	1.35
Aeschines ed. *Franke*	—.90
Aeschylus ed. *Dindorf*	1.20
—— —— einzelne Stücke . . . à	—.30
Alberti Troilus ed. *Merzdorf*	3.—
Ammianus Marc. ed. *Gardthausen*. 2 voll.	7.20
Anacreon ed. *Rose*. Ed. II	1.—
Andocides ed. *Blaſs*. Ed. II	1.20
Anthimus ed. *Rose*	1.—
Anthologia latina ed. *Riese*. I. 1. 2.	7.50
—— lyrica ed. *Bergk*. Ed. III.	3.—
Antiphon ed. *Blaſs*. Ed. II	2.10
Antoninus ed. *Stich*	1.80
Apollodorus ed. *Bekker*	1.—
Appollon. Rhodius ed. *Merkel*	1.—
Appian ed. *Mendelssohn*. 2 voll.	9.—
Archimedis opera omnia. Ed. *Heiberg*. 3 voll.	18.—
Aristophanes ed. *Bergk*. 2 voll.	3.—
—— —— einzelne Stücke . . . à	—.45
Aristoteles de partibus animal. ed. *Langkavel*	1.80
—— de arte poetica ed. *Christ*	—.60
—— physica ed. *Prantl*	1.50
—— Ethica Nicomachea ed. *Susemihl*	1.80
—— Ethica Eudemia ed. *Susemihl*	
—— de coelo etc. ed. *Prantl*	1.20
—— de coloribus, audibilibus, physiognomonica ed. *Prantl*	—.60
—— politica ed. *Susemihl*	2.40
—— magna moralia ed. *Susemihl*.	1.20
—— de anima libri III ed. *Biehl*	
Arriani expeditio ed. *Abicht*	1.20
—— scripta min. ed. *Hercher*	1.—
Athenaeus ed. *Meineke*. 4 voll.	12.—
Augustinus iter. ed. *Dombart*. 2 voll.	6.—
Aulularia ed. *Peiper*	1.50
Avienus ed. *Breysig*	1.—
Babrius ed. *Schneidewin*	—.60
Boetius de inst. math. ed. *Friedlein*	5.10
—— de consolotione ed. *Peiper*	2.70
—— comm. in libr. Aristotelis περὶ ἑρμηνείας rec. *Meiser*. 2 voll.	8.70
Bucolici Graeci ed. *Ahrens*	—.60
Caesar ed. *Dinter*, kplt.	1.50
—— ed. *Dinter*. 3 voll. . . . . à	1.—
—— de bello Gallico. Ed. min.	—.75
—— —— civili. Ed. min.	—.60
Cassius Felix ed. *Rose*	3.—
Catullus ed. *Müller*	—.45
Catullus, Tibullus, Propertius	2.70
Cebetis tabula ed. *Drosihn*	—.60
Celsus ed. *Daremberg*	3.—
Censorinus ed. *Hultsch*	1.20
Cicero ed. *Müller*. Pars II. Vol. I, Pars IV. Vol. I. II. III, jeder à	2.10
—— ed. *Klotz*. 5 part. 11 voll., kplt.	22.35
—— orat. selectae ed. *Klotz*. 2 part.	1.50
—— orationes sel. edd. *Eberhard et Hirschfelder*	2.—
Cicero, epistolae selectae ed. *Dietsch*. 2 partes	2.50
—— epistolae ed. *Wesenberg*. 2 voll.	6.—
Commodianus ed. *Ludwig*. I & II	2.70
Cornelius Nepos ed. *Halm*	—.30
Cornutus ed. *Lang*	1.50
Curtius Rufus ed. *Vogel*	1.20
Dares Phrygius ed. *Meister*	1.20
Demosthenes ed. *Dindorf*. 3 voll.	4.50
—— —— Auch in 6 Partes, à pars	—.75
Dictys Cretensis ed. *Meister*	1.50
Dinarchus ed. *Blaſs*	1.—
Dio Cassius ed. *Dindorf*. 5 voll.	13.50
Dio Chrysost. ed. *Dindorf*. 2 voll.	5.40
Diod. Siculus ed. *Dindorf*. 5 voll.	15.75
Dionysius ed. *Kiefsling*. 4 voll.	10.80
Dracontius ed. *de Duhn*	1.20
Eclogae poet. latin. ed. *Brandt*	1.—
—— poet. graec. ed. *Stadtmüller*.	2.70
Epicorum Graecorum fragm. ed. *Kinkel*. Vol. I	3.—
Erotici script. ed. *Hercher*. 2 voll.	7.50
Euclidis elementa ed. *Heiberg*. I.	3.60
—— —— Vol. II.	
Eudociae violarium ed. *Flach*	7.50
Euripides ed. *Nauck*. Ed. III. Vol. I & II à	1.50
—— —— —— Vol. III. Fragmenta	2.70
—— —— —— Einzelne Stücke à	—.30
Eusebius ed. *Dindorf*. 4 voll.	15.—
Eutropius ed. *Dietsch*	—.30
Fabulae Aesopicae ed. *Halm*	—.90
Fabulae Roman. ed. *Eberhard*. Vol. I	3.75
Florus ed. *Halm*	1.—
Frontinus ed. *Dederich*	1.50
Gaius ed. *Huschke*	2.70
Gellius ed. *Hertz*. 2 voll.	3.30
Heliodor ed. *Bekker*	2.40
Herodian ed. *Bekker*	1.20
Herodotus ed. *Dietsch*. 2 voll. . à	1.35
Hesiodus ed. *Flach*	—.45
Hesychius Milesius ed. *Flach*	—.75
Hieronymus ed. *Herding*	2.40
Historia Apollonii ed. *Riese*	1.—
Historici Graeci minores ed. *Dindorf* 2 voll.	8.25
Historicorum Rom. rell. ed. *Peter*.	4.50
Homeri Ilias, kplt. 1 Band mit Einleitung von *Sengebusch*	2.25
—— **Odyssea**, kplt. 1 Band mit Einleitung von *Sengebusch*	2.25
—— carmina, I. 1 (Ilias I)	—.75
—— —— I. 2 (Ilias II)	—.75
—— —— II. 1 (Odyssea I)	—.75
—— —— II. 2 (Odyssea II)	—.75
Horatius ed. *Müller*	1.—
Hygini Gromatici liber ed. *Gemoll*	—.75
Hymni Homerici ed. *Baumeister*	—.75
Hyperides ed. *Blaſs*. Ed. II	1.35
Iliadis carmina ed. *Koechly*	3.—
Incerti auctoris lib. de Constantino Magno ed. *Heydenreich*	—.60
Josephus, Flavius, ed. *Bekker*. 6 voll.	12.60
Isaeus ed. *Scheibe*	1.20

EUCLIDIS

OPERA OMNIA.

EDIDERUNT

I. L. HEIBERG ET H. MENGE.

LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXXXIV.

EUCLIDIS

LEMENTA.

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

I. L. HEIBERG,

DR. PHIL.

UOL. II.

LIBROS V—IX CONTINENS.

LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXXXIV.

LIPSIAE: TYPIS B. G. TEUBNERI.

PRAEFATIO.

iis Elementorum libris, qui hoc continentur ıe, emendandis pro fundamento habui codices , de quibus uideatur breuis, quam dedi uol. I —IX, notitia; codicem Bodleianum B in libris IX[1]) contulit H. Menge. Parisino 2466 (p) libro VII uti potui, neque magni est momenti. m omnium Theoninorum optimus codex Lauus F inde a VII, 12 p. 216, 20 ad IX, 15 6 deficeret — nam eam codicis partem, quam φ significaui, prorsus inutilem esse, adparet, ı re in prolegomenis uoluminis IV uberius —, et cum cod. Bononiensis b (u. uol. I p. IX) entino in hac quidem parte non longe distaret, VII, 13 ad IX, 15 hoc anno Bononiae contuli loco scripturae discrepantiam notabo. ad supm adparatum criticum in libris VIII—IX etiam arisin. Gr. 2344 (q) membran. saec. XII contuli, Hauniam transmitteretur, intercedente praebibliothecae regiae Hauniensis a liberalibliothecarii Parisiensis Leopoldi Delisle facile

1) In his duobus libris ab VIII, 17 de ν littera, quam νικόν uocant, uel omissa uel addita in B nihil in ne adnotatum erat.

impetraui. huius codicis scripturas inde a p. 372, 15 suis locis in adparatum recepi, reliquas ab initio libri VIII hic dabo.

p. 216, 24: ὦσι b.
p. 218, 9: τὰ αὐτά] om. b.
18: ἐν] καὶ ἐν b.
27: ἐστίν] om. b.
p. 220, 1: τὸν Z] Z b.
11: ἥ] uidetur eras. b.
26: ἔσται] ἔστιν b.
p. 222, 2: ἡγούμενοι] γούμενοι b.
7: ἥ] corr. ex ὅ m. 1 b.
14: A] corr. ex Δ m. 1 b.
p. 224, 1: τῶν] τόν b.
24: πολλαπλασιάσασι b.
p. 226, 5: καί] om. b.
6: πεποίηκε b.
17: ἀριθμοί] ἄρα ἀριθμοί b.
25: πεποίηκε b.
p. 228, 2: ἀλλ' ὡς] ὡς δέ b.
6: πεποίηκε b.
21: sequitur p. 428, 23—430, 17 b (κ').
p. 430, 11: ἐστίν] om. b.
13: ὑπό] ἐκ b.[1])
16: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.
p. 230, 16: ΘZ] supra scr. m. 1 b.
ἴσοι εἰσίν] punctis del. m. 2 b.
ἀριθμοί] ἴσοι b.
ἀλλήλοις] ἀλλήλοις εἰσίν b.
p. 232, 2: ἐστίν] om. b.
4: EZ] EZ ἄρα b.
7: sequitur p. 430, 19—432, 8 b. (κβ').
p. 432, 7: ἐστί] om. b.
8: κγ' b (κ' edit. = κα' cod.).

1) Recipiendum est.

9: ἀλλήλους] πολλούς b.
11: ἀλλήλους] πολλούς b.
14: μή] μή εἰσιν οἱ *Α*, *Β* ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐ-
τὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς b.
18: μετροῦσι] syll. με- in ras. m. 1 b.
20: τὸν ἡ-] in ras. m. 1 b.
8: τοῖς] τῶι b.
11: κδ΄ b et sic deinceps.
17: εἰσι] εἰσιν οἱ *Α*, *Β* b.
18: αὐτούς] τοὺς *Α*, *Β* b.
21: ἔστωσαν] litt. στ corr. ex η m. 1 b.
1: πεποίηκε b.
12: ὦσιν] εἰσιν comp. b.
3: ὦσι b.
12: ante τις est — in b. post *Α*, *Ε* uacat linea in b.
13: δή] δέ b.
22: *Α*, *Ε* πρῶτοι, οἱ δέ] om. b, in extrema pag.
26: τόν] πρὸς τόν b.
, 1: τόν] πρὸς τόν b.
2: post *Ε* est — in b.
Β, *Γ*] *Γ*, *Β* b.
24: ὦσι b.
!, 4: τόν] τό b.
8: δή] δέ b.
Ε, *Δ*] *Δ*, *Ε* b.[1])
16: ὦσι b.
1, 3: *Ε*] in ras. m. 1 b.
22: ὦσι b.
6, 9: *ΓΑ*] *ΑΓ* b.
8, 1: μή] supra scr. m. rec. b.
14: μετρῇ] μετρεῖ b.
0, 1: ὁ *Β*] τὸ *Β* b.
6: ἡγούμενον] corr. ex ἡγούμενος m. 1 b.
9: sequitur p. 432, 10—20 b.
p. 432, 10: ἄλλως τὸ λβ΄ τὸ ἑξῆς b.

---

[1] Hoc ergo ex P recipiendum erat.

p. 432, 13: ἔστω] ἔστω ὁ b.
19: *B*] corr. ex *Γ* m. 1 b.
20: ἐστι] comp. b.
ὅπερ ἔδει δεῖξαι] comp. b.

p. 250, 10: λγ' b et sic deinceps.
17: γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν] δῆλον ἂν εἴη τὸ ζητούμενον b; item lin. 21.
24: εἰ] τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ὃς καὶ τὸν *A* μετρήσει. εἰ b.

p. 252, 1: ἑτέρου] τοῦ ἑτέρου b.
13: ἐπιταχθέν] ζητούμενον b, mg. m. 1: γρ. τὸ ἐπάγγελμα.
19: τοὺς αὐτοὺς λόγους b; item lin. 22—23.

p. 256, 21: μετροῦσι b.
25: ὁ] καὶ ὁ b.

p. 258, 8: post ἑπόμενος reliqua pars lineae quasi ornamentis quibusdam expleta est in b.
9: τούς] τόν b.
13: τοῦ *Γ*] τοῦ *Γ*, ὅταν οἱ *A*, *B* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν b.
20: μετροῦσι b.
24: ἔστωσαν] ἔσονται b.
26: *H*] e corr. m. 1 b.

p. 260, 4: ἄρα] ἄρα ὡς b.[1])
16: μετρῶσιν] μετρήσωσι b.
25: μετρήσουσι b.

p. 262, 11: δή] δέ b.
13: μετροῦσι b.
14: μετρήσουσι b.
16: μετροῦσι b; item lin. 17.
23: μετροῦσιν] μετρήσουσι b.
24: *Γ*] in ras. m. 1 b.

p. 264, 3: μετροῦσι b; item lin. 4, 7, 8.
13: τὸν Z — 14: μετρούμενος] om. b.

p. 266, 10: τὸ αὐτό — 11: ἀριθμοῦ] om. b.

p. 268, 9: ὑπό] ὁ ὑπό b.

---

1) P. 260, 14 errore typographico legitur ἔπει pro ἔδει.

11: ὁ *H* ἄρα] ἐπεὶ ὁ *H* ὑπὸ τῶν *Δ*, *E*, *Z* μετρεῖται, ὁ *H* b.
14: μή] μὴ ὁ *H* ἐλάχιστος ὢν ἔχει τὰ *A*, *B*, *Γ* μέρη b.
17: μέρεσι b.
19: τῶν] om. b.

VIII.

13: τῶν — 14: πλήθει] om. bq.
18: μείζων — 19: ὅ τε] om. bq.
12: τέσσαρες] *Δ* b.
20: ἔστιν] ἀριθμὸς δὴ ὁ *A* δύο τοὺς *A*, *B* πολλαπλασιάσας τοὺς *Γ*, *Δ* πεποίηκεν· ἔστιν bq.
20: ἄρα] om. b.
21: μέν] om. bq.
2: ὁ *Γ*] οὕτως ὁ *Γ* bq.
3: ὁ *Δ*] οὕτως ὁ *Δ* bq.
4: πολλασιάσας b.
8: ὁ *Z*] οὕτως ὁ *Z* bq.
10: ὁ *H*] οὕτως ὁ *H* bq.
11: ὁ *A*] οὕτως ὁ *A* bq.
15: ἀλλ'] ἐδείχθη δὲ καί bq.
23: εἰσί q.
οἱ *A*, *B* — 24: εἰσίν] supra scr. m. 1 q (εἰσί).
26: δὲ τῶν] δὲ τὸν bq.
3: τοῖς] corr. ex αὐτοῖς m. 1 q.
9: τέσσαρες] δ q.
11: ἐάν] supra scr. m. 1 b.
1: καὶ ἐπεί — 3: ἑαυτὸν μέν] οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ *Δ*, *Ξ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ γὰρ οἱ *E*, *Z* πρῶτοι, ἑκάτερος δὲ αὐτῶν ἑαυτόν bq.
6: καί] om. bq.
καὶ οἱ — 7: εἰσίν] πρῶτοι καὶ οἱ *Δ*, *Ξ* bq.
14: εἰσιν] ἐπεί bq.
ἀλλήλους] ἀλλήλους εἰσίν, ἴσος δὲ ὁ μὲν *Δ* τῷ *A*, ὁ δὲ *Ξ* τῷ *Δ* bq.

p. 278, 18: *ἀνάλογον*] om. b.
22: *Z*] in ras. m. 1 b.
23: *ἀνάλογον*] om. bq.
p. 280, 1: *καί*] om. bq.
6: *Θ*] e corr. m. 1 b.
10: *Θ, H*] *H, Θ* b.
ἀνάλογον] om. bq.
11: *καὶ ἐν*] *καὶ ἔν τε* bq.
13: *Θ, H*] *H, Θ* bq.
14: *ἀνάλογον*] om. b.
15: *ἐν τῷ*] *ἔτι* bq.
16: *λόγοις*] *λόγοις, ἔσονταί τινες τῶν H, Θ, K, Λ ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἔν τε τοῖς τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι τοῦ Ε πρὸς τὸν Z λόγοις* q.
17: *οὕτως*] om. bq.
20: *ἐλάσσων*] *ἐλάττων* b.
ἐλάσσονα] *ἐλάττονα* bq.
21: *τε*] om. bq.
p. 282, 1: *B, Γ*] *Γ, B* bq.
2: *μετροῦσι* bq.
τῶν] *τόν* q.
4: *ὁ H*] (prius) supra scr. m. 1 b.
6: *Θ, H*] *H, Θ* bq.
8: *τὸν Z*] *Z* q.
9: *ὑπό*] *ὁ ὑπό* bq.
12: *Θ, H*] *H, Θ* bq.
14: *ἐπεί*] *καὶ ἐπεί* bq.
20: *ἰσάκις*] *ὁσάκις* q.
22: *ἀνάλογον*] om. bq.
ἐν] *ἔν τε* b.
τε] om. b.
23: *ἔτι*] om. bq.
24: *ἐν*] *εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ N, Ξ, M, O ἑξῆς ἐλάχιστοι* bq.
p. 284, 1: *εἰ γὰρ μή*] om. bq.
2: *ἀνάλογον*] om. bq.

5: οὕτως] bis q.
7: τε] om. bq.
0: μετροῦσι bq.; item lin. 15.
0: ἀνάλογον] om. bq.
1: τόν] om. bq.
2: τόν] (bis) om. bq.
3: ἄρα] om. b.
ἀνάλογον] om. bq.
10: Γ, Ε, Δ] in ras. m. 1 b.
15: καί] om. bq.[1])
16: πεποίηκεν] (prius) πεποίηκε q.
17: Δ] e corr. m. rec. b.
18: Δ] e corr. m. rec. b.
ὡς δέ — τὸν Θ] om. b.
7: μετρῇ] μετρεῖ q.
13: μετροῦσιν] μετρήσουσι bq.
14: εἰ — 15: τὸν Γ] λέγω γάρ ὅτι οὐ μετρεῖ ὁ Α τὸν Γ bq.
15: καὶ ὅσοι] ὅσοι γάρ bq.
17: τοῖς Α] in ras. m. 1 b.
1: ἤ] εἰ q.
γάρ] γὰρ Ζ q.
6: μετρήσει] μετρεῖ bq.
9: μετρῇ] μετρεῖ q.
14: οὐ] μή q.
οὐδέ] οὐδ' q.
15: μετρήσει] μετρήσει· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ὁ Α τὸν Δ μετρεῖν q.
16: ὁ] τό q.
20: μεταξύ — ἀνάλογον] om. bq.
8: Γ, Δ, Β] Β, Γ, Δ bq.
10: εἰσί q.
11: εἰσί q.
14: καί — 15: τὸν Ζ] om. q.

---

itaque quoniam bq p. 286, 13 sq. cum P consentiunt, Theonis in adnotatione ad locum illum tollendum est.

p. 292, 18: ἔχοντας] ἔχοντας αὐτοῖς bq.
22: καί] καὶ ὁ q.
p. 294, 1: εἰσί q.
καὶ οἱ — 2: εἰσίν] om. b.
3: ἄρα] om. b.
10: ὦσι bq.
14: μεταξύ] ἑξῆς μεταξύ bq.
19: μεταξύ] supra scr. m. 1 b.
20: ἐμπεπτώκασιν] ἐμπίπτουσιν b.
21: τῆς] τῆς E bq.
p. 296, 1: πεποίηκε bq; item lin. 2, 3, 4.
6: Z, H] H, Z bq; item lin. 7.
p. 296, 10: τῶν] om. b.
ἐστὶν ὁ] ἐστὶ καὶ ὁ bq.
12: ἄρα τόν] ἄρα τό q.
μετρεῖ] om. b.
p. 298, 2: ἴσος — 3: A] ὁ δὲ M τῷ A ἐστιν ἴσος bq.
6: H] K, ut uidetur, q.
8: τοσοῦτοι] οὕτως b.
12: ι′] om. q.
ἑκατέρου] om. bq; γρ. ἑκατέρου mg. m. rec. b.
15: μεταξύ] ἑξῆς μεταξύ bq.
21: οἵ τε] corr. ex ὅτε q.[1])
p. 300, 8: ἄρα] om. b.
10: πεποίηκε bq.
11: E] e corr. m. rec. b.
13: δέ] om. q.
15: E] corr. ex Θ m. rec. b.
16: πεποίηκε bq; deinde add. b mg. m. rec.: τὸν δὲ Z πολλαπλασιάσας τὸν Θ πεποίηκε.
μέν] om. b.
17: πεποίηκε bq; item lin. 18, 19.
19: μέν] om. bq.
23: καὶ ὡς — 24: τὸν H] supra scr. m. 1 q.
25: τῶν] τόν q.

1) P. 298, 21 in adnot. addatur: τε] om. BVφ.

[: *ἀλλ' ὡς ὁ E πρὸς τόν*] in ras. m. 1 q.
l: *τῶν*] *τόν* q.
}: *K*] in ras. q.
Δ] in ras. q.
): *B*] e corr. m. 1 b.
l: *καὶ ὡς* — 13: *τὸν Δ*] om. bq.
1: *Γ γάρ*] *γὰρ Γ* bq.
4: *πεποίηκε* bq.
8: *διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί*] *πάλιν ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν E πεποίηκεν, ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν B πεποίηκε, δύο δὴ ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ ἕνα καὶ τὸν αὐτὸν τὸν* (om. b) *Δ πολλαπλασιάσαντες τοὺς E, B πεποιήκασιν· ἔστιν ἄρα* bq.
9: *B*] *B. ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E* bq.
0: *ἄρα*] om. q.
1: *ἀριθμός*] *ἀριθμὸς ὁ E* bq.
2: *ἑαυτόν*] *ἑαυτὸν μέν* bq.
4: *τῶν*] corr. ex *τόν* m. 1 q.
6: *καὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν E πεποίηκεν*] om. bq.
7: *μέν*] om. bq.[1])
πεποίηκε bq; item lin. 8.
10: *πεποίηκε* q; item lin. 11.
17: *Δ*] *Δ, οὕτως τε* (om. q) *ὁ K πρὸς τὸν B· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ* bq.
ὅ τε] *τε ὁ* bq.
4: *τόν*] om. q.
8: *τῷ*] om. q.
10: *μὲν ὁ*] *ὁ μέν* bq.
14: *τετράγωνος πρὸς τετράγωνον*] *τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν* bq.
22: *εἰσιν*] comp. *ἐστιν* corr. ex comp. *εἰσιν* b.

---

[1]) . 306, 6 in adnot. scribatur: „6. *καὶ ὁ — πεποίηκεν*] 'heon (BVφ). 7. *μέν*] om. BVφ."

p. 310, 23: *B*] e corr. m. 1 b.
p. 312, 1: εἴσιν] εἴσι bq.
4: πάλιν — μετρείτω] ἀλλὰ δὴ μετρείτω ὁ *Ι* τὸν *Δ* bq.
7: *B*] in ras. m. 1 b.
10: *Δ*, *E*] in ras. m. 1 b.
15: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. bq.
18: καὶ ἐάν — 20: μετρήσει] om. b.
25: ὁ δὲ *Δ* — 26: τὸν *Δ*] καὶ ἔτι ὁ *Γ* τὸν *Δ* πολλαπλασιάσας τὸν Z ποιείτω, ὁ δὲ *Δ* ἑαυτόν bq.
26: Z] *H* bq.
p. 314, 5: εἰ■ q.
10: δή] om. bq.
11: οἱ] καὶ οἱ bq.
12: πρὸς τόν] πρός bq.[1])
13: ὡς] supra scr. m. 1 b.
22: ἀριθμοί] om. bq.
24: μετρεῖ] μετρήσει b.
25: εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ *Γ* τὸν *Δ*, μετρήσει] mg. m. rec. b; εἰ γὰρ ὁ *Γ* τὸν *Δ* μετρεῖ, μετρήσει q.
26: οὐδέ] οὐδ' bq.
p. 316, 3: γάρ] γὰρ μή b, sed μή eras.
καί] e corr. m. rec. b.
5: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. bq.
21: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. bq.
p. 318, 1: ὅμοιοι] om. q.
13: πολυπλασιάσας b, sed syll. λυ in ras. m. 1; item lin. 15, 17, 18.[2])
14: πεποίηκε bq; item lin. 17, 23.
17: *Δ*] corr. ex *H* m. rec. q.
22: πολυπλασιάσας b; item lin. 23.
28: εἴσι q.
p. 320, 4: ἑξῆς] ἐξ ἀρχῆς q.

---

1) Ergo τόν cum P omittendum.

2) Itaque fortasse haec forma uocabuli in hac prop. cum P seruanda est.

: ὁ Γ] sic bq.[1])
: ἤ] καί b.
: οἱ] ἀριθμοὶ οἱ bq.
: E] E ἀριθμοί q.
: στερεοί] στερεοὶ ἀριθμοί b.
: μὲν ὁ] sic bq.[2])
: καί] ἤ bq.
: γάρ] δή q.
τὸν Δ] sic bq.[3])
1: εἰσί q.
3: καί] ἔστιν ἄρα ὡς ὁ K πρὸς τὸν M, ὁ M πρὸς τὸν Λ, καί q.
7: πεποίηκε bq; item lin. 23, 25.
0: M, Λ] Λ, M bq.
4: διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί] πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν E, οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Θ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστίν bq.
6: M, Λ] Λ, M bq.
εἰσιν] om. b.
9: N] corr. ex H m. rec. b.
1: Γ, Δ, E] Δ, E q.
4: Λ] corr. ex Δ m. rec. b.
τόν] τὸν ἐκ τῶν Z, H τόν bq.
7: N] corr. ex H m. rec. b.
8: τόν] om. bq.
τόν] om. b.
N] corr. ex H m. rec. b.
30: H] e corr. m. rec. b.
καὶ ὡς] ὡς bq.
1: Z] in ras. m. 1 b.
5: N] corr. ex H m. rec. b.
6: H] H καὶ ὁ E πρὸς τὸν Θ q.
9: N] corr. ex H m. rec. b.

---

adn. p. 320, 8 delendum „corr. ed. Basil.“.
adn. p. 320, 19 deleatur „ὁ μέν Vφ“; habent μὲν ὁ.
adn. p. 320, 25 addatur: „25. τὸν Δ] τὸν μὲν Δ BVφ.“

p. 324, 11: τόν] bis b.
12: Ξ] *E* q. *B*] *Θ* q.
13: καί] καὶ ὡς b.
26: ἀλλ' ὡς] ὡς δέ b.
28: ἄρα] om. bq.
p. 326, 7: οἱ] om. bq.
10: ἀριθμὸς ὁ *Γ*] ὁ *Γ* ἀριθμός bq.
13: *A*, *Γ*] *A*, *B*, *Γ* mutat. in *A*, *Γ*, *B* m. rec. b; *A*, *Γ*, *B* q.
E] seq. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Δ* πρὸς τὸν *E*, ὁ *A* πρὸς τὸν *Γ*. ἀλλ' ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *Γ*, οὕτως ὁ *Γ* (corr. ex *A* b) πρὸς τὸν *B*. καὶ ὡς ἄρα ὁ *Δ* πρὸς τὸν *E*, ὁ *Γ* πρὸς τὸν *B* q et mg. m. rec. b.
ἰσάκις] mut. in ὁσάκις m. rec. b.
ἄρα] mutat. in δέ m. rec. b.
14: καὶ ὁ *E* — 15: μετρεῖ] om. b.
δή] δέ q.[1])
16: πεποίηκε q. Seq. τὸν δὲ *E* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* πεποίηκεν q et mg. m. rec. b.
17: ἐστι q. οἱ] αἱ q.
19: *Γ*, *B*] *B*, *Γ* bq.
p. 328, 3: ὁ *Z* — τὸν *A*] ἑκάτερος τῶν *Z*, *H* τὸν *E* πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν *Γ*, *B* bq.
5: *Δ*] *Z* bq. τὸν *E*] *H* bq.
6: *A* — ὁ] om. bq.
τόν] om. bq.
πάλιν — 9: τὸν *B*] om. bq.
9: τόν] om. bq.
10: τόν] (prius) om. bq.
11: τόν] om. b.
καί — 12: τὸν *H*] om. bq.
13: ἀριθμοί εἰσιν] εἰσιν ἀριθμοί bq.[2])
17: ὅμοιοι] om. b.

---

1) In adn. p. 326, 14 addatur: „14. δή] corr. ex δέ B", in adn. ad p. 326, 20 deleatur „et B (corr. m. 1)".

2) Ergo hic ordo uerborum cum P praeferendus erat.

23: *Δ*] *Δ*, *B* bq. *H*] *H*, *Θ* b, sed corr.
25: *εἰσί* q.
26: *ὁ Z — ἀριθμοί*] om. bq.
2: *τοῦ πρό*] om. bq.
4: *τόν*] om. bq.
5: *τόν*] om. bq.
καί] supra scr. m. rec. b.
6: *τοῖς*] *τοι* b.
καί — 7: *A*, *Γ*, *Δ*] om. bq.
12: *ὅ τε*] *ὅτι ὁ* q.
17: *N*] corr. ex *H* m. rec. b.
18: *πεποίηκε* bq.
20: *N*] corr. ex *H* m. rec. bq.
22: *δή*] *δέ* bq.
E] *H* bq.[1])
1: *Γ*] *B* bq [1])
5: *πεποίηκε* q.
6: *ἐστίν*] om. b. *εἰσιν*] om. bq.
7: *εἰσι* q.
8: *τόν*] corr. ex *τό* m. rec. b.
12: *τὸν M*] *M* q.
15: *Ξ*] post ras. 1 litt. b.
16: *ὅμοιοι*] *οἱ* q, om. b.
19: *τρίτος*] $\overline{\gamma}$ b.
22: *λέγω*] *λέγω δή* b.
24: *Γ*] e corr. m. rec. b.
25: *εἰσι* q.
26: *-τράγωνος δὲ ὁ A τε-*] mg. m. rec. b.
Γ] *B* bq.
7: *ἐστίν*] *ἔσται* bq.
12: *κδ'*] om. q.
14: *ὅν*] corr. ex *ἥ* m. rec. b.
15: *τετράγωνος ἥ*] *ἡ τετράγωνος* bq.
17: post *B* ins. *λόγον* m. rec. b.
λόγον] om. bq.

---

a adn. p. 330, 22 addatur: „*ὁ E τὸν Γ*] *ὁ H τὸν B* B V φ)“.

p. 334, 19: ἔστω] ἔσται q.
22: εἰσι q.
23: Γ] in ras. m. 1 b.
τόν] om. bq.
24: τόν] om. bq.
p. 336, 8: Δ] e corr. m. rec. b.
δή] δέ b; om. q.[1])
10: γάρ οἱ] γὰρ ὁ b.
ὅμοιοι] ἄρα ὅμοιοι bq.
11: εἰσι q.
12: μεταξύ] in hoc uocabulo desinit q fol. 165ᵘ; λείπ. φύλλα η̄ mg.; rursus incipit p. 372, 15, u. u. adn. (ἐνταῦθα λείπουσι φύλλα η̄ mg. fol. 166ʳ).
p. 338, 5: τετράγωνοι] τεταραγμένοι b.
22: Ε] e corr. m. rec. b.
25: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.

IX.

p. 340, 9: Α] e corr. m. rec. b.
10: πεποίηκε b.
14: δέ] om. b.
17: τῶν] corr. ex τόν m. rec. b.
19: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.
p. 342, 4: ἀριθμοί] om. b.
5: ἔστωσαν — 6: ποιείτω] δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πρὸς (mutat. in πολλαπλασιάσαντες m. rec.) ἀλλήλους τετράγωνον τὸν Γ ποιείτωσαν b.
11: ἔστιν ἄρα] om. b.
12: τόν] bis om. b.
14: ἐμπίπτει] ἐμπίπτει ἀριθμός b.
17: ἐάν — ἐμπίπτῃ] om. b; ὧν δὲ ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει mg. m. rec.
18: οἱ ἄρα] ἄρα οἱ b.

---

1) Itaque δή cum P delendum, ut suspicatus eram.

: πεποίηκε b.
: πρὸς τόν] πρός b.
: τὸν Δ] Δ b.
: τοῦ Α] om. b; post ἀριθμοῦ ins. m. rec.
: τόν] om. b.
: ἐμπίπτωσιν] ἐμπιπτέτωσαν b.
: δεύτερος] τέταρτος b.
: ἐστίν] om. b.
: ὅτι] om. b.
: γὰρ Α] Α γάρ b.
: οἱ Α, Β] ante ras. 2 litt. b.
: Α] corr. ex Δ m. 1 b.
κύβος ἄρα ἐστί] ἔστιν ἄρα b.
: Α] πρῶτος b.
: πεποίηκε b.
: ἑαυτόν] ἑαυτὸν μέν b.
: ὁ Α — 22: τὸν Β] τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν b.
: καὶ ὡς] ὡς b.
1: ὁ Α] οὕτως ὁ Α b, Α e corr. m. rec.
3: ἐστι κύβος] ἐστι ὁ κύβος b, sed ὁ deletum.
1: ὑπό] corr. ex ὑπέρ m. rec. b.
4: ἐπεί — 15: μονάδας] om. b.
5: πεποίηκε b.
7: ὁ ἐκ] ἐκ b.
4: ἔσται] ἐστί b.
ὁ] πάντες, ὁ b.
1: πάντες] om. b.
2: post διαλείποντες add. πάντες b.
4: ὅτι] om. b.
6: πάντες] om. b.
8: ἅμα] ἄρα b.
Ante τετράγωνος eras. ὁ b.
9: πάντες] ἅπαντες b.
10: Post ἡ ras. 1 litt. b.
12: μονάς] ἡ μονάς b.
ἀριθμόν] om. b.

p. 352, 14: τῷ *A*] αὐτῷ b.
15: πεποίηκε b.
17: καὶ ὁ *Δ* ἄρα] ἄρα καὶ ὁ *Δ* b.
20: πάντες] om. b.
τέταρτος] $\overline{Δ}$ b.
23: *A*] *A* ἀριθμόν b.
οὕτως — 24: ἀριθμόν] mg. m. rec. b.
p. 354, 3: πεποίηκε b; item lin. 4.
7: ὁ] m. rec. b.
8: μονάδος] μονάδος ὁ *Z* b.[1])
12: μονάδος] τῆς μονάδος b.
ἑξῆς — 13: ἀριθμοί] ἀριθμοὶ ἑξῆς b.
17: μονάδος] τῆς μονάδος b.
p. 356, 10: τέταρτος] $\overline{Δ}$ b.
15: *B*] *B* μετρεῖ b.
21: εἰσι b.
p. 358, 8: μονάδος] τῆς μονάδος b.
ὁσοιδηποτοῦν] ὁποσοιδηποτοῦν b.
22: ὁμοίως — 23: ἐστι] om. b.
25: δή] om. b.
ἔστω ὁ *A*] corr. ex ἔστωσαν m. rec. b.
οὐδ'] οὐδέ b.
p. 360, 5: τόν] bis om. b.
16: τετάρτου] $\overline{Δ}$ b.
19: μονάδος] τῆς μονάδος b.
20: ἐλάσσων b.
23: μονάδος] τῆς μονάδος b.
25: ἐλάχιστος] ἐλάσσων b.
p. 362, 8: πόρισμα — 11: αὐτοῦ] om. b.
17: ὁποσοιδηποτοῦν] ὁσοιδηποτοῦν b.
22: μὴ γάρ] μὴ γὰρ μετρείτω ὁ *E* τὸν *A* b.
p. 364, 1: *E*] corr. ex *A* m. 1 b.
3: μετρείτω] μετρείτω δέ b.
4: πεποίηκε b.

---

1) In adnotatione p. 354, 8 addatur: „μονάδος] μονάδος ὁ Z Theon (BVφ)“.

29: ἔχοντας] ἔχοντας αὐτοῖς b.
2: ἡγούμενον] τὸν ἡγούμενον b.
5: ὑπό] ἀριθμοὶ ὑπό b.
7: οὐ] om. b.
14: ἑξῆς] om. b.
5: πᾶς] ἅπας b.
6: ὁ *E* — 7: μετρεῖται] om. b.
22: ὁ *Z* οὐκ ἔστι] οὐκ ἔστιν ὁ *Z* b.
23: εἰ γάρ] εἰ γάρ ἐστι πρῶτος b.
2: ἅπας — 3: μετρεῖται] om. b.
3: ὁ *Z* ἄρα ὑπὸ πρώτου] ὑπὸ πρώτου ἄρα b.
21: ἀνάλογον] ἄλογον b.
1: ὑπό] ἐκ τῶν b.
6: *Δ*] e corr. m. rec. b.
7: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.
20: πεποίηκε b.
22: πολυπλασιάσαντες b.
23: τόν] corr. ex αὐτόν b.
25: μετρήσουσι b.
2: μετροῦσιν] μετρήσουσιν b.
14: ὁποιοιοῦν] ὁποιοῦν b.[1])
20: πεποίηκε b; item lin. 21, 22.
22: εἰσι b. 24: ὧσι b.
2: ἐστι b.
3: ἐὰν δέ — 5: ὥστε] καί b.
5: *ZΔ*] *ΔZ* b, sed *Z* e corr. m. 1.
6: *ΔE*] *ΔE* ἄρα b.
ὥστε — 7: ἐστιν] om. b.
8: γάρ] δέ b. ἐκ] ἀπό b.
10: ἐστιν] ἐστιν. ὥστε ὁ ἐκ τῶν *ZΔ*, *ΔE* καὶ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ *EZ* πρῶτός ἐστιν b.
13: ἐστιν] ἐστι b.
17: εἰσι b.
19: καί] ὥστε καί b. ἐκ] ὑπό b.
21: ἐκ] sic b.[2])

---

n adn. p. 374, 13 scribatur „ἐχόντων λόγον V“.
Ergo in adn. p. 376, 21 nomen Theonis deleatur.

Ὅροι.

α'. Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

β'. Πολλαπλάσιον δὲ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

γ'. Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητά ποια σχέσις.

δ'. Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

ε'. Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι πρῶτον πρὸς δεύτερον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ἢ ἅμα ἴσα ᾖ ἢ ἅμα ἐλλείπῃ ληφθέντα κατάλληλα.

ς'. Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον μεγέθη ἀνάλογον καλείσθω.

Def. 1. Hero def. 120, 1. Barlaam logist. I def. 1. 2. Hero def. 121. Barlaam I def. 2. 3. Hero def. 127. Psellus p. 8. 4. Hero def. 123, 1. 5. Hero def. 124. 6. Hero def. 124.

---

1. ὅροι] om. PBFp. numeros om. codd. omnes. 2. ἔλαττον Hero. 4. ἐλάσσονος V, ut lin. 5. 7. ποια] P, Hero; πρὸς ἄλληλά ποια Theon (BFV p), Campanus. Post σχέσις add. ἀναλογία δὲ ἡ τῶν λόγων ταυτότης Bp, Campanus; mg. m. 2 P V; mg. bis m. 1 et m. 2 F; om. Hero. 8. ἔχειν]

Liber V.

Definitiones.

Pars est minor magnitudo maioris, si maiorem r.

Multiplex autem maior est minoris, si minor ıetitur.

Ratio est duarum eiusdem generis magnitudinum um quantitatem quaelibet habitudo.

Rationem inter se habere magnitudines dicunae multiplicatae altera alteram superare possunt.

In eadem ratione magnitudines esse dicuntur ad secundam et tertia ad quartam, si primae iiae aeque multiplices secundae et quartae aeque ılices aut simul superant aut simul aequales ıut simul minores sunt suo ordine[1]) sumptae.

Magnitudines autem eandem rationem habentes rtionales uocentur.

Hoc est: ita ut coniungantur prima secundae, tertia quarrespondeat loco et ordine prima tertiae, secunda quartae. si $Ma \gtreqless Nb$ et simul $Mc \gtreqless Nd$, erit $a : b = c : d$. ınkel: Zur Gesch. der Mathemat. p. 390.

---

a m. 1 P. 9. ὑπερέχειν] -ειν in ras. V. 14. πολλα- ·σμῶν P, corr. m. 1. 15. ὑπερέχει B. ἤ] supra m. ἐλλείπει B. ληφθέντα] -η- e corr. m. 2 V. Deff. ·ermutauit P; ut nos BFVp, Campanus; ex Herone nihil di potest, cum etiam def. 8—9 ante def. 7 habeat. ἔχοντα λόγον μεγέθη] λόγον ἔχοντα μεγέθη F; ἔχοντα η λόγον V. ἀνάλογον] λόγον ἀνάλογον post ras. 7 litt. . transit m. 2 F.

Ἔστω ὁποσαοῦν μεγέθη τὰ *ΑΒ*, *ΓΔ* ὁποσωνοῦν μεγεθῶν τῶν *Ε*, *Ζ* ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον· λέγω, ὅτι ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ *ΑΒ* τοῦ *Ε*, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ *ΑΒ*, *ΓΔ* τῶν *Ε*, *Ζ*.

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *ΑΒ* τοῦ *Ε* καὶ τὸ *ΓΔ* τοῦ *Ζ*, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ *ΑΒ* μεγέθη ἴσα τῷ *Ε*, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ *ΓΔ* ἴσα τῷ *Ζ*. διῃρήσθω τὸ μὲν *ΑΒ* εἰς τὰ τῷ *Ε* μεγέθη ἴσα τὰ *ΑΗ*, *ΗΒ*, τὸ δὲ *ΓΔ* εἰς τὰ τῷ *Ζ* ἴσα τὰ *ΓΘ*, *ΘΔ*· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν *ΑΗ*, *ΗΒ* τῷ πλήθει τῶν *ΓΘ*, *ΘΔ*. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν *ΑΗ* τῷ *Ε*, τὸ δὲ *ΓΘ* τῷ *Ζ*, ἴσον ἄρα τὸ *ΑΗ* τῷ *Ε*, καὶ τὰ *ΑΗ*, *ΓΘ* τοῖς *Ε*, *Ζ*. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἴσον ἐστὶ τὸ *ΗΒ* τῷ *Ε*, καὶ τὰ *ΗΒ*, *ΘΔ* τοῖς *Ε*, *Ζ*· ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ *ΑΒ* ἴσα τῷ *Ε*, τοσαῦτα καὶ ἐν τοῖς *ΑΒ*, *ΓΔ* ἴσα τοῖς *Ε*, *Ζ*· ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΑΒ* τοῦ *Ε*, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ *ΑΒ*, *ΓΔ* τῶν *Ε*, *Ζ*.

Ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

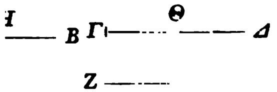
β'.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλά-

---

6. *πολαπλάσιον* P. *τοῦ*] in ras. V. 7. *ἐστίν*] *μεγέθη ἐστίν* V. *μεγέθη*] om. V. 9. *τῷ*] corr. ex *τῶν* m. 1 B. *ἴσα*] corr. ex *οὖσα* m. 1 V. 10. *εἰς*] *εἰ* p. *τῷ*] corr. ex *τῶν* m. 1 B. 11. *ἴσον*] m. 2 V. *ΑΗ*, *ΗΒ*] Pφ; *ΓΘ*, *ΘΔ* BVp. 12. *ΓΘ*, *ΘΔ*] Pφ; *ΑΗ*, *ΗΒ* BVp. *ἴσον*] m. 2 V. 14. *τό*] in ras. p. Emendatio ed. Basil. lin. 13: *ἴσα ἄρα καὶ τὰ ΑΗ*, *ΓΘ τοῖς Ε*, *Ζ* et lin. 15: *καὶ τὸ ΘΔ τῷ Ζ*,

t quotlibet magnitudines AB, $\Gamma\Delta$ quotlibet magnitudinum E, Z numero aequalium singulae singularum aeque multiplices. dico, quoties



lex sit AB magnitudinis E, toties multiplicem $B + \Gamma\Delta$ magnitudinis $E + Z$.

n quoniam AB magnitudinis E et $\Gamma\Delta$ magni- Z aeque multiplices sunt, quot sunt in AB ;udines magnitudini E aequales, totidem etiam ' sunt magnitudini Z aequales. diuidatur AB ;nitudines magnitudini E aequales AH, HB et $\Gamma\Delta$ gnitudines magnitudini Z aequales $\Gamma\Theta$, $\Theta\Delta$. numerus magnitudinum AH, HB numero tudinum $\Gamma\Theta$, $\Theta\Delta$ aequalis erit. et quoniam $= E$ et $\Gamma\Theta = Z$, erit $AH = E$ et $AH + \Gamma\Theta$ $+ Z$. eadem de causa $HB = E$ et $HB + \Theta\Delta$ $+ Z$. itaque quot sunt in AB magnitudines maini E aequales, totidem etiam sunt in $AB + \Gamma\Delta$ tudini $E + Z$ aequales. itaque quoties multi- ;st AB magnitudinis E, toties multiplex erit $AB + \Gamma\Delta$ magnitudinis $E + Z$.

go si datae sunt quotlibet magnitudines quotlibet tudinum numero aequalium singulae singularum multiplices, quoties multiplex est una magnitudo , toties etiam omnes omnium erunt multiplices; erat demonstrandum.

II.

prima secundae et tertia quartae aeque multi-

α καὶ τὰ HB, $\Theta\Delta$ necessaria non est. 21. ἐστι V. 25. ον φ (non F).

σιον καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου.

Πρῶτον γὰρ τὸ *ΑΒ* δευτέρου τοῦ *Γ* ἰσάκις ἔστω πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ *ΔΕ* τετάρτου τοῦ *Ζ*, ἔστω δὲ καὶ πέμπτον τὸ *ΒΗ* δευτέρου τοῦ *Γ* ἰσάκις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τὸ *ΕΘ* τετάρτου τοῦ *Ζ*· λέγω, ὅτι καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ *ΑΗ* δευτέρου τοῦ *Γ* ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ *ΔΘ* τετάρτου τοῦ *Ζ*.

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *ΑΒ* τοῦ *Γ* καὶ τὸ *ΔΕ* τοῦ *Ζ*, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ *ΑΒ* ἴσα τῷ *Γ*, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ *ΔΕ* ἴσα τῷ *Ζ*. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὅσα ἐστὶν ἐν τῷ *ΒΗ* ἴσα τῷ *Γ*, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ *ΕΘ* ἴσα τῷ *Ζ*· ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν ὅλῳ τῷ *ΑΗ* ἴσα τῷ *Γ*, τοσαῦτα καὶ ἐν ὅλῳ τῷ *ΔΘ* ἴσα τῷ *Ζ*· ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΑΗ* τοῦ *Γ*, τοσαυταπλάσιον ἔσται καὶ τὸ *ΔΘ* τοῦ *Ζ*. καὶ συντεθὲν ἄρα πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ *ΑΗ* δευτέρου τοῦ *Γ* ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ *ΔΘ* τετάρτου τοῦ *Ζ*.

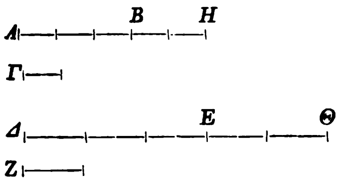
Ἐὰν ἄρα πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

6. δευτέρου] corr. ex δεύτερον V. 13. ἐστίν P. 16. *Γ*] corr. ex *Α* m. 2 F. 17. *ΕΘ*] *ΕΒ* φ. 18. *ΔΘ*] corr. ex *ΑΗ* m. 1 P. *Ζ*] corr. ex *Γ* m. 1 P. 19. ἐστίν P. 20. τὸ πρῶτον P. 21. ἔσται] ἔστω B, ἐστι p.

plices sunt, et quinta secundae sextaque quartae aeque multiplices, etiam prima quintaque compositae secundae et tertia sextaque compositae quartae aeque multiplices erunt.

nam prima AB secundae Γ et tertia ΔE quartae Z aeque multiplices sint, et quinta BH secundae Γ sextaque $E\Theta$ quartae Z aeque multiplices sint. dico, etiam primam quintamque compositas AH secundae Γ et tertiam sextamque compositas $\Delta\Theta$ quartae Z aeque multiplices esse.



nam quoniam AB magnitudinis Γ et ΔE magnitudinis Z aeque multiplices sunt, quot sunt in AB magnitudini Γ aequales, tot etiam in ΔE sunt magnitudini Z aequales. eadem de causa etiam, quot sunt in tota BH magnitudini Γ aequales, tot etiam in $E\Theta$ sunt magnitudini Z aequales. quare quot sunt in tota AH magnitudini Γ aequales, totidem etiam in tota $\Delta\Theta$ sunt magnitudini Z aequales. itaque quoties multiplex est AH magnitudinis Γ, toties multiplex erit etiam $\Delta\Theta$ magnitudinis Z. itaque etiam prima et quinta compositae AH secundae Γ aeque multiplices erunt ac tertia sextaque $\Delta\Theta$ quartae Z.

Ergo si prima secundae et tertia quartae aeque multiplices sunt, et quinta secundae sextaque quartae aeque multiplices, etiam prima quintaque compositae secundae et tertia sextaque compositae quartae aeque multiplices erunt; quod erat demonstrandum.

γ΄.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου, καὶ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον τὸ μὲν τοῦ δευτέρου τὸ δὲ τοῦ τετάρτου.

Πρῶτον γὰρ τὸ *Α* δευτέρου τοῦ *Β* ἰσάκις ἔστω πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ *Γ* τετάρτου τοῦ *Δ*, καὶ εἰλήφθω τῶν *Α*, *Γ* ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ *ΕΖ*, *ΗΘ*· λέγω, ὅτι ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *ΕΖ* τοῦ *Β* καὶ τὸ *ΗΘ* τοῦ *Δ*.

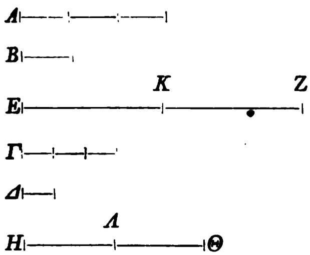
Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *ΕΖ* τοῦ *Α* καὶ τὸ *ΗΘ* τοῦ *Γ*, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ *ΕΖ* ἴσα τῷ *Α*, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ *ΗΘ* ἴσα τῷ *Γ*. διῃρήσθω τὸ μὲν *ΕΖ* εἰς τὰ τῷ *Α* μεγέθη ἴσα τὰ *ΕΚ*, *ΚΖ*, τὸ δὲ *ΗΘ* εἰς τὰ τῷ *Γ* ἴσα τὰ *ΗΛ*, *ΛΘ*· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν *ΕΚ*, *ΚΖ* τῷ πλήθει τῶν *ΗΛ*, *ΛΘ*. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *Α* τοῦ *Β* καὶ τὸ *Γ* τοῦ *Δ*, ἴσον δὲ τὸ μὲν *ΕΚ* τῷ *Α*, τὸ δὲ *ΗΛ* τῷ *Γ*, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *ΕΚ* τοῦ *Β* καὶ τὸ *ΗΛ* τοῦ *Δ*. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *ΚΖ* τοῦ *Β* καὶ τὸ *ΛΘ* τοῦ *Δ*. ἐπεὶ οὖν πρῶτον τὸ *ΕΚ* δευτέρου τοῦ *Β* ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ *ΗΛ* τετάρτου τοῦ *Δ*, ἔστι δὲ καὶ πέμπτον τὸ *ΚΖ* δευτέρου τοῦ *Β* ἰσάκις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τὸ *ΛΘ* τετάρτου τοῦ *Δ*, καὶ συν-

---

4. τε] om. BVp. 10. *εἰλήφθωσαν* p. 11. *ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον*] *ὁσαπλάσιον* P. *Β*] in ras F. 14. *ἐστίν*] supra F. *ἴσα*] m. 2 P. 15. *καί*] *δὴ καί* V. 16. *τό*] m. 2 V. *εἰς τά*] in ras. m. 2 V. 20. *δέ*] (prius) supra m. 2 comp. V. 22. *ἐστίν* P. 23. *τοῦ Δ*] postea add. F. 25. *ἐστίν* P.

III.

Si prima secundae et tertia quartae aeque multiplices sunt, et primae tertiaeque aeque multiplices sumuntur, etiam ex aequo[1]) magnitudinum sumptarum altera secundae altera quartae aeque multiplices erunt singulae singularum.



Nam prima A secundae B et tertia Γ quartae Δ aeque sint multiplices, et sumantur magnitudinum A, Γ aeque multiplices $EZ, H\Theta$. dico, EZ magnitudinis B et $H\Theta$ magnitudinis Δ aeque multiplices esse.

nam quoniam EZ magnitudinis A et $H\Theta$ magnitudinis Γ aeque multiplices sunt, quot sunt in EZ magnitudines magnitudini A aequales, totidem etiam in $H\Theta$ sunt magnitudini Γ aequales. diuidatur EZ in magnitudines magnitudini A aequales EK, KZ, et $H\Theta$ in magnitudines magnitudini Γ aequales $H\Lambda$, $\Lambda\Theta$. erit igitur numerus magnitudinum EK, KZ numero magnitudinum $H\Lambda$, $\Lambda\Theta$ aequalis. et quoniam A magnitudinis B et Γ magnitudinis Δ aeque multiplices sunt, et $EK = A$, $H\Lambda = \Gamma$, erunt EK magnitudinis B et $H\Lambda$ magnitudinis Δ aeque multiplices. eadem de causa KZ magnitudinis B et $\Lambda\Theta$ magnitudinis Δ aeque multiplices sunt. iam quoniam prima EK secundae B et tertia $H\Lambda$ quartae Δ aeque

1) Hic non proprie ad definitionem rationis δι' ἴσου (17) respicitur.

τεθὲν ἄρα πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ ΕΖ δευτέρου τοῦ Β ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ΗΘ τετάρτου τοῦ Δ.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, καὶ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον τὸ μὲν τοῦ δευτέρου τὸ δὲ τοῦ τετάρτου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ´.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Πρῶτον γὰρ τὸ Α πρὸς δεύτερον τὸ Β τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ Γ πρὸς τέταρτον τὸ Δ, καὶ εἰλήφθω τῶν μὲν Α, Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Ε, Ζ, τῶν δὲ Β, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Ε πρὸς τὸ Η, οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ Θ.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Ε, Ζ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ, Λ, τῶν δὲ Η, Θ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ, Ν.

[Καὶ] ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν Ε

---

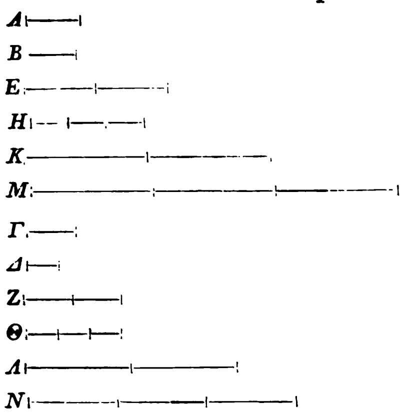
5. δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου V; cfr. p. 12, 3—4. 8. δεῖξαι] ποιῆσαι V. 18. Γ] corr. ex B F. 19. τά] postea add. m. 2 F. ἅ] m. 2 F. 20. ἐστίν] om. V. 21. Η ἐστιν V. 23. ἄλλα, ἃ ἔτυχεν] mg. m. 2 V. ἅ] supra F. 24. Ν] in ras. m. 1 p. 25. καί] m. 2 P. ἐστιν P.

multiplices sunt, et quinta KZ secundae B sextaque $\Lambda\Theta$ quartae Δ aeque multiplices sunt, etiam prima quintaque compositae EZ secundae B et tertia sextaque compositae $H\Theta$ quartae Δ aeque multiplices erunt [prop. II].

Ergo si prima secundae et tertia quartae aeque multiplices sunt, et primae tertiaeque aeque multiplices sumuntur, etiam ex aequo magnitudinum sumptarum altera secundae altera quartae aeque multiplices erunt singulae singularum; quod erat demonstrandum.

IV.

Si prima ad secundam eandem rationem habet ac tertia ad quartam, etiam primae tertiaeque aeque multiplices ad secundae quartaeque aeque multiplices qualibet multiplicatione productas eandem rationem habebunt suo ordine sumptae.



Sit enim $A : B = \Gamma : \Delta$, et sumantur magnitudinum A, Γ aeque multiplices E, Z et magnitudinum B, Δ aliae quaeuis aeque multiplices H, Θ. dico, esse $E : H = Z : \Theta$.

sumantur enim magnitudinum E, Z aeque multiplices K, Λ et magnitudinum H, Θ aliae quaeuis aeque multiplices M, N. iam quoniam E magnitudinis A, et Z

τοῦ Α, τὸ δὲ Ζ τοῦ Γ, καὶ εἴληπται τῶν Ε, Ζ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ, Λ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Κ τοῦ Α καὶ τὸ Λ τοῦ Γ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Μ τοῦ Β καὶ τὸ Ν τοῦ Δ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ εἴληπται τῶν μὲν Α, Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ, Λ, τῶν δὲ Β, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ, Ν, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Κ τοῦ Μ, ὑπερέχει καὶ τὸ Λ τοῦ Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν Κ, Λ τῶν Ε, Ζ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ Μ, Ν τῶν Η, Θ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Ε πρὸς τὸ Η, οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ Θ.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον καθ'. ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ληφθέντα κατάλληλα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε'.

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

---

1. τῶν] τό F; corr. m. rec. 2. πολλαπλάσιον] πολλαπλάσια V, corr. m. 1. 5. οὕτω F. 6. μέν] om. Bp. 7. ἅ] supra F. 10. Post ἔλαττον in P repetuntur: καὶ ἐπεὶ ὑπερέχει τὸ Κ τοῦ Μ καὶ τὸ Λ τοῦ Ν καὶ εἰ ἴσον ἴσον καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον. ἐστιν P. Λ] e corr. m. 2 F. 12. ἅ] supra m. 2 P. 16. τε πρώτου] τετάρτου φ (non F). 17. καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον Bp; cfr. p. 14 lin. 14—15. 19. δεῖξαι] corr. ex ποιῆσαι V. Deinde add. Theon: ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὅτι, εἰ ὑπερέχει τὸ Κ τοῦ Μ, ὑπερέχει

magnitudinis Γ aeque multiplices sunt, et sumptae sunt magnitudinum E, Z aeque multiplices K, Λ, erit K magnitudinis A et Λ magnitudinis Γ aeque multiplex [prop. III]. eadem de causa M magnitudinis B et N magnitudinis Δ aeque multiplex est. et quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$, et sumptae sunt magnitudinum A, Γ aeque multiplices K, Λ et magnitudinum B, Δ aliae quaeuis aeque multiplices M, N, si K magnitudinem M superat, etiam Λ magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. et K, Λ magnitudinum E, Z aeque multiplices sunt, M, N autem magnitudinum H, Θ aliae quaeuis aeque multiplices. itaque $E : H = Z : \Theta$ [def. 5].

Ergo si prima ad secundam eandem rationem habet ac tertia ad quartam, etiam primae tertiaeque aeque multiplices ad secundae quartaeque aeque multiplices qualibet multiplicatione productas eandem rationem habebunt suo ordine sumptae; quod erat demonstrandum.

V.

Si magnitudo magnitudinis aeque multiplex est atque ablata ablatae, etiam reliqua reliquae aeque multiplex erit ac tota totius.

καὶ τὸ Λ τοῦ N, καὶ εἰ ἴσον ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον, δῆλον ὅτι καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ M τοῦ K, ὑπερέχει καὶ τὸ N τοῦ Λ, καὶ εἰ ἴσον ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον, καὶ διὰ τοῦτο ἔσται καὶ ὡς τὸ H πρὸς τὸ E, οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Z. Πόρισμα. ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἀνάπαλιν ἀνάλογον ἔσται (FBV; primum *ὅτι* om. B; *οὕτω* pro *οὕτως* F; semper *ἔλασσον* V; in p non exstant nisi ultima inde a *πόρισμα*); idem in P. mg. m. rec. (om. priore *ὅτι*); om. P m. 1, Campanus; cfr. ad prop. VII. 24. *τό*] corr. ex *τοῦ* m. 1 F. *τὸ ὅλον*] supra p.

Μέγεθος γὰρ τὸ *ΑΒ* μεγέθους τοῦ *ΓΔ* ἰσάκις ἔστω πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν τὸ *ΑΕ* ἀφαιρεθέντος τοῦ *ΓΖ*· λέγω, ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ *ΕΒ* λοιποῦ τοῦ *ΖΔ* ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ὅλον τὸ *ΑΒ* ὅλου τοῦ *ΓΔ*.

Ὁσαπλάσιον γάρ ἐστι τὸ *ΑΕ* τοῦ *ΓΖ*, τοσαυταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ *ΕΒ* τοῦ *ΓΗ*.

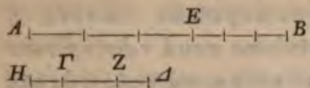
Καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *ΑΕ* τοῦ *ΓΖ* καὶ τὸ *ΕΒ* τοῦ *ΗΓ*, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *ΑΕ* τοῦ *ΓΖ* καὶ τὸ *ΑΒ* τοῦ *ΗΖ*. κεῖται δὲ ἰσάκις πολλαπλάσιον τὸ *ΑΕ* τοῦ *ΓΖ* καὶ τὸ *ΑΒ* τοῦ *ΓΔ*. ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *ΑΒ* ἑκατέρου τῶν *ΗΖ*, *ΓΔ*· ἴσον ἄρα τὸ *ΗΖ* τῷ *ΓΔ*. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ *ΓΖ*· λοιπὸν ἄρα τὸ *ΗΓ* λοιπῷ τῷ *ΖΔ* ἴσον ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *ΑΕ* τοῦ *ΓΖ* καὶ τὸ *ΕΒ* τοῦ *ΗΓ*, ἴσον δὲ τὸ *ΗΓ* τῷ *ΔΖ*, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *ΑΕ* τοῦ *ΓΖ* καὶ τὸ *ΕΒ* τοῦ *ΖΔ*. ἰσάκις δὲ ὑπόκειται πολλαπλάσιον τὸ *ΑΕ* τοῦ *ΓΖ* καὶ τὸ *ΑΒ* τοῦ *ΓΔ*· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *ΕΒ* τοῦ *ΖΔ* καὶ τὸ *ΑΒ* τοῦ *ΓΔ*. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ *ΕΒ* λοιποῦ τοῦ *ΖΔ* ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ὅλον τὸ *ΑΒ* ὅλου τοῦ *ΓΔ*.

Ἐὰν ἄρα μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ ὅλον τοῦ ὅλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

4. ΖΔ] ΔΖ Bp; ΖΔ, seq. ras. 1 litt. et Ζ in ras. V; ΕΖ in ras. F. ἐστιν] ἐστι τό F. 6. ἐστι] ἐστιν ὅλον, deleto ὅλον V. 8. καὶ ἐπεί — 9 : *ΗΓ*] om. p; mg. m. 2 B. 9. ΕΒ] *Β* in ras. F. *ΗΓ*] corr. m. 1 ex *ΓΗ* V; *ΓΗ* B; *Γ̈Ḣ* F.

Sit enim magnitudo AB magnitudinis $\Gamma\Delta$ aeque multiplex atque ablata AE ablatae ΓZ. dico, etiam reliquam EB reliquae $Z\Delta$ aeque multiplicem esse ac totam AB totius $\Gamma\Delta$.



nam quoties multiplex est AE magnitudinis ΓZ, toties multiplex fiat EB magnitudinis ΓH. et quoniam AE magnitudinis ΓZ et EB magnitudinis $H\Gamma$ aeque multiplex est, etiam AE magnitudinis ΓZ et AB magnitudinis HZ aeque multiplex erit [prop. I]. et posuimus AE magnitudinis ΓZ et AB magnitudinis $\Gamma\Delta$ aeque multiplices. itaque AB utriusque HZ, $\Gamma\Delta$ aeque multiplex est. quare $HZ = \Gamma\Delta$. subtrahatur, quae communis est, ΓZ. itaque $H\Gamma = Z\Delta$. et quoniam AE magnitudinis ΓZ et EB magnitudinis $H\Gamma$ aeque multiplex est, et $H\Gamma = \Delta Z$, erit AE magnitudinis ΓZ et EB magnitudinis $Z\Delta$ aeque multiplex. supposuimus autem, esse AE magnitudinis ΓZ et AB magnitudinis $\Gamma\Delta$ aeque multiplicem. itaque EB magnitudinis $Z\Delta$ et AB magnitudinis $\Gamma\Delta$ aeque multiplex est. itaque etiam reliqua EB reliquae $Z\Delta$ aeque multiplex est ac tota AB totius $\Gamma\Delta$.

Ergo si magnitudo magnitudinis aeque multiplex est atque ablata ablatae, etiam reliqua reliquae aeque multiplex erit ac tota totius; quod erat demonstrandum.

ἐστίν P. 10. AB] B in ras. F. HZ] in ras. BFV. 12. ἐστίν P F. 14. $Z\Delta$] P, F m. 1; ΔZ BVp, Fm. 2. 15. ἐστίν] P; comp. p; ἐστί BFV. πολλαπλασίων φ. 16. $H\Gamma$] (prius) seq. ras. 1 litt., H in ras. V. 17. ΔZ] $Z\Delta$ P. 20. ἐστίν P. $Z\Delta$] φ, ΔZ F. 26. ἐστιν P.

ϛ΄.

Ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Δύο γὰρ μεγέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ δύο μεγεθῶν τῶν Ε, Ζ ἰσάκις ἔστω πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τὰ ΑΗ, ΓΘ τῶν αὐτῶν τῶν Ε, Ζ ἰσάκις ἔστω πολλαπλάσια· λέγω, ὅτι καὶ λοιπὰ τὰ ΗΒ, ΘΔ τοῖς Ε, Ζ ἤτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Ἔστω γὰρ πρότερον τὸ ΗΒ τῷ Ε ἴσον· λέγω, ὅτι καὶ τὸ ΘΔ τῷ Ζ ἴσον ἐστίν.

Κείσθω γὰρ τῷ Ζ ἴσον τὸ ΓΚ. ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΗ τοῦ Ε καὶ τὸ ΓΘ τοῦ Ζ, ἴσον δὲ τὸ μὲν ΗΒ τῷ Ε, τὸ δὲ ΚΓ τῷ Ζ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Ε καὶ τὸ ΚΘ τοῦ Ζ. ἰσάκις δὲ ὑπόκειται πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Ε καὶ τὸ ΓΔ τοῦ Ζ· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΚΘ τοῦ Ζ καὶ τὸ ΓΔ τοῦ Ζ. ἐπεὶ οὖν ἑκάτερον τῶν ΚΘ, ΓΔ τοῦ Ζ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΘ τῷ ΓΔ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΓΘ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΚΓ λοιπῷ τῷ ΘΔ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ Ζ τῷ ΚΓ ἐστιν ἴσον· καὶ τὸ ΘΔ ἄρα τῷ Ζ ἴσον ἐστίν. ὥστε εἰ τὸ ΗΒ τῷ Ε ἴσον ἐστίν, καὶ τὸ ΘΔ ἴσον ἔσται τῷ Ζ.

Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι, κἂν πολλαπλάσιον ᾖ

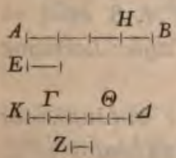
2. Ἐάν] seq. ras. 3 litt. F. 5. ἤτοι] sustulit resarcinatio in F. 7. ἔστωσαν p. 8. τῶν] (alt.) τό V, sed corr. 9. τὰ λοιπὰ τὰ F. ΗΒ] in ras. F. 11. ΗΒ] in ras. m. 2 V. 12. ΘΔ] ΔΘ P. τῷ Ζ] om. P; post ἴσον add. m. 2. ἐστί BV. 13. τῷ] corr. ex τό m. 1 p. ΓΚ] corr. ex ΚΓ m. 2 P. καὶ ἐπεί V. 14. ἐστίν PF. 15. ΚΓ] ΓΚ V. 16.

VI.

Si duae magnitudines duarum magnitudinum aeque multiplices sunt, et ablatae quaeuis magnitudines earundem aeque multiplices sunt, etiam reliquae iisdem aut aequales sunt aut aeque earum multiplices.

Nam duae magnitudines $AB, \Gamma\Delta$ duarum magnitudinum E, Z aeque sint multiplices, et ablatae magnitudines $AH, \Gamma\Theta$ earundem E, Z aeque multiplices sint. dico, reliquas $HB, \Theta\Delta$ aut aequales esse E, Z aut aeque earum multiplices.

nam prius sit $HB = E$. dico, esse etiam $\Theta\Delta = Z$.



ponatur enim $\Gamma K = Z$. quoniam AH magnitudinis E et $\Gamma\Theta$ magnitudinis Z aeque multiplex est, et $HB = E$, $K\Gamma = Z$, erit AB magnitudinis E et $K\Theta$ magnitudinis Z aeque multiplex [prop. II]. et supposuimus, esse AB magnitudinis E et $\Gamma\Delta$ magnitudinis Z aeque multiplicem. itaque $K\Theta$ magnitudinis Z et $\Gamma\Delta$ magnitudinis Z aeque multiplex est. iam quoniam utraque magnitudo $K\Theta$, $\Gamma\Delta$ magnitudinis Z aeque multiplex est, erit $K\Theta = \Gamma\Delta$. subtrahatur, quae communis est, $\Gamma\Theta$. itaque $K\Gamma = \Theta\Delta$. sed $Z = K\Gamma$. quare etiam $\Theta\Delta = Z$. itaque si $HB = E$, erit etiam $\Theta\Delta = Z$.

similiter demonstrabimus, si HB magnitudinis E

ἐστίν P. 18. τό] τοῦ V, corr. m. 1; om. φ (non F). ἐστίν P. 23. τό] P m. 1, F m. 1, Bp; τῷ P m. 2, F m. 2, V in ras. m. 2. Z] $K\Gamma$ V. τῷ] P m. 1, F m. 1, Bp; τό Pm. 2, Fm. 2, V in ras. m. 2. $K\Gamma$] Z V. τό] τῷ Bp. 24. $\Theta\Delta$] $\Delta\Theta$ F. τῷ] τό Bp. ἴσον ἐστίν] PB; ἐστιν ἴσον FVp. εἰ] P; ὅτε Theon (Bφ Vp). 25. ἐστίν] -ιν in ras. P; ἐστί BV; comp. p. καὶ τὸ $\Theta\Delta$ ἴσον ἔσται] mg. P. $\Theta\Delta$] corr. ex ΘA m. 2 P; Θ in ras. m. 2 V; $\Delta\Theta$ B.

τὸ *ΗΒ* τοῦ *Ε*, τοσαυταπλάσιον ἔσται καὶ τὸ *ΘΔ* τοῦ *Ζ*.

Ἐὰν ἄρα δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ϛ΄.

Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Ἔστω ἴσα μεγέθη τὰ *Α*, *Β*, ἄλλο δέ τι, ὃ ἔτυχεν, μέγεθος τὸ *Γ*· λέγω, ὅτι ἑκάτερον τῶν *Α*, *Β* πρὸς τὸ *Γ* τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ *Γ* πρὸς ἑκάτερον τῶν *Α*, *Β*.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν *Α*, *Β* ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ *Δ*, *Ε*, τοῦ δὲ *Γ* ἄλλο, ὃ ἔτυχεν, πολλαπλάσιον τὸ *Ζ*.

Ἐπεὶ οὖν ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *Δ* τοῦ *Α* καὶ τὸ *Ε* τοῦ *Β*, ἴσον δὲ τὸ *Α* τῷ *Β*, ἴσον ἄρα καὶ τὸ *Δ* τῷ *Ε*. ἄλλο δέ, ὅ ἔτυχεν, τὸ *Ζ*. Εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ *Δ* τοῦ *Ζ*, ὑπερέχει καὶ τὸ *Ε* τοῦ *Ζ*, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν *Δ*, *Ε* τῶν *Α*, *Β* ἰσάκις πολλαπλάσια, τὸ δὲ *Ζ* τοῦ *Γ* ἄλλο, ὃ ἔτυχεν, πολλαπλάσιον· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ *Α* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *Β* πρὸς τὸ *Γ*.

Λέγω [δή], ὅτι καὶ τὸ *Ε* πρὸς ἑκάτερον τῶν *Α*, *Β* τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον.

---

5. καὶ τά] τά in ras. P. ἐστίν] corr. ex ἔσται p. 10. ὃ] supra m. 2 F. ἔτυχε Vp. 14. μέν] PF; om. BVp. 15. ὃ] supra m. 2 F. ἔτυχε Vp. 16. τό] τοῦ m. 2 P. τοῦ] corr. ex τό P. 18. ὃ] m. 2 F. ἔτυχε Vp, et seq. ras. 1 litt. F. 20. καί] comp. F, dein add. καί φ. τά] e

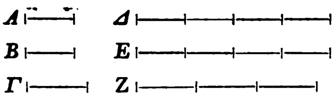
multiplex sit, aeque multiplicem esse $\Theta\Delta$ magnitudinis Z.

Ergo si duae magnitudines duarum magnitudinum aeque multiplices sunt, et ablatae quaeuis magnitudines earundem aeque multiplices sunt, etiam reliquae iisdem aut aequales sunt aut aeque earum multiplices; quod erat demonstrandum.

VII.

Aequalia ad idem eandem habent rationem et idem ad aequalia.

Sint aequales magnitudines A, B et alia quaeuis magnitudo Γ. dico, utramque magnitudinem A, B ad Γ eandem rationem habere, et Γ ad utramque A, B.



sumantur enim magnitudinum A, B aeque multiplices Δ, E, et magnitudinis Γ alia quaeuis multiplex Z. iam quoniam Δ magnitudinis A et E magnitudinis B aeque multiplex est, et $A = B$, erit etiam $\Delta = E$. et alia quaeuis magnitudo est Z. itaque si Δ magnitudinem Z superat, etiam E magnitudinem Z superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor minor. et magnitudinum A, B aeque multiplices sunt Δ, E, et Z magnitudinis Γ alia quaeuis est multiplex. erit igitur

$$A : \Gamma = B : \Gamma \text{ [def. 5].}$$

dico, etiam E ad utramque magnitudinem A, B eandem rationem habere.

---

corr. p. 21. Z] EZ F. 22. ὃ] om. F; add. m. 2 euan. ἔτυχε Vp. ἐστιν] bis P. 24. δή] om. P.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξομεν, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ Δ τῷ Ε· ἄλλο δέ τι τὸ Ζ· εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Ζ τοῦ Δ, ὑπερέχει καὶ τοῦ Ε, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὸ μὲν Ζ τοῦ Γ πολλαπλάσιον, τὰ δὲ Δ, Ε τῶν Α, Β ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Α, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Β.

Τὰ ἴσα ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν μεγέθη τινὰ ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἀνάπαλιν ἀνάλογον ἔσται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον. καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

Ἔστω ἄνισα μεγέθη τὰ ΑΒ, Γ, καὶ ἔστω μεῖζον τὸ ΑΒ, ἄλλο δέ, ὃ ἔτυχεν, τὸ Δ· λέγω, ὅτι τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ τὸ Δ πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ ΑΒ.

Ἐπεὶ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Γ, κείσθω τῷ Γ ἴσον τὸ ΒΕ· τὸ δὴ ἔλασσον τῶν ΑΕ, ΕΒ πολλα-

---

VIII. Hero def. 125, 6. Schol. in Pappum III p. 1175, 21.

---

1. ὁμοίως δή P. 3. καί] (prius) τὸ Ζ καί P; καὶ τὸ Ζ F. 4. ἔλασσον ἔλασσον V. καί ἐστι] καί ἐστιν P; ἔστι δέ F. 6. ἄλλα ἅ] φ. ἔτυχεν] ἐτ- supra φ. 7. οὕτως] corr. ex οὕτω m. 2 F. 9. τὰ ἴσα] τὰ ἴσα ὅπ- φ. 10. πόρισμα — 12: ἔσται] P; om. Theon (BFVp); cfr. ad prop. IV.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, esse $\Delta = E$. et alia quaeuis magnitudo est Z. itaque si Z magnitudinem Δ superat, etiam magnitudinem E superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor minor. et Z magnitudinis Γ multiplex est, et Δ, E magnitudinum A, B aliae quaeuis aeque multiplices. quare $\Gamma : A = \Gamma : B$ [def. 5].

Ergo aequalia ad idem eandem habent rationem et idem ad aequalia.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si magnitudines proportionales sint, easdem e contrario proportionales esse.[1]) — quod erat demonstrandum.

VIII.

Ex inaequalibus magnitudinibus maior ad idem maiorem rationem habet quam minor; et idem ad minorem maiorem rationem habet quam ad maiorem.

Sint inaequales magnitudines AB, Γ, et maior sit AB, alia autem quaeuis magnitudo sit Δ. dico, esse $AB : \Delta > \Gamma : \Delta$ et $\Delta : \Gamma > \Delta : AB$.

Nam quoniam $AB > \Gamma$, ponatur $BE = \Gamma$. itaque minor magnitudinum AE, EB multiplicata aliquando

---

1) Quia et $A : \Gamma = B : \Gamma$ et $\Gamma : A = \Gamma : B$. ceterum hoc corollarium recte hic collocatur in P; nam si post prop. IV fuisset, ubi Theon id posuit, alteram partem demonstrationis p. 22, 24 sq. superuacuam futuram fuisse, acute obseruauit Augustus II p. 331. om. Campanus.

---

18. μεῖζον] τὸ μεῖζον P. 19. AB] P, Fm. 1, V m. 1; AB τοῦ Γ Bp, F m. 2, V m. 2. ἔτυχε Vp. 20. τὸ Δ] (prius) τό in spatio 4 litt. φ. 23. AB] B in ras. p. τῷ] τό φ (non F). 24. τό] (prius) τῷ φ (non F).

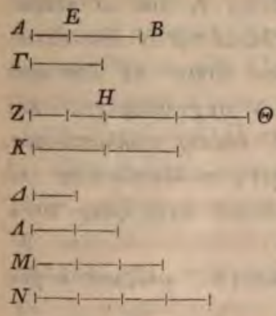
πλασιαζόμενον ἔσται ποτὲ τοῦ Δ μεῖζον. ἔστω πρότερον τὸ ΑΕ ἔλαττον τοῦ ΕΒ, καὶ πεπολλαπλασιάσθω τὸ ΑΕ, καὶ ἔστω αὐτοῦ πολλαπλάσιον τὸ ΖΗ μεῖζον ὂν τοῦ Δ, καὶ ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ΖΗ τοῦ ΑΕ, τοσαυταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ μὲν ΗΘ τοῦ ΕΒ τὸ δὲ Κ τοῦ Γ· καὶ εἰλήφθω τοῦ Δ διπλάσιον μὲν τὸ Λ, τριπλάσιον δὲ τὸ Μ, καὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν τὸ λαμβανόμενον πολλαπλάσιον μὲν γένηται τοῦ Δ, πρώτως δὲ μεῖζον τοῦ Κ. εἰλήφθω, καὶ ἔστω τὸ Ν τετραπλάσιον μὲν τοῦ Δ, πρώτως δὲ μεῖζον τοῦ Κ.

Ἐπεὶ οὖν τὸ Κ τοῦ Ν πρώτως ἐστὶν ἔλαττον, τὸ Κ ἄρα τοῦ Μ οὔκ ἐστιν ἔλαττον. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΖΗ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΗΘ τοῦ ΕΒ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΖΗ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΖΘ τοῦ ΑΒ. ἰσάκις δέ ἐστι πολλαπλάσιον τὸ ΖΗ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ Κ τοῦ Γ· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΖΘ τοῦ ΑΒ καὶ τὸ Κ τοῦ Γ. τὰ ΖΘ, Κ ἄρα τῶν ΑΒ, Γ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια. πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΕΒ καὶ τὸ Κ τοῦ Γ, ἴσον δὲ τὸ ΕΒ τῷ Γ, ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΗΘ τῷ Κ. τὸ δὲ Κ τοῦ Μ οὔκ ἐστιν ἔλαττον· οὐδ' ἄρα τὸ ΗΘ τοῦ Μ ἔλαττόν ἐστιν. μεῖζον δὲ τὸ ΖΗ τοῦ Δ· ὅλον ἄρα τὸ ΖΘ συναμφοτέρων τῶν Δ, Μ μεῖζόν ἐστιν. ἀλλὰ συναμφότερα τὰ Δ, Μ τῷ Ν ἐστιν ἴσα, ἐπειδήπερ τὸ Μ τοῦ Δ

---

1. ποτέ] mg. F. 3. ΑΕ] P; ΑΕ ἕως οὗ τὸ γενόμενον μεῖζον γένηται τοῦ Δ Theon (BFVp; in F οὗ corr. ex ἄν; γινόμενον V, F m. 2). 5. τὸ δέ] καὶ τό Bp. 6. τοῦ] (alt.) τόν π (non P); τό F, corr. m. 2. 7. πλεῖον] V m. 1; πλείους BFpπ, V m. 2. ἄν] οὗ P. 13. ΗΘ] ΘΗ Bp et FV in ras. m. 2. τοῦ] postea insert. F. 14. Ante ΖΗ ras. 1 litt. F. 15. ΖΘ] Ζ in ras. m. 2 V. ΑΒ] Α in ras. m. 2 V. 19. ἐστίν F. 20. ΕΒ] ΑΒ F. τό] (alt.) corr. ex τῷ m. 2 P.

maior erit magnitudine Δ [def. 4]. sit prius $AE < EB$,



et multiplicetur AE, et sit multiplex eius ZH maior magnitudine Δ, et quoties multiplex est ZH magnitudinis AE, toties multiplex fiat $H\Theta$ magnitudinis EB et K magnitudinis Γ, et sumatur $\Lambda = 2\,\Delta$, $M = 3\,\Delta$, et deinceps multiplices per unum crescentes, donec sumpta magnitudo multiplex fiat magnitudinis Δ et prima maior magnitudine K. sumatur, et sit N, quadruplex magnitudinis Δ et prima maior magnitudine K.

iam quoniam K magnitudine N prima minor est, K magnitudine M minor non est. et quoniam ZH magnitudinis AE et $H\Theta$ magnitudinis EB aeque multiplex est, erit ZH magnitudinis AE et $Z\Theta$ magnitudinis AB aeque multiplex [prop. I]. uerum ZH magnitudinis AE et K magnitudinis Γ aeque multiplex est. itaque $Z\Theta$ magnitudinis AB et K magnitudinis Γ aeque multiplex est. quare $Z\Theta$, K magnitudinum AB, Γ aeque multiplices sunt. rursus quoniam $H\Theta$ magnitudinis EB et K magnitudinis Γ aeque multiplex est, et $EB = \Gamma$, erit etiam $H\Theta = K$. uerum K magnitudine M minor non est. itaque ne $H\Theta$ quidem magnitudine M minor est. sed $ZH > \Delta$. ergo $Z\Theta > \Delta + M$. sed $\Delta + M = N$, quoniam $M = 3\,\Delta$

---

22. οὐδέ comp. p. ἐστι PVp. 23. τό] (prius) om. V. 25. N] in ras. V. ἴσα ἐστίν F.

τριπλάσιόν ἐστιν, συναμφότερα δὲ τὰ Μ, Δ τοῦ Δ ἐστι τετραπλάσια, ἔστι δὲ καὶ τὸ Ν τοῦ Δ τετραπλάσιον· συναμφότερα ἄρα τὰ Μ, Δ τῷ Ν ἴσα ἐστίν. ἀλλὰ τὸ ΖΘ τῶν Μ, Δ μεῖζόν ἐστιν· τὸ ΖΘ ἄρα τοῦ Ν ὑπερέχει· τὸ δὲ Κ τοῦ Ν οὐχ ὑπερέχει. καί ἐστι τὰ μὲν ΖΘ, Κ τῶν ΑΒ, Γ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὸ δὲ Ν τοῦ Δ ἄλλο, ὃ ἔτυχεν, πολλαπλάσιον· τὸ ΑΒ ἄρα πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ.

Λέγω δή, ὅτι καὶ τὸ Δ πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Δ πρὸς τὸ ΑΒ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξομεν, ὅτι τὸ μὲν Ν τοῦ Κ ὑπερέχει, τὸ δὲ Ν τοῦ ΖΘ οὐχ ὑπερέχει. καί ἐστι τὸ μὲν Ν τοῦ Δ πολλαπλάσιον, τὰ δὲ ΖΘ, Κ τῶν ΑΒ, Γ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια· τὸ Δ ἄρα πρὸς τὸ Γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Δ πρὸς τὸ ΑΒ.

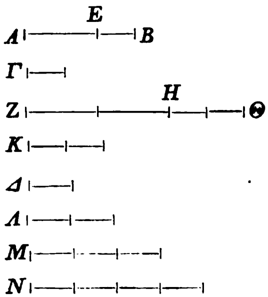
Ἀλλὰ δὴ τὸ ΑΕ τοῦ ΕΒ μεῖζον ἔστω. τὸ δὴ ἔλαττον τὸ ΕΒ πολλαπλασιαζόμενον ἔσται ποτὲ τοῦ Δ μεῖζον. πεπολλαπλασιάσθω, καὶ ἔστω τὸ ΗΘ πολλαπλάσιον μὲν τοῦ ΕΒ, μεῖζον δὲ τοῦ Δ· καὶ ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ΗΘ τοῦ ΕΒ, τοσαυταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ μὲν ΖΗ τοῦ ΑΕ, τὸ δὲ Κ τοῦ Γ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὰ ΖΘ, Κ τῶν ΑΒ, Γ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια· καὶ εἰλήφθω ὁμοίως τὸ Ν πολλαπλάσιον μὲν τοῦ Δ, πρώτως δὲ μεῖζον τοῦ ΖΗ·

---

1. ἐστιν] B, comp. p; om. F; ἐστι PV. δέ] om. Fp; m. rec. B. Μ, Δ] Δ, Μ P. 2. τό] corr. ex τοῦ m. 1 V. 3. ἐστιν ἴσα FV. 4. τῶν] τῷ Κ V. Μ, Δ] Δ, Μ P. ἐστι BV. ΖΘ] ΖΕ φ. 7. ἔτυχε φ (non F) Vp. 8. ἄρα] m. 2 F. 12. δὴ δείξομεν P. 13. μέν] m. 2 F. 14. οὐχ] corr. ex οὐκ m. 2 P. 15. τά] τό Fp. ΖΘ, Κ] litt. Θ, Κ in

et $M + \Delta = 4\Delta$ et $N = 4\Delta$; itaque $M + \Delta = N$. sed $Z\Theta > M + \Delta$. itaque $Z\Theta$ magnitudinem N superat. K autem magnitudinem N non superat. et $Z\Theta$, K magnitudinum AB, Γ aeque multiplices sunt, N autem magnitudinis Δ alia quaeuis multiplex. itaque $AB : \Delta > \Gamma : \Delta$ [def. 7].

dico igitur, esse etiam $\Delta : \Gamma > \Delta : AB$. nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, N magnitudinem K superare, $Z\Theta$ autem magnitudinem non superare. et N magnitudinis Δ multiplex est, $Z\Theta$, K autem magnitudinum AB, Γ aliae quaeuis aeque multiplices. itaque $\Delta : \Gamma > \Delta : AB$ [def. 7].



iam uero sit $AE > EB$. itaque minor magnitudo EB multiplicata aliquando magnitudine Δ maior erit [def. 4]. multiplicetur, et sit $H\Theta$ magnitudinis EB multiplex et magnitudine Δ maior. et quoties multiplex est $H\Theta$ magnitudinis EB, toties multiplex fiat ZH magnitudinis AE et K magnitudinis Γ. iam similiter demonstrabimus, $Z\Theta$, K magnitudinum AB, Γ aeque multiplices esse. et similiter sumatur N magnitudinis Δ multiplex et prima maior magnitudine ZH. quare rursus ZH

---

rás. m. 2 V. ᾶ] m. 2 F. 18. τοῦ EB μεῖζον ἔστω] P; μεῖζον ἔστω τοῦ EB BVp; τοῦ EB m. 1 F, seq. μεῖζον ἔστω τοῦ EB φ. τὸ δὴ ἔλαττον τὸ EB] πολλαπλα φ. 20. πεπολλαπλασιάσθω] post πε- ras. 2 litt. F. 23. μέν] φ in spatio plurium litt. τό] in ras m. 1 p. 24. τά] τό φ (non F).

ὥστε πάλιν τὸ ΖΗ τοῦ Μ οὔκ ἐστιν ἔλασσον. μεῖζον δὲ τὸ ΗΘ τοῦ Δ· ὅλον ἄρα τὸ ΖΘ τῶν Δ, Μ, τουτέστι τοῦ Ν, ὑπερέχει. τὸ δὲ Κ τοῦ Ν οὐχ ὑπερέχει, ἐπειδήπερ καὶ τὸ ΖΗ μεῖζον ὂν τοῦ ΗΘ, τουτέστι τοῦ Κ, τοῦ Ν οὐχ ὑπερέχει. καὶ ὡσαύτως κατακολουθοῦντες τοῖς ἐπάνω περαίνομεν τὴν ἀπόδειξιν.

Τῶν ἄρα ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ΄.

Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν.

Ἐχέτω γὰρ ἑκάτερον τῶν Α, Β πρὸς τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ Α τῷ Β.

Εἰ γὰρ μή, οὐκ ἂν ἑκάτερον τῶν Α, Β πρὸς τὸ Γ τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον· ἔχει δέ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ Α τῷ Β.

Ἐχέτω δὴ πάλιν τὸ Γ πρὸς ἑκάτερον τῶν Α, Β τὸν αὐτὸν λόγον· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ Α τῷ Β.

Εἰ γὰρ μή, οὐκ ἂν τὸ Γ πρὸς ἑκάτερον τῶν Α, Β τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον· ἔχει δέ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ Α τῷ Β.

Τὰ ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. οὔκ ἐστιν ἔλασσον] μὴ ἔλασσον εἶναι P. ἔλαττον Fp. 2. τῶν] τοῦ Bp. 3. τουτέστιν P. οὐχ ὑπερέχει] ὑπερέχει οὐδαμῶς V. 4. ἐπειδήπερ — 5:ὑπερέχει] mg. m. 1 F.

magnitudine M minor non est. et $H\Theta > \varDelta$. itaque $Z\Theta > \varDelta + M$, h. e. $Z\Theta > N$. K autem magnitudinem N non superat, quoniam ZH, quae maior est magnitudine $H\Theta$, h. e. maior magnitudine K, magnitudinem N non superat. et eodem modo superiora sequentes demonstrationem conficimus.

Ergo ex inaequalibus magnitudinibus maior ad idem maiorem rationem habet quam minor; et idem ad minorem maiorem rationem habet quam ad maiorem; quod erat demonstrandum.

IX.

Quae ad idem eandem habent rationem, inter se aequalia sunt; et ad quae idem eandem habet rationem, ea aequalia sunt.

A——— B——— Γ————

Sit enim $A : \Gamma = B : \Gamma$. dico, esse $A = B$.

nam si minus, non esset $A : \Gamma = B : \Gamma$ [prop. VIII]. at est. itaque $A = B$.

iam rursus sit $\Gamma : A = \Gamma : B$. dico, esse $A = B$.

nam si minus, non esset $\Gamma : A = \Gamma : B$ [prop. VIII]. at est. itaque $A = B$.

Ergo quae ad idem eandem habent rationem, inter se aequalia sunt; et ad quae idem eandem habet rationem, ea aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

---

4. ὄν] corr. ex ὤν m. 2 P. 5. τοῦ] (prius) P; τό BFVp. κατακολουθοῦντες] bis P; corr. m. 2. 6. ἀπόδειξιν] post ἀπο- spatium 1 litt., in quo m. 2 inser. δε F. 8. τὸ ἔλαττον — 9: ἤπερ] mg. m. 1 P. 13. ἐστίν] F; comp. p; ἐστί PBV. ᾶ] euan. F. 14. κἀκεῖνα V. 17. μή] μεῖζον φ. 18. εἶχε] in ras. Pφ, εἶχεν B. ἔχει] ἔχῃ φ. 23. εἶχε] in ras. P; ἔχει B; ἔχῃ F. ἐστίν F. 26. ἐστίν] comp. Fp; ἐστί PBV. 27. κἀκεῖνα V.

ι΄.

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων τὸ μείζονα λόγον ἔχον ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστιν· πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν.

Ἐχέτω γὰρ τὸ *Α* πρὸς τὸ *Γ* μείζονα λόγον ἤπερ τὸ *Β* πρὸς τὸ *Γ*· λέγω, ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ *Α* τοῦ *Β*.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴσον ἐστὶ τὸ *Α* τῷ *Β* ἢ ἔλασσον. ἴσον μὲν οὖν οὔκ ἐστι τὸ *Α* τῷ *Β*· ἑκάτερον γὰρ ἂν τῶν *Α*, *Β* πρὸς τὸ *Γ* τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ *Α* τῷ *Β*. οὐδὲ μὴν ἔλασσόν ἐστι τὸ *Α* τοῦ *Β*· τὸ *Α* γὰρ ἂν πρὸς τὸ *Γ* ἐλάσσονα λόγον εἶχεν ἤπερ τὸ *Β* πρὸς τὸ *Γ*. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἔλασσόν ἐστι τὸ *Α* τοῦ *Β*. ἐδείχθη δὲ οὐδὲ ἴσον· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ *Α* τοῦ *Β*.

Ἐχέτω δὴ πάλιν τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Β* μείζονα λόγον ἤπερ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Α*· λέγω, ὅτι ἔλασσόν ἐστι τὸ *Β* τοῦ *Α*.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴσον ἐστὶν ἢ μεῖζον. ἴσον μὲν οὖν οὔκ ἐστι τὸ *Β* τῷ *Α*· τὸ *Γ* γὰρ ἂν πρὸς ἑκάτερον τῶν *Α*, *Β* τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ *Α* τῷ *Β*. οὐδὲ μὴν μεῖζόν ἐστι τὸ *Β* τοῦ *Α*· τὸ *Γ* γὰρ ἂν πρὸς τὸ *Β* ἐλάσσονα λόγον εἶχεν ἤπερ πρὸς τὸ *Α*. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα μεῖζόν ἐστι τὸ *Β* τοῦ *Α*. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἴσον· ἔλαττον ἄρα ἐστὶ τὸ *Β* τοῦ *Α*.

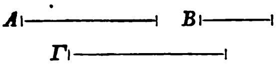
Τῶν ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων τὸ μείζονα

---

2. *τὸ τὸν μείζονα* V. 3. *ἐστιν*] P, comp. p; *ἐστι* BFV. 7. *τὸ Α μεῖζόν ἐστι* Bp. *τό*] *τοῦ* V, sed corr. *τοῦ*] corr. ex *τό* V. *Β*] in ras. m. 2 P. 8. *ἐστί*] φ, *ἐστίν* F. *τῷ*] *τοῦ* P. *ἔλαττον* F. 9. *οὖν*] PV; om. BFp. *ἐστιν* B.

X.

Eorum, quae ad idem rationem habent, quod maiorem habet rationem, id maius est; et ad quod idem maiorem habet rationem, id minus est.



Sit enim $A : \Gamma > B : \Gamma$. dico, esse $A > B$.

nam si minus, aut $A = B$, aut $A < B$. uerum non est $A = B$; tum enim esset $A : \Gamma = B : \Gamma$ [prop. VII]. at non est. quare non est $A = B$. neque uero $A < B$; tum enim esset $A : \Gamma < B : \Gamma$ [prop. VIII]. at non est. quare non est $A < B$. sed demonstratum est, idem ne aequale quidem esse. itaque $A > B$.

sit rursus $\Gamma : B > \Gamma : A$. dico, esse $B < A$.

nam si minus, aut $B = A$ aut $B > A$. uerum non est $B = A$; tum enim esset $\Gamma : A = \Gamma : B$ [prop. VII]. at non est. itaque non est $A = B$. neque uero $B > A$; tum enim esset $\Gamma : B < \Gamma : A$ [prop. VIII]. at non est. quare non est $B > A$. sed demonstratum est, idem ne aequale quidem esse. itaque $B < A$.

Ergo eorum, quae ad idem rationem habent, quod

---

10. *εἶχε*] *ἔχει* B; F, corr. m. 2. 12. *ἔλαττον* F. 13. *τὸν ἐλάσσονα* V; *ἐλάττονα* F. *εἶχε λόγον* P. 14. *ἔλαττον* F. *ἐστι*] m. 2 F. 15. *δὲ ὅτι* V. Post *B* repetuntur in F: *ἐδείχθη δὲ οὐδὲ ἴσον· μεῖζον ἄρα τὸ A τοῦ B.* 17. *ἔλαττον* F. 20. *A*] in ras. m. 1 B. *γάρ*] insuper comp. add. m. 2 V; *ἄρα* B. 21. *εἶχε*] φ; *εἶχεν* PB; *ἔχει* F. 22. *ἐστί*] *ἐστίν* P; comp. F addito *ἐστί* φ. *τό*] *τῷ* V.. *τῷ*] *τό* V. 23. *ἔστιν* P. *τό*] (prius) *τοῦ* V, corr. m. 1. *ἐλάττονα* F. 25. *οὐδ'* φ (non F), -ε in ras. m. 1 B. 26. *ἔλαττον*] φ, seq. *ον* m. 1; *ἔλασσον* P. 27. *τό*] (alt.) om. φ. *μείζονα*] φ, seq. *ονα* m. 1, eras.

λόγον ἔχον μεῖζόν ἐστιν· καὶ πρὸς ὃ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Ἔστωσαν γὰρ ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν Α, Γ, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, Κ, τῶν δὲ Β, Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ, Μ, Ν.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ εἴληπται τῶν μὲν Α, Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, τῶν δὲ Β, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ, Μ, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ, ὑπερέχει καὶ τὸ Θ τοῦ Μ, καὶ εἰ ἴσον ἐστίν, ἴσον, καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. πάλιν, ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, καὶ εἴληπται τῶν Γ, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Θ, Κ, τῶν δὲ Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ, Ν, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Θ τοῦ Μ, ὑπερέχει καὶ τὸ Κ τοῦ Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ἀλλὰ εἰ ὑπερεῖχε τὸ Θ τοῦ Μ, ὑπερεῖχε καὶ τὸ Η τοῦ Λ, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον,

---

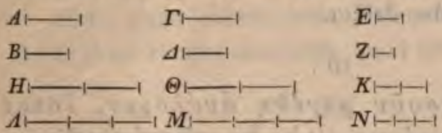
1. *ἐστιν*] B, comp. p; *ἐστι* PFV. 2. *ἔλασσον* PBVp. 4. *λόγῳ*] P m. 1, F, V m. 1; *λόγοι* Bp, P m. 2, φ, V m. 2. 6. *οὕτω* P. 11. *Δ, Ζ*] *Ζ, Δ* F. *ἃ*] e corr. F. 12. *τά*] *τὰ Η, Θ, Κ τά* P, corr. m. 1. 14. *μέν*] m. 2 FV. *Γ*] in ras. m. 2 P. 15. *Η*] in ras. m. 1 p. *δέ*] om. φ. *Β, Δ*] *Η, Δ* φ (non F). *ἄλλα ἰσάκις πολλαπλάσια ἃ ἔτυχε* V. *ἃ*]

maiorem habet rationem, id maius est; et ad quod idem maiorem habet rationem, id minus est; quod erat demonstrandum.

XI.

Quae eidem rationi aequales sunt rationes, etiam inter se aequales sunt.

Sit enim $A : B = \Gamma : \Delta$ et $\Gamma : \Delta = E : Z$. dico, esse $A : B = E : Z$. sumantur enim magnitudinum A, Γ, E aeque multiplices H, Θ, K et magnitudinum B, Δ, Z aliae quaeuis aeque multiplices Λ, M, N.



et quoniam $A : B = \Gamma : \Delta$, et sumptae sunt magnitudinum A, Γ aeque multiplices H, Θ et magnitudinum B, Δ aliae quaeuis aeque multiplices Λ, M, si H magnitudinem Λ superat, etiam Θ magnitudinem M superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. rursus quoniam $\Gamma : \Delta = E : Z$, et sumptae sunt magnitudinum Γ, E aeque multiplices Θ, K et magnitudinum Δ, Z aliae quaeuis aeque multiplices M, N, si Θ magnitudinem M superat, etiam K magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. sed si Θ magnitudinem M superabat, etiam H magnitudinem Λ superabat[1]),

1) Imperfectum recte se habet; refertur enim ad ea, quae iam lin. 16 sq. dicta sunt; cfr. p. 50, 13.

m. 2 F. 17. *H*] in ras m. 2 V. 20. τῶν μέν P. *K*, Θ p. 21. Δ] *K*, Δ F, sed corr. α̃] m. 2 F. 22. τοῦ] m. 2 V. 24. ἀλλὰ εἰ — 25: ἔλαττον (alt.)] mg. m. 2 FV (ἀλλ'). 24. ὑπερεῖχε] ὑπερεῖχεν corr. ex ὑπερέχει m. 1 P; ὑπερέχει BFVp. ὑπερεῖχε] p; ὑπερεῖχεν PB; ὑπερέχει FV.

ἔλαττον· ὥστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ, ὑπερέχει καὶ τὸ Κ τοῦ Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν Η, Κ τῶν Α, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ Λ, Ν τῶν Β, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.

Οἱ ἄρα τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

Ἔστωσαν ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὰ Α, Γ, Ε πρὸς τὰ Β, Δ, Ζ.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Α, Γ, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, Κ, τῶν δὲ Β, Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ, Μ, Ν.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, καὶ εἴληπται τῶν μὲν Α, Γ, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, Κ τῶν δὲ Β, Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ, Μ, Ν, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ, ὑπερέχει καὶ τὸ Θ τοῦ Μ, καὶ τὸ Κ τοῦ Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον,

---

XII. Eutocius in Archim. III p. 136, 25.

---

2. ἔλασσον, ἔλασσον V. 4. Ζ] Δ P. ἅ] supra F. 7. λόγῳ] P; λόγοι BFVp. 16. ἐστίν] om. F. 17. τά] τό F. τά]

et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor. quare, si H magnitudinem Λ superat, etiam K magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor. et H, K magnitudinum A, E aeque multiplices sunt, et Λ, N magnitudinum B, Z aliae quaeuis aeque multiplices; erit igitur $A : B = E : Z$ [def. 5].

Ergo quae eidem rationi aequales sunt rationes, etiam inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

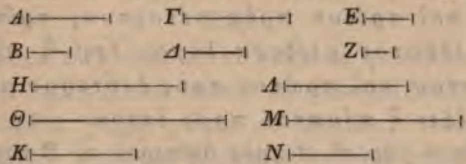
XII.

Si quotlibet magnitudines proportionales sunt, erit ut una praecedentium ad unam sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes.

Sint quotlibet magnitudines proportionales A, B, Γ, Δ, E, Z, ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta = E : Z$. dico, esse

$$A : B = A + \Gamma + E : B + \Delta + Z.$$

sumantur enim magnitudinum A, Γ, E aeque multi-



plices H, Θ, K et magnitudinum B, Δ, Z aliae quaeuis aeque multiplices Λ, M, N. et quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta = E : Z$, et sumptae sunt magnitudinum A, Γ, E aeque multiplices H, Θ, K et magnitudinum B, Δ, Z aliae quaeuis aeque multiplices Λ, M, N, si H magnitudinem Λ superat, etiam Θ magnitudinem M superat

---

τό F, sed corr. B] postea insert. F. 19. ᾱ] m. 2 F. 23. μέν] om. Bp. 24. ᾱ] m. 2 F. 25. H] in ras. F.

καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὥστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ, ὑπερέχει καὶ τὰ Η, Θ, Κ τῶν Λ, Μ, Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσα, καὶ εἰ ἔλαττον, ἐλάττονα. καί ἐστι τὸ μὲν Η καὶ τὰ Η, Θ, Κ τοῦ Α καὶ τῶν Α, Γ, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια, ἐπειδήπερ ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Λ καὶ τὰ Λ, Μ, Ν τοῦ Β καὶ τῶν Β, Δ, Ζ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὰ Α, Γ, Ε πρὸς τὰ Β, Δ, Ζ.

Ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ΄.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον, καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Πρῶτον γὰρ τὸ Α πρὸς δεύτερον τὸ Β τον αὐτὸν ἐχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ Γ πρὸς τέταρτον τὸ Δ, τρίτον δὲ τὸ Γ πρὸς τέταρτον τὸ Δ μείζονα λόγον ἐχέτω ἢ πέμπτον τὸ Ε πρὸς ἕκτον τὸ Ζ. λέγω, ὅτι καὶ πρῶτον τὸ Α πρὸς δεύτερον τὸ Β μείζονα λόγον ἕξει ἤπερ πέμπτον τὸ Ε πρὸς ἕκτον τὸ Ζ.

---

1. ἔλασσον ἔλασσον V. 2. τά] τό P. τῶν] τοῦ P. 3. ἴσα] ἴσον PBp. ἔλασσον ἔλασσον P; ἔλαττον ἔλαττον Bp. 5. ἐάν] ἄν P. 6. ἴσων] ἴσον BF. 7. πολλαπλάσια V. 10. τοῦ Β] litt. Β e corr. F. ἐστί] ἔσται p. 11. τά] τό

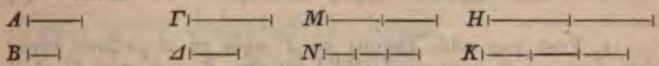
et K magnitudinem N, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. quare, si H magnitudinem Λ superat, etiam $H + \Theta + K$ magnitudines $\Lambda + M + N$ superant, et si aequalis, aequales sunt, et si minor, minores. iam H magnitudinis A et $H + \Theta + K$ magnitudinum $A + \Gamma + E$ aeque multiplices sunt, quoniam si datae sunt quotuis magnitudines quotuis magnitudinum numero aequalium singulae singularum aeque multiplices, quoties multiplex est una magnitudo unius, toties etiam omnes omnium erunt multiplices [prop. I]. eadem de causa etiam Λ magnitudinis B et $\Lambda + M + N$ magnitudinum $B + \Delta + Z$ aeque multiplices sunt. itaque

$$A : B = A + \Gamma + E : B + \Delta + Z \text{ [def. 5].}$$

Ergo si quotlibet magnitudines proportionales sunt, erit ut una praecedentium ad unam sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes; quod erat demonstrandum.

XIII.

Si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, tertia autem ad quartam maiorem rationem habet quam quinta ad sextam, etiam prima ad secundam maiorem rationem habebit quam quinta ad sextam.



Sit enim $A : B = \Gamma : \Delta$ et $\Gamma : \Delta > E : Z$. dico, esse etiam $A : B > E : Z$.

FV. 12. τά] τό F. 15. ἅπαντα] (alt.) πάντα P. 20. ἤ] P; ἤπερ BFVp. 22. ἤ] P; ἤπερ BFVp. 23. μὲν γάρ P. τὸν B F. 26. ἤ] P, Fm. 1; ἤπερ BVp, Fm. 2. 28. ἕξει] ἔχει P. ἤπερ τὸ E πρὸς τὸ Z P.

Ἐπεὶ γάρ ἐστι τινὰ τῶν μὲν Γ, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν δὲ Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια, καὶ τὸ μὲν τοῦ Γ πολλαπλάσιον τοῦ τοῦ Δ πολλαπλασίου ὑπερέχει, τὸ δὲ τοῦ Ε πολλαπλάσιον τοῦ τοῦ Ζ πολλαπλασίου οὐχ ὑπερέχει, εἰλήφθω, καὶ ἔστω τῶν μὲν Γ, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, τῶν δὲ Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ, Λ, ὥστε τὸ μὲν Η τοῦ Κ ὑπερέχειν, τὸ δὲ Θ τοῦ Λ μὴ ὑπερέχειν· καὶ ὁσαπλάσιον μέν ἐστι τὸ Η τοῦ Γ, τοσαυταπλάσιον ἔστω καὶ τὸ Μ τοῦ Α, ὁσαπλάσιον δὲ τὸ Κ τοῦ Δ, τοσαυταπλάσιον ἔστω καὶ τὸ Ν τοῦ Β.

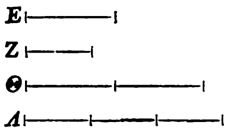
Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, καὶ εἴληπται τῶν μὲν Α, Γ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ, Η, τῶν δὲ Β, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Ν, Κ, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Μ τοῦ Ν, ὑπερέχει καὶ τὸ Η τοῦ Κ, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὑπερέχει δὲ τὸ Η τοῦ Κ· ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ Μ τοῦ Ν. τὸ δὲ Θ τοῦ Λ οὐχ ὑπερέχει· καί ἐστι τὰ μὲν Μ, Θ τῶν Α, Ε ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ Ν, Λ τῶν Β, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια· τὸ ἄρα Α πρὸς τὸ Β μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ

---

1. Post γάρ add. Theon: τὸ Γ πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ (BFVp); om. P. 2. τῶν δὲ Δ, Ζ — πολλαπλάσια] mg. m. 1 F. 3. τό] corr. ex τά m. 1 V. τοῦ] (alt.) postea insert. m. 2 F. 7. ἅ] supra F. 8. Ante ὑπερέχειν ras. 2 litt. V. 9. μή] P; οὐ μή F; οὐχ BVp. 15. ἅ] supra m. 2 F. 20. τά] corr. ex τό m. 1 V. Α] in ras. P. 21. τὰ δέ — 22: πολλαπλάσια] om. F. 22. τὸ ἄρα Α πρὸς τὸ Β] in ras. m. 2 F, seq. uestig. 12 litt. 24. ἔχει V.

nam quoniam sunt quaedam[1]) magnitudinum Γ, E



aeque multiplices, magnitudinum autem Δ, Z aliae quaeuis aeque multiplices, et multiplex magnitudinis Γ multiplicem magnitudinis Δ superat, multiplex autem magnitudinis E multiplicem magnitudinis Z non superat [def. 7], sumantur, et sint magnitudinum Γ, E aeque multiplices H, Θ, magnitudinum autem Δ, Z aliae quaeuis aeque multiplices K, Λ, ita ut H magnitudinem K superet, Θ autem magnitudinem Λ non superet. et quoties multiplex est H magnitudinis Γ, toties multiplex sit M magnitudinis A, quoties autem multiplex est K magnitudinis Δ, toties multiplex sit N magnitudinis B. et quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$, et sumptae sunt magnitudinum A, Γ aeque multiplices M, H, magnitudinum autem B, Δ aliae quaeuis aeque multiplices N, K, si M magnitudinem N superat, etiam H magnitudinem K superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. uerum H magnitudinem K superat; quare etiam M magnitudinem N superat. Θ autem magnitudinem Λ non superat. et M, Θ magnitudinum A, E aeque multiplices sunt, N, Λ autem magnitudinum B, Z aliae quaeuis aeque multiplices.[2]) itaque

$$A : B > E : Z.$$

Ergo si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, tertia autem ad quar-

---

1) μέν et δέ lin. 1—2 inusitate quidem posita sunt, neque tamen ita, ut ferri nequeant.

2) Cfr. lin. 6—8 cum lin. 9 sq.

λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον, καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Πρῶτον γὰρ τὸ *Α* πρὸς δεύτερον τὸ *Β* τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ *Γ* προς τέταρτον τὸ *Δ*, μεῖζον δὲ ἔστω τὸ *Α* τοῦ *Γ*· λέγω, ὅτι καὶ τὸ *Β* τοῦ *Δ* μεῖζόν ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ *Α* τοῦ *Γ* μεῖζόν ἐστιν, ἄλλο δέ, ὃ ἔτυχεν, [μέγεθος] τὸ *Β*, τὸ *Α* ἄρα πρὸς τὸ *Β* μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Β*. ὡς δὲ τὸ *Α* πρὸς τὸ *Β*, οὕτως τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*· καὶ τὸ *Γ* ἄρα πρὸς τὸ *Δ* μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Β*. πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσόν ἐστιν· ἔλασσον ἄρα τὸ *Δ* τοῦ *Β*· ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ *Β* τοῦ *Δ*.

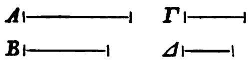
Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ *Α* τῷ *Γ*, ἴσον ἔσται καὶ τὸ *Β* τῷ *Δ*, κἂν ἔλασσον ᾖ τὸ *Α* τοῦ *Γ*, ἔλασσον ἔσται καὶ τὸ *Β* τοῦ *Δ*.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

tam maiorem rationem habet quam quinta ad sextam, etiam prima ad secundam maiorem rationem habebit quam quinta ad sextam; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, prima autem tertia maior est, etiam secunda quarta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor.



Sit enim $A : B = \Gamma : \Delta$, et $A > \Gamma$. dico, esse etiam $B > \Delta$.

nam quoniam est $A > \Gamma$, et alia quaeuis magnitudo est B, erit $A : B > \Gamma : B$ [prop. VIII]. uerum $A : B = \Gamma : \Delta$. quare etiam $\Gamma : \Delta > \Gamma : B$. sed ad quod idem maiorem rationem habet, id minus est [prop. X]. itaque $B > \Delta$.

similiter demonstrabimus, si $A = \Gamma$, esse etiam $B = \Delta$, et si $A < \Gamma$, esse etiam $B < \Delta$.

Ergo si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, prima autem tertia maior est, etiam secunda quarta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor; quod erat demonstrandum.

---

2. τὸ τέταρτον B. ἔχει Vφ. ἤπερ Vφ. 3. ἤπερ Vφ. 9. κἄν] καὶ ἄν V. κἄν] καὶ ἄν Vφ. 13. *A*] *Δ* φ. 15. μεῖζόν ἐστι τὸ *A* τοῦ *Γ* P. τό] corr. ex τοῦ V. τοῦ] corr. ex τό V. 16. ἔτυχε Vp. μέγεθος] om. P. 20. ὅ] m. 2 P. ἔλαττον F. 21. ἔλαττον F. 23. ἥ] supra m. 1 F. 24. κἄν] καί, supra scr. ἐάν m. 2 V. ἔλαττον F. 25. ἔλαττον F. καί] om. V. 26. πρῶτον] -τον in ras. m. 2 V. 29. ἔλασσον ἔλασσον p.

ιε'.

Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Ἔστω γὰρ ἰσάκις πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Γ καὶ τὸ ΔΕ τοῦ Ζ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Ζ, οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΕ.

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΒ τοῦ Γ καὶ τὸ ΔΕ τοῦ Ζ, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ μεγέθη ἴσα τῷ Γ, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔΕ ἴσα τῷ Ζ. διῃρήσθω τὸ μὲν ΑΒ εἰς τὰ τῷ Γ ἴσα τὰ ΑΗ, ΗΘ, ΘΒ, τὸ δὲ ΔΕ εἰς τὰ τῷ Ζ ἴσα τὰ ΔΚ, ΚΛ, ΛΕ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΑΗ, ΗΘ, ΘΒ τῷ πλήθει τῶν ΔΚ, ΚΛ, ΛΕ. καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶ τὰ ΑΗ, ΗΘ, ΘΒ ἀλλήλοις, ἔστι δὲ καὶ τὰ ΔΚ, ΚΛ, ΛΕ ἴσα ἀλλήλοις, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΗ πρὸς τὸ ΔΚ, οὕτως τὸ ΗΘ πρὸς τὸ ΚΛ, καὶ τὸ ΘΒ πρὸς τὸ ΛΕ. ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΗ πρὸς τὸ ΔΚ, οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΕ. ἴσον δὲ τὸ μὲν ΑΗ τῷ Γ, τὸ δὲ ΔΚ τῷ Ζ· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Ζ οὕτως τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΔΕ.

Τὰ ἄρα μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

XV: Pappus V p. 338, 4.

---

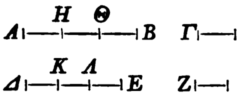
5. ἐστίν] m. 2 F. 7. ἐστίν F. 8. μεγέθει V. 11. εἰς τὰ τῷ Ζ] in ras. m. 2 V. Ζ] seq. ras. 3 litt. V; Ζ μεγέθη Bp. 12. ΘΒ] ΘΕφ (non F), ΒΘ B. 13. ΚΛ] ΗΛ V. ἴσα ἀλλήλοις V. ἐστίν B. 14. ἀλλήλοις] om. V.

XV.

Partes et similiter multiplices eandem rationem habent suo ordine sumptae.

Sit enim AB magnitudinis Γ et ΔE magnitudinis Z aeque multiplex. dico, esse $\Gamma : Z = AB : \Delta E$.

nam quoniam AB magnitudinis Γ et ΔE magnitudinis Z aeque multiplex est, quot sunt in AB magnitudines magnitudini Γ aequales, tot etiam in ΔE sunt magnitudini Z aequales. diuidatur AB in partes magnitudini Γ aequales, AH, $H\Theta$, ΘB, et ΔE in partes magnitudini Z aequales, ΔK, $K\Lambda$, ΛE. erit igitur numerus magnitudinum AH, $H\Theta$, ΘB numero magnitudinum ΔK, $K\Lambda$, ΛE aequalis. et quoniam $AH = H\Theta = \Theta B$ et $\Delta K = K\Lambda = \Lambda E$, erit $AH : \Delta K = H\Theta : K\Lambda = \Theta B : \Lambda E$ [prop. VII]. quare etiam ut una praecedentium ad unam sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [prop. XIII]. itaque $AH : \Delta K = AB : \Delta E$. uerum $AH = \Gamma$, $\Delta K = Z$. itaque



$$\Gamma : Z = AB : \Delta E.$$

Ergo partes et similiter multiplices eandem rationem habent suo ordine sumptae; quod erat demonstrandum.

ἐστίν B. δὲ καὶ τά] δή seq. lacuna φ. 16. ΘB] $B\Theta$ F. ΛE] post ras. 2 litt. P. 21. τό] corr. ex τῷ m. 1 p. ΔK] Δ in ras. m. 2 P. Z] corr. ex K m. 2 F. 24. ἕξει BFVp.

ιϛ'.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται.

Ἔστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, ὡς τὸ *Α* πρὸς τὸ *Β*, οὕτως τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*· λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλὰξ [ἀνάλογον] ἔσται, ὡς τὸ *Α* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *Β* πρὸς τὸ *Δ*.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν *Α*, *Β* ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ *Ε*, *Ζ*, τῶν δὲ *Γ*, *Δ* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ *Η*, *Θ*.

Καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *Ε* τοῦ *Α* καὶ τὸ *Ζ* τοῦ *Β*, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ *Α* πρὸς τὸ *Β*, οὕτως τὸ *Ε* πρὸς τὸ *Ζ*. ὡς δὲ τὸ *Α* πρὸς τὸ *Β*, οὕτως τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*· καὶ ὡς ἄρα τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*, οὕτως τὸ *Ε* πρὸς τὸ *Ζ*. πάλιν, ἐπεὶ τὰ *Η*, *Θ* τῶν *Γ*, *Δ* ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*, οὕτως τὸ *Η* πρὸς τὸ *Θ*. ὡς δὲ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*, [οὕτως] τὸ *Ε* πρὸς τὸ *Ζ*· καὶ ὡς ἄρα τὸ *Ε* πρὸς τὸ *Ζ*, οὕτως τὸ *Η* πρὸς τὸ *Θ*. ἐὰν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ *Ε* τοῦ *Η*, ὑπερέχει καὶ τὸ *Ζ* τοῦ *Θ*, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν *Ε*, *Ζ* τῶν *Α*, *Β* ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ *Η*, *Θ* τῶν

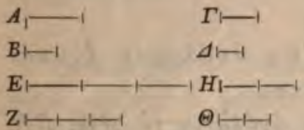
---

6. ἀνάλογον] om. P. ἔσται] ἐστιν P. τό] (alt.) om. F. 8. γάρ] supra F. 9. ἅ] supra F. 11. ἐστί] om. Bp. πολλαπλάσιον] -ον in ras. P. 13. λόγον] P; λόγον ληφθέντα κατάλληλα Theon (BFVp). 15. οὕτως] supra p; om. B. 16. Ζ] corr. ex Ξ m. 2 V. *Η*, *Θ*] *Θ*, *Η* Bp. 17. πολλα-

XVI.

Si quattuor magnitudines proportionales sunt, etiam permutando proportionales erunt.

Sint quattuor magnitudines proportionales A, B, Γ, Δ, ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta$. dico, etiam permutando esse $A : \Gamma = B : \Delta$.



sumantur enim magnitudinum A, B aeque multiplices E, Z, magnitudinum autem Γ, Δ aliae quaeuis aeque multiplices H, Θ.

et quoniam E magnitudinis A et Z magnitudinis B aeque multiplex est, partes autem et similiter multiplices eandem rationem habent suo ordine sumptae [prop. XV], erit $A : B = E : Z$. uerum $A : B = \Gamma : \Delta$. quare etiam $\Gamma : \Delta = E : Z$ [prop. XI]. rursus quoniam H, Θ magnitudinum Γ, Δ aeque multiplices sunt, erit $\Gamma : \Delta = H : \Theta$ [prop. XV]. uerum $\Gamma : \Delta = E : Z$. itaque etiam $E : Z = H : \Theta$ [prop. XI]. si autem quattuor magnitudines proportionales sunt, et prima maior est tertia, etiam secunda maior erit quarta, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [prop. XIV]. itaque si E magnitudinem H superat, etiam Z magnitudinem Θ superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor. et E, Z magnitudinum A, B

πλάσια] seq. τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα Bp. 18. Γ] in ras. m. 1 p. ὡς δέ] ἀλλ' ὡς F. 19. οὕτως] om. P. 20. τό] (alt.) e corr. V. 23. ἔλασσον, ἔλασσον V. 24. Θ] seq. ras. 1 litt. V. καὶ εἰ] κἄν Theon (BFVp). 25. καὶ εἰ] κἄν Theon (BFVp). ἐστιν F. 26. τὰ δέ — p. 48, 1: πολλαπλάσια] mg. m. rec. p.

Γ, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Δ.

Ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ'.

Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Ἔστω συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον τὰ ΑΒ, ΒΕ, ΓΔ, ΔΖ, ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΔΖ· λέγω, ὅτι καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται, ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΔΖ.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΗΘ, ΘΚ, ΛΜ, ΜΝ, τῶν δὲ ΕΒ, ΖΔ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΚΞ, ΝΠ.

Καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΘΚ τοῦ ΕΒ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ. ἰσάκις δέ ἐστι πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ. πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΜΝ τοῦ ΖΔ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΓΔ. ἰσάκις δὲ ἦν πολλαπλάσιον τὸ ΛΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ· ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΓΔ. τὰ ΗΚ, ΛΝ ἄρα τῶν ΑΒ, ΓΔ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια.

---

1. ἃ] supra m. 2 F. 11. ΕΒ] ΒΕ Bp, et V e corr. τὸ ΔΖ] τὸ ΖΔ F, V m. 2; ΔΖ P. 12. ΕΒ] supra m. 2 F. 17. ΗΚ] Η in ras. m. 1 V. ΑΒ] Α e corr. m. 2 V. 18. ΛΜ] in ras. m. 2 V. 19. ΓΖ] Γ in ras. m. 2 V.

aeque multiplices sunt, et H, Θ magnitudinum Γ, Δ aliae quaeuis aeque multiplices; itaque $A : \Gamma = B : \Delta$.

Ergo si quattuor magnitudines proportionales sunt, etiam permutando proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

XVII.

Si compositae magnitudines proportionales sunt, etiam dirimendo proportionales erunt.

Sint compositae magnitudines proportionales AB, BE, $\Gamma\Delta$, ΔZ, ita ut sit $AB : BE = \Gamma\Delta : \Delta Z$. dico, etiam dirimendo esse $AE : EB = \Gamma Z : \Delta Z$.

sumantur enim magnitudinum AE, EB, ΓZ, $Z\Delta$ aeque multiplices $H\Theta$, ΘK, ΛM, MN et magnitudinum EB, $Z\Delta$ aliae quaeuis aeque multiplices $K\Xi$, $N\Pi$. et quoniam $H\Theta$ magnitudinis AE et ΘK magnitudinis EB aeque multiplex est, erit $H\Theta$ magnitudinis AE et HK magnitudinis AB aeque multiplex [prop. I]. uerum $H\Theta$ magnitudinis AE et ΛM magnitudinis ΓZ aeque multiplex est. itaque HK magnitudinis AB et ΛM magnitudinis ΓZ aeque multiplex est. rursus quoniam ΛM magnitudinis ΓZ et MN magnitudinis $Z\Delta$ aeque multiplex est, erit ΛM magnitudinis ΓZ et ΛN magnitudinis $\Gamma\Delta$ aeque multiplex [prop. I]. erat autem ΛM magnitudinis ΓZ et HK magnitudinis AB aeque multiplex. itaque HK magnitudinis AB et ΛN magnitudinis $\Gamma\Delta$ aeque multiplex est.

ἄρα] in ras. m. 2 V. HK] K in ras. m. 2 V; ΛM P. 20. AB] B in ras m. 2 V; ΓZ P. ΛM] HK P. ΓZ] AB P. πάλιν ἐπεί — 21: τοῦ ΓZ] mg. m. rec. B; om. p. 21. $Z\Delta$] ΔZ BVp. 23. ΛN] ΛH V e corr. m. 2. 24. τοῦ] (prius) bis p. AB] eras. p.

πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλασίον τὸ ΘΚ τοῦ ΕΒ καὶ τὸ ΜΝ τοῦ ΖΔ, ἔστι δὲ καὶ τὸ ΚΞ τοῦ ΕΒ ἰσάκις πολλαπλάσιον καὶ τὸ ΝΠ τοῦ ΖΔ, καὶ συντεθὲν τὸ ΘΞ τοῦ ΕΒ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ τὸ ΜΠ τοῦ ΖΔ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΔΖ, καὶ εἴληπται τῶν μὲν ΑΒ, ΓΔ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΗΚ, ΛΝ, τῶν δὲ ΕΒ, ΖΔ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΘΞ, ΜΠ, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ ΗΚ τοῦ ΘΞ, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΜΠ, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὑπερεχέτω δὴ τὸ ΗΚ τοῦ ΘΞ, καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΘΚ ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ ΗΘ τοῦ ΚΞ. ἀλλα εἰ ὑπερεῖχε τὸ ΗΚ τοῦ ΘΞ, ὑπερεῖχε καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΜΠ· ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΜΠ, καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΜΝ ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΝΠ· ὥστε εἰ ὑπερέχει τὸ ΗΘ τοῦ ΚΞ, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΝΠ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ ΗΘ τῷ ΚΞ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ ΛΜ τῷ ΝΠ, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν ΗΘ, ΛΜ τῶν ΑΕ, ΓΖ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ ΚΞ, ΝΠ τῶν ΕΒ, ΖΔ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΖΔ.

Ἐὰν ἄρα συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. ἐστίν FV. 3. ΖΔ] ΖΒ F. 4. τό] ἄρα τό Bp; ἄρα add. m. 2 F. 6. ΔΖ] ΖΔ BVp. 7. ΛΝ] e corr. m. 2 V. 8. ΖΔ] ΔΖ P. Seq. in Bp: ἄλλα ἃ ἔτυχεν; idem V m. 2, et F in ras. m. 2 (om ἃ), sed omisso ἰσάκις (fuit in mg. m. 2, sed euan.). 10. ἔλασσον, ἔλασσον p. 12. ἀλλά] ἀλλ' FV. 13. ὑπερεῖχε] PVp; ὑπερεῖχεν B; ὑπερέχει e corr. F. τὸ ΗΚ τοῦ ΘΞ ὑπερεῖχε] mg. m. 1 P. ὑπερεῖχε] p; ὑπερεῖχεν PB; ὑπερέχει FV. ΛΝ] ΛΗ in ras. m. 1 p. 16. ὑπερέχει] -έχει in ras. P. ΚΞ] in ras. V. 18. ἔσται] om. F.

itaque HK, $\varDelta N$ magnitudinum AB, $\Gamma\varDelta$ aeque multiplices sunt. rursus quoniam ΘK magnitudinis EB et MN magnitudinis $Z\varDelta$ aeque multiplex est, et $K\Xi$ magnitudinis EB aeque multiplex est ac $N\Pi$ magnitudinis $Z\varDelta$, etiam componendo $\Theta\Xi$ magnitudinis EB aeque multiplex est ac $M\Pi$ magnitudinis $Z\varDelta$ [prop. II]. et quoniam est $AB : BE = \Gamma\varDelta : \varDelta Z$, et sumptae sunt magnitudinum AB, $\Gamma\varDelta$ aeque multiplices HK, $\varDelta N$, et magnitudinum EB, $Z\varDelta$ aeque multiplices $\Theta\Xi$, $M\Pi$, si HK magnitudinem $\Theta\Xi$ superat, etiam $\varDelta N$ magnitudinem $M\Pi$ superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. itaque HK magnitudinem $\Theta\Xi$ superet, et ablata, quae communis est, ΘK, etiam $H\Theta$ magnitudinem $K\Xi$ superat. uerum si HK magnitudinem $\Theta\Xi$ superabat, etiam $\varDelta N$ magnitudinem $M\Pi$ superabat [lin. 8 sq.]. ergo etiam $\varDelta N$ magnitudinem $M\Pi$ superat, et ablata, quae communis est, MN, etiam $\varDelta M$ magnitudinem $N\Pi$ superat. quare si $H\Theta$ magnitudinem $K\Xi$ superat, etiam $\varDelta M$ magnitudinem $N\Pi$ superat. similiter demonstrabimus, si $H\Theta = K\Xi$, esse etiam $\varDelta M = N\Pi$, et si $H\Theta < K\Xi$, esse etiam $\varDelta M < N\Pi$. et $H\Theta$, $\varDelta M$ magnitudinum AE, ΓZ aeque multiplices sunt, $K\Xi$, $N\Pi$ autem magnitudinum EB, $Z\varDelta$ aliae quaeuis aeque multiplices. itaque

$$AE : EB = \Gamma Z : Z\varDelta \text{ [def. 5].}$$

Ergo si compositae magnitudines proportionales sunt, etiam dirimendo proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

ἔλασσον, ἔλασσον Bp. 19. AE, ΓZ] ΓZ, AE Bp et F eraso Γ. 20. $K\Xi$] KZ φ. 21. ἅ] supra m. 2 F. 22. $Z\varDelta$] Z in ras. V; $\varDelta Z$ Bp. 23. ἦ] ἔσται V, supra scr. m. 2 ἦ.

ιη'.

Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Ἔστω διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον τὰ *ΑΕ*, *ΕΒ*, *ΓΖ*, *ΖΔ*, ὡς τὸ *ΑΕ* πρὸς τὸ *ΕΒ*, οὕτως τὸ *ΓΖ* πρὸς τὸ *ΖΔ*· λέγω, ὅτι καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται, ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΒΕ*, οὕτως τὸ *ΓΔ* πρὸς τὸ *ΖΔ*.

Εἰ γὰρ μή ἐστιν ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΒΕ*, οὕτως τὸ *ΓΔ* πρὸς τὸ *ΔΖ*, ἔσται ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΒΕ*, οὕτως τὸ *ΓΔ* ἤτοι πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ *ΔΖ* ἢ πρὸς μεῖζον.

Ἔστω πρότερον πρὸς ἔλασσον τὸ *ΔΗ*. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΒΕ*, οὕτως τὸ *ΓΔ* πρὸς τὸ *ΔΗ*, συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν· ὥστε καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ *ΑΕ* πρὸς τὸ *ΕΒ*, οὕτως τὸ *ΓΗ* πρὸς τὸ *ΗΔ*. ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς τὸ *ΑΕ* πρὸς τὸ *ΕΒ*, οὕτως τὸ *ΓΖ* πρὸς τὸ *ΖΔ*. καὶ ὡς ἄρα τὸ *ΓΗ* πρὸς τὸ *ΗΔ*, οὕτως τὸ *ΓΖ* πρὸς τὸ *ΖΔ*. μεῖζον δὲ τὸ πρῶτον τὸ *ΓΗ* τοῦ τρίτου τοῦ *ΓΖ*· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ δεύτερον τὸ *ΗΔ* τοῦ τετάρτου τοῦ *ΖΔ*. ἀλλὰ καὶ ἔλαττον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΒΕ*, οὕτως τὸ *ΓΔ* πρὸς ἔλασσον τοῦ *ΖΔ*. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ πρὸς μεῖζον· πρὸς αὐτὸ ἄρα.

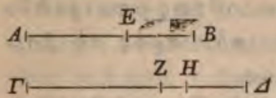
---

4. *ΑΕ*] *Α* PBFV. 5. *ΓΖ*] (prius) *Γ* PBFV. 6. *ΖΔ*] *ΔΖ* F. 7. τό] (alt.) om. P. *ΖΔ*] *ΔΖ* F. 9. τό] (alt.) om. P. *ΔΖ*] PF, V m. 2; *ΖΔ* Bp, Vm. 1. ὡς τό — 10: τὸ *ΓΔ*] mg. m. 2 V. 10. ἔλασσόν τι] ἔλαττον φ, supra scr. τι m. 2. τοῦ] τὸ τοῦ F. *ΔΖ*] PF, Vm. 2; *ΖΔ* Bp. 12. ἔλαττον F.

13. ὡς τό] ὡστε p, ut iam lin. 9 et postea saepius. *ΒΕ*] *ΒΘ* φ. τό] (quartum) om. B. 14. ἐστιν] e corr. B. 16.

XVIII.

Si diremptae magnitudines proportionales sunt, etiam compositae proportionales erunt.



Sint diremptae magnitudines proportionales AE, EB, ΓZ, $Z\Delta$, ita ut sit $AE : EB = \Gamma Z : Z\Delta$. dico, etiam compositas proportionales esse,

$$AB : BE = \Gamma\Delta : Z\Delta.$$

nam si non est $AB : BE = \Gamma\Delta : \Delta Z$, erit ut AB ad BE, ita $\Gamma\Delta$ aut ad minus magnitudine ΔZ aut ad maius.

prius ad minus ΔH aequalem rationem habeat. et quoniam est $AB : BE = \Gamma\Delta : \Delta H$, compositae magnitudines proportionales sunt. quare etiam diremptae proportionales erunt [prop. XVII]. erit igitur

$$AE : EB = \Gamma H : H\Delta.$$

supposuimus autem, esse etiam $AE : EB = \Gamma Z : Z\Delta$. quare etiam $\Gamma H : H\Delta = \Gamma Z : Z\Delta$ [prop. XI]. sed prima ΓH maior est tertia ΓZ; itaque etiam secunda $H\Delta$ maior est quarta $Z\Delta$ [prop. XIV]. uerum etiam minor est; quod fieri non potest. itaque non est ut AB ad BE, ita $\Gamma\Delta$ ad minus magnitudine $Z\Delta$. similiter demonstrabimus, ne ad maius quidem aequalem rationem habere $\Gamma\Delta$. itaque $\Gamma\Delta : Z\Delta = AB : BE$.

ΓH] ΓB φ (non F). 18. $Z\Delta$] ΔZ F. καὶ ὡς ἄρα — 19: τὸ $Z\Delta$] mg. m. 2 V. 18. τό] (tert.) om. B. 19. μεῖζονα P m. 2, sed corr. 21. τετάρτου] in ras. p. ἔλασσον Bp. 23. ἔλαττον F. $Z\Delta$] in ras. m. 2 V; ΔZ Bp.

Ἐὰν ἄρα διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

Ἔστω γὰρ ὡς ὅλον τὸ *ΑΒ* πρὸς ὅλον τὸ *ΓΔ*, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ *ΑΕ* πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ *ΓΖ*· λέγω, ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ *ΕΒ* πρὸς λοιπὸν τὸ *ΖΔ* ἔσται ὡς ὅλον τὸ *ΑΒ* πρὸς ὅλον τὸ *ΓΔ*.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΓΔ*, οὕτως τὸ *ΑΕ* πρὸς τὸ *ΓΖ*, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ *ΒΑ* πρὸς τὸ *ΑΕ*, οὕτως τὸ *ΔΓ* πρὸς τὸ *ΓΖ*. καὶ ἐπεὶ συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται, ὡς τὸ *ΒΕ* πρὸς τὸ *ΕΑ*, οὕτως τὸ *ΔΖ* πρὸς τὸ *ΓΖ*· καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ *ΒΕ* πρὸς τὸ *ΔΖ*, οὕτως τὸ *ΕΑ* πρὸς τὸ *ΖΓ*. ὡς δὲ τὸ *ΑΕ* πρὸς τὸ *ΓΖ*, οὕτως ὑπόκειται ὅλον τὸ *ΑΒ* πρὸς ὅλον τὸ *ΓΔ*. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ *ΕΒ* πρὸς λοιπὸν τὸ *ΖΔ* ἔσται ὡς ὅλον τὸ *ΑΒ* πρὸς ὅλον τὸ *ΓΔ*.

Ἐὰν ἄρα ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλον πρὸς ὅλον [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

[Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΓΔ*, οὕτως τὸ *ΕΒ* πρὸς τὸ *ΖΔ*, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΒΕ* οὕτως τὸ *ΓΔ* πρὸς τὸ *ΖΔ*, συγκείμενα ἄρα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν· ἐδείχθη δὲ ὡς τὸ *ΒΑ* πρὸς τὸ *ΑΕ*, οὕτως τὸ *ΔΓ* πρὸς τὸ *ΓΖ*· καί ἐστιν ἀναστρέψαντι].

---

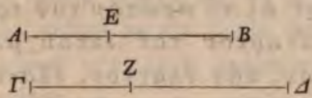
1. ᾖ] ἔσται φ (non F). 2. ἔσται] eras. F. 8. ἀφαιρεθὲν τὸ *ΑΕ* πρός] mg. m. 2 F. 9. πρός] πρὸς τό φ. 10.

Ergo si diremptae magnitudines proportionales sunt, etiam compositae proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

XIX.

Si totum ad totum eandem rationem habet atque ablatum ad ablatum, etiam reliquum ad reliquum eandem rationem habebit ac totum ad totum.

Sit enim $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$. dico, esse etiam



$EB : Z\Delta = AB : \Gamma\Delta$.

nam quoniam est $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$, etiam permutando est $BA : AE = \Delta\Gamma : \Gamma Z$ [prop. XVI]. et quoniam compositae magnitudines proportionales sunt, etiam diremptae proportionales erunt,

$$BE : EA = \Delta Z : \Gamma Z \text{ [prop. XVII]}.$$

et permutando [prop. XVI] $BE : \Delta Z = EA : Z\Gamma$. sed supposuimus, esse $AE : \Gamma Z = AB : \Gamma\Delta$. itaque etiam $EB : Z\Delta = AB : \Gamma\Delta$.

Ergo si totum ad totum eandem rationem habet atque ablatum ad ablatum, etiam reliquum ad reliquum eandem rationem habebit ac totum ad totum; quod erat demonstrandum.

ὅλον] (alt.) m. 2 V. 11. *ἐστι φ* (non F). *ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τό* Theon (BVp, F euan.). 13. *ΔΓ*] *ΓΔ* P. 14. *ἐστιν*] F; *ἐστι* PBVp. 15. Post *ὡς* add. *ἄρα* Pm. rec., V m. 2; Bp. 16. *ΓZ*] *ZΓ* P. *ἐναλλὰξ ἄρα ἐστίν* Theon (BFVp). 19. *ZΔ*] *ΔZ* P. 21. *πρὸς ἀφαιρεθέν*] mg. F. 24. *πόρισμα* mg. m. 2 V. *καὶ ἐπεὶ*] euan., del. m. 2 F. 25. *τὸ ZΔ*] *ZΔ* P. 26. *τὸ ZΔ*] F; *ZΔ* P; *τὸ ΔZ* V, Bp in ras. 27. *ἐστιν*] in ras. m. 2 V; *ἔσται* Bp. *δὲ καὶ ὡς* P. *τὸ AE*] *AE* Bp. 28. *τὸ ΓZ*] *ΓZ* Pp.

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἀναστρέψαντι ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ'.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἔστω τρία μεγέθη τὰ Α, Β, Γ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ, Ε, Ζ, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε, ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, δι' ἴσου δὲ μεῖζον ἔστω τὸ Α τοῦ Γ· λέγω, ὅτι καὶ τὸ Δ τοῦ Ζ μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐπεὶ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ Α τοῦ Γ, ἄλλο δέ τι τὸ Β, τὸ δὲ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον, τὸ Α ἄρα πρὸς τὸ Β μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Β. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, [οὕτως] τὸ Δ πρὸς τὸ Ε, ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ Β, ἀνάπαλιν οὕτως τὸ Ζ πρὸς τὸ Ε· καὶ τὸ Δ ἄρα πρὸς τὸ Ε μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Ζ πρὸς τὸ Ε. τῶν

---

1. πόρισμα] mg. PFBp; om V. 4. Seq. scholium; u. app. 7. καί] om. p; m. 2 B. 10. κἄν] καὶ ἐάν P. κἄν] ἔσται, καὶ ἐάν P. ἔλασσον, ἔλασσον Bp. 12. καὶ ἐν Bp; καί supra m. 2 F. 14. Ε] (alt.) ante ras. 1 litt. V. 17. ἔλασσον ἔλασσον Vp. 21. ἀλλά B. 22. οὕτως] om. P. τὸ Ε] Ε P. τὸ Γ] Γ P; τό add. m. rec.; τὸ Ζ φ. τὸ Β] Β P; τὸ Ε φ. 23. ἀνάπαλιν] καὶ τὸ Δ φ. τὸ Ε] Ε φ; sequentia euan. F.

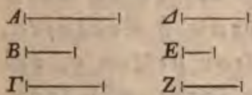
Corollarium.[1]

Hinc manifestum est, si compositae magnitudines proportionales sint, etiam conuertendo proportionales eas fore. — quod erat demonstrandum.

XX.

Si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportione, ex aequo autem prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor.

Sint tres magnitudines A, B, Γ et aliae iis numero aequales Δ, E, Z, binae coniunctae in eadem proportione, scilicet $A : B = \Delta : E$, et $B : \Gamma = E : Z$, et sit $A > \Gamma$. dico, esse etiam $\Delta > Z$, et si $A = \Gamma$, esse $\Delta = Z$, et si $A < \Gamma$, esse $\Delta < Z$.



nam quoniam $A > \Gamma$, et alia quaeuis magnitudo est B, et maius ad idem maiorem rationem habet quam minus [prop. VIII], erit $A : B > \Gamma : B$. uerum $A : B = \Delta : E$ et e contrario [prop. VII coroll.]

$$\Gamma : B = Z : E.$$

---

1) Quae praecedunt uerba p. 55, 24—28 immerito ab Simsono aliisque uituperantur; nam ueram continent demonstrationem conuersae rationis. demonstrauimus enim (p. 55, 19) $AB : \Gamma\Delta = EB : Z\Delta$, unde $AB : EB = \Gamma\Delta : Z\Delta$; sed simul erat (p. 55, 12) $BA : AE = \Delta\Gamma : \Gamma Z$; tum u. def. 16. nihilo minus hic locus interpolatus esse uideri potest (sed ante Theonem), quia Euclides numquam corollarii rationem reddit, id quod ipsius uocabuli πόρισμα notioni (Proclus in Eucl. p. 301. 303) aduersatur. huic loco similis est interpolatio Theonis post V, 4.

δὲ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων το μείζονα λόγον ἔχον μεῖζόν ἐστιν. μεῖζον ἄρα τὸ Δ τοῦ Ζ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ Α τῷ Γ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ Δ τῷ Ζ, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι᾽ ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα΄.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι᾽ ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἔστω τρία μεγέθη τὰ Α, Β, Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ, Ε, Ζ, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε, δι᾽ ἴσου δὲ τὸ Α τοῦ Γ μεῖζον ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ τὸ Δ τοῦ Ζ μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

---

1. τὸ αὐτό] αὐτό Bp; in p supra scr. τό. 2. ἐκεῖνο μεῖζον Theon (BFVp). ἐστιν] P; comp. p; ἐστι BFV. μεῖζον] corr. ex μείζων V. 3. τὸ Α] mg. m. rec. F. 4. τό] corr. ex τῷ P. ἔλασσον, ἔλασσον p. 8. ἴσον ἔσται, κἂν P. 9. ἔλασσον, ἔλασσον p. 16. ἔλασσον, ἔλασσον FVp. 17. μεγέθη ἀνάλογον PBFVp; corr. Gregorius. τά] e corr. V m. 2. 19. ἡ] om. B; euan. F; ὡς φ. 22. τὸ Α]

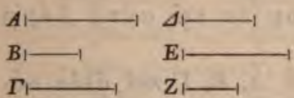
itaque etiam $\Delta : E > Z : E$. eorum autem, quae ad idem rationem habent, maius est, quod maiorem rationem habet [prop. X]. itaque $\Delta > Z$. similiter demonstrabimus, si $A = \Gamma$, esse etiam $\Delta = Z$, et si $A < \Gamma$, esse etiam $\Delta < Z$.

Ergo si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportione, ex aequo autem prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor; quod erat demonstrandum.

XXI.

Si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportione, et perturbata est earum proportio, et ex aequo prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor.

Sint tres magnitudines A, B, Γ et aliae iis numero aequales Δ, E, Z, binae simul coniunctae et in eadem proportione, et perturbata sit earum proportio, ita ut sit $A : B = E : Z$ et $B : \Gamma = \Delta : E$ [def. 18], et ex aequo sit $A > \Gamma$. dico, esse etiam $\Delta > Z$, et si $A = \Gamma$, esse $\Delta = Z$, et si $A < \Gamma$, esse $\Delta < Z$.



---

corr. ex τοῦ Δ V. 23. κἄν] (alt.) καί P. ἔλασσον, ἔλασσον V.

Ἐπεὶ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ Α τοῦ Γ, ἄλλο δέ τι τὶ Β, τὸ Α ἄρα πρὸς τὸ Β μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ Β. ἀλλ' ὡς μὲν τὶ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ Β, ἀνάπαλιν οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Δ. καὶ τὸ Ε ἄρα πρὸς τὸ Ζ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Δ. πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσόν ἐστιν· ἔλασσον ἄρα ἐστὶ τὸ Ζ τοῦ Δ· μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ Δ τοῦ Ζ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ Α τῷ Γ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ Δ τῷ Ζ, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Ἔστω ὁποσαοῦν μεγέθη τὰ Α, Β, Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ, Ε, Ζ, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε, ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

---

2. Α] supra P. Β] seq. ras. 1 litt. V. 7. ἐκεῖνο] -ο add. m. 1 p. ἔλαττον F. 8. ἔλασσον] om. F; ἔλαττον B. ἐστί] (alt.) om. FV. 9. ᾖ] om. B. 10. καί] om. F. ἔλασσον, ἔλασσον Vp. 11. ᾖ] om. φ. καί] ἢ καί FV.

nam quoniam $A > \Gamma$, et alia quaedam magnitudo est B, erit $A : B > \Gamma : B$ [prop. VIII]. uerum

$$A : B = E : Z.$$

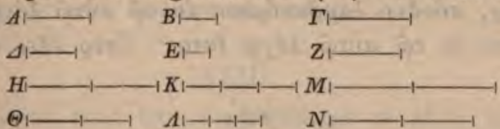
et e contrario [prop. VII coroll.] $\Gamma : B = E : \Delta$. itaque etiam $E : Z > E : \Delta$. sed ad quod idem maiorem rationem habet, id minus est [prop. X]. itaque $Z < \Delta$. quare $\Delta > Z$. similiter demonstrabimus, si $A = \Gamma$, esse etiam $\Delta = Z$, et si $A < \Gamma$, esse $\Delta < Z$.

Ergo si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportione, et perturbata est earum proportio, et ex aequo prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor; quod erat demonstrandum.

XXII.

Si datae sunt quotlibet magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportione, etiam ex aequo in eadem proportione erunt.

Sint quotlibet magnitudines A, B, Γ et aliae iis nu-



mero aequales Δ, E, Z, binae simul coniunctae in eadem proportione, ita ut sit $A : B = \Delta : E$ et $B : \Gamma = E : Z$. dico, eas etiam ex aequo in eadem proportione fore.[1])

1) H. e. $A : \Gamma = \Delta : Z$ (def. 17).

15. ἔλασσον, ἔλασσον V. 19. καί] om. Bp. 25. τό] (primum) -ό in ras. m. 1 B. 27. ἔσονται Bp. Dein add. Theon: ὡς τὸ A πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Z (BFVp; om. P).

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Α, Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, τῶν δὲ Β, Ε ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ, Λ, καὶ ἔτι τῶν Γ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Μ, Ν.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς το Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε, καὶ εἴληπται τῶν μὲν Α, Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, τῶν δὲ Β, Ε ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Κ, Λ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Η πρὸς τὸ Κ, οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Λ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ Κ πρὸς τὸ Μ, οὕτως τὸ Λ πρὸς τὸ Ν. ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ Η, Κ, Μ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Θ, Λ, Ν, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου ἄρα, εἰ ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Μ, ὑπερέχει καὶ τὸ Θ τοῦ Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν Η, Θ τῶν Α, Δ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ Μ, Ν τῶν Γ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ.

Ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κγ'.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

---

2. *δέ*] om. p. In F in hac pag. complura euan. *ἅ*] om. F? 3. *ἅ*] om. F. 5. *πρὸς τό*] in ras. p. 7. *δέ*] m. rec. p. *ἅ*] m. 2 F. 9. *πρός*] om. φ. 12. *τὰ Θ, Λ, Ν*] om. p; m. 2 V; mg. m. rec. B. 15. *ἔλασσον, ἔλασσον* p.

Sumantur enim magnitudinum A, $\varDelta$ aeque multiplices H, Θ, et magnitudinum B, E aliae quaeuis aeque multiplices K, $\varLambda$ et praeterea magnitudinum Γ, Z aliae quaeuis aeque multiplices M, N. et quoniam est $A : B = \varDelta : E$, et sumptae sunt magnitudinum A, $\varDelta$ aeque multiplices H, Θ et magnitudinum B, E aliae quaeuis aeque multiplices K, $\varLambda$, erit $H : K = \Theta : \varLambda$ [prop. IV]. eadem de causa etiam $K : M = \varLambda : N$. iam quoniam datae sunt tres magnitudines H, K, M et aliae iis numero aequales Θ, $\varLambda$, N, binae simul coniunctae et in eadem proportione, ex aequo, si H magnitudinem M superat, etiam Θ magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [prop. XX]. et H, Θ magnitudinum A, $\varDelta$ aeque multiplices sunt, M, N autem magnitudinum Γ, Z aliae quaeuis aeque multiplices. itaque $A : \Gamma = \varDelta : Z$ [def. 5].

Ergo si datae sunt quotlibet magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae in eadem proportione, etiam ex aequo in eadem proportione erunt; quod erat demonstrandum.

XXIII.

Si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales binae simul coniunctae in eadem proportione, et perturbata est earum proportio, etiam ex aequo in eadem proportione erunt.

---

16. ᾱ] m. 2 F. 18. Γ] in ras. m. 2 P. $\varDelta$] in ras. m. 2 P. Post Z in P add. καὶ ἐναλλὰξ (ἄρα ἐστίν mg. m. 1) ὡς τὸ A πρὸς τὸ $\varDelta$ (in ras. m. 2), οὕτως τὸ Γ (in ras. m. 2) πρὸς τὸ Z. 23. ἤ] om. p; m. 2 B. 24. Supra ἐν add. καί F. 26. ἔσονται BFVp.

Ἔστω τρία μεγέθη τὰ Α, Β, Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τὰ Δ, Ε, Ζ, ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ.

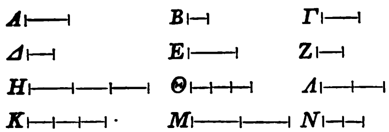
Εἰλήφθω τῶν μὲν Α, Β, Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, Κ, τῶν δὲ Γ, Ε, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ, Μ, Ν.

Καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια τὰ Η, Θ τῶν Α, Β, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Θ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, οὕτως τὸ Μ πρὸς τὸ Ν· καί ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ· καὶ ὡς ἄρα τὸ Η πρὸς τὸ Θ, οὕτως τὸ Μ πρὸς τὸ Ν. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Ε. καὶ ἐπεὶ τὰ Θ, Κ τῶν Β, Δ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια, τὰ δὲ μέρη τοῖς ἰσάκις πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Κ. ἀλλ' ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Ε· καὶ ὡς ἄρα τὸ Θ πρὸς τὸ Κ, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Ε. πάλιν, ἐπεὶ τὰ Λ, Μ τῶν Γ, Ε ἰσάκις ἐστι πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Ε, οὕτως τὸ Λ πρὸς τὸ Μ. ἀλλ' ὡς τὸ Γ

---

2. Supra *ἐν* add. *καί* m. 2 F. 3. *τετεταραγμένη* P, sed corr. 7. *Δ*] e corr. p. 8. *ἃ ἔτυχεν*] mg. m. 2 post lacunam 5 litt. F. 10. *Η*] post ras. 1 litt. F. 12. *καί ἐστιν* F. 14. *οὕτως*] *καί* B; om. p. 15. *οὕτως*] om BVp. Post hoc uerbum rep. F lin. 13: *τὸ Η* — 15: *τὸ Β*. 16. *οὕτως*]

Sint tres magnitudines A, B, Γ et aliae iis numero aequales binae simul coniunctae in eadem proportione Δ, E, Z, et perturbata sit earum proportio, ita ut sit $A : B = E : Z$, et $B : \Gamma = \Delta : E$ [def. 18]. dico, esse $A : \Gamma = \Delta : Z$.



sumantur magnitudinum A, B, Δ aeque multiplices H, Θ, K et magnitudinum Γ, E, Z aliae quaeuis aeque multiplices Λ, M, N. et quoniam H, Θ magnitudinum A, B aeque multiplices sunt, partes autem et aeque multiplices eandem rationem habent, erit $A : B = H : \Theta$ [prop. XV]. eadem de causa erit $E : Z = M : N$. et $A : B = E : Z$. itaque etiam $H : \Theta = M : N$ [prop. XI]. et quoniam $B : \Gamma = \Delta : E$, etiam permutando erit $B : \Delta = \Gamma : E$ [prop. XVI]. et quoniam Θ, K magnitudinum B, Δ aeque multiplices sunt, partes autem et aeque multiplices eandem rationem habent, erit

$$B : \Delta = \Theta : K \text{ [prop. XV].}$$

uerum est $B : \Delta = \Gamma : E$. itaque etiam

$$\Theta : K = \Gamma : E \text{ [prop. XI].}$$

rursus quoniam Λ, M magnitudinum Γ, E aeque multiplices sunt, erit $\Gamma : E = \Lambda : M$ [prop. XV]. uerum

om. BFVp. 17. *οὕτως*] om. BFVp. 18. Post E add. *καὶ εἴληπται τῶν μὲν* B, Δ *ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ* Θ, K *τῶν δὲ* Γ, E *ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ* Λ, M, *ἔστιν ἄρα ὡς τὸ* Θ *πρὸς τὸ* Λ, *οὕτως τὸ* K *πρὸς τὸ* M Bp et V mg. m. 2. 18. *ὡς*] om. F. B] seq. ras. 3 litt. F. *οὕτως*] om. BFVp. 19. B, Δ] in ras. p. 21. *οὕτως*] om. FV. 22. *οὕτως*] om. BFVp. 23. *ὡς ἄρα τὸ* Θ] in ras. m. 2 V. 24. *οὕτως*] om. BFVp. 26. *οὕτως*] om. F.

πρὸς τὸ *E*, οὕτως τὸ *Θ* πρὸς τὸ *K*· καὶ ὡς ἄρα τὸ *Θ* πρὸς τὸ *K*, οὕτως τὸ *Λ* πρὸς τὸ *M*, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ *Θ* πρὸς τὸ *Λ*, τὸ *K* πρὸς τὸ *M*. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ *H* πρὸς τὸ *Θ*, οὕτως τὸ *M* πρὸς τὸ *N*. ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ *H*, *Θ*, *Λ*, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ *K*, *M*, *N* σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καί ἐστιν αὐτῶν τεταραγμένη ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου ἄρα, εἰ ὑπερέχει τὸ *H* τοῦ *Λ*, ὑπερέχει καὶ τὸ *K* τοῦ *N*, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν *H*, *K* τῶν *A*, *Δ* ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ *Λ*, *N* τῶν *Γ*, *Z*. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ *A* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *Δ* πρὸς τὸ *Z*.

Ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κδ΄.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

---

2. οὕτως] om. BFVp. Hic quoque nonnulla in F ita euanuerunt, ut legi non possint. 4. καί] supra V. οὕτως] om. BFVp. 5. ἐστὶν ἀνάλογον Theon (BFVp). ἄλλα] supra F. 7. Ante ἐν m. 2 insert. καί F, in quo hic nonnulla sustulit resarcinatio. 8. ἡ] om. P. 10. ἔλασσον, ἔλασσον BVp. 11. *Λ*, *N* τῶν *Γ*, *Z*] in mg. transeunt m. 1, seq. in mg. ἄλλα ἃ ἔτυχεν ἰσάκις, dein in textu πολλαπλάσια F;

$\Gamma : E = \Theta : K$. quare etiam $\Theta : K = \Lambda : M$ [prop. XI], et permutando [prop. XVI] $\Theta : \Lambda = K : M$. sed demonstratum est, esse etiam $H : \Theta = M : N$. iam quoniam datae sunt tres magnitudines H, Θ, Λ et aliae iis numero aequales K, M, N, binae simul coniunctae in eadem proportione, et perturbata est earum proportio [def. 18], ex aequo, si H magnitudinem Λ superat, etiam K magnitudinem N superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [prop. XXI]. et H, K magnitudinum A, Δ aeque multiplices sunt, Λ, N autem magnitudinum Γ, Z. itaque $A : \Gamma = \Delta : Z$ [def. 5].

Ergo si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae in eadem proportione, et perturbata est earum proportio, etiam ex aequo in eadem proportione erunt; quod erat demonstrandum.

XXIV.

Si prima ad secundam eandem rationem habet ac tertia ad quartam, et etiam quinta ad secundam eandem rationem habet ac sexta ad quartam, etiam compositae prima et quinta ad secundam eandem rationem habebunt ac tertia sextaque ad quartam.

ἰσάκις πολλαπλάσια add. Bp. 12. Γ] corr. ex B m. 2 P. 14. καὶ ἐν P; καί add. in mg. m. 2 F, sed euan. 16. ἔσται] om. P. 18. ἔχῃ] ἔχει P.

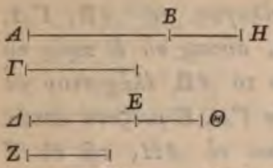
Πρῶτον γὰρ τὸ *ΑΒ* πρὸς δεύτερον τὸ *Γ* τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ *ΔΕ* πρὸς τέταρτον τὸ *Ζ*, ἐχέτω δὲ καὶ πέμπτον τὸ *ΒΗ* πρὸς δεύτερον τὸ *Γ* τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον τὸ *ΕΘ* πρὸς τέταρτον τὸ *Ζ*· λέγω, ὅτι καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ *ΑΗ* πρὸς δεύτερον τὸ *Γ* τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ *ΔΘ* πρὸς τέταρτον τὸ *Ζ*.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ως τὸ *ΒΗ* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *ΕΘ* πρὸς τὸ *Ζ*, ἀνάπαλιν ἄρα ὡς το *Γ* πρὸς τὸ *ΒΗ*, οὕτως τὸ *Ζ* πρὸς τὸ *ΕΘ*. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *ΔΕ* πρὸς τὸ *Ζ*, ὡς δὲ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *ΒΗ*, οὕτως τὸ *Ζ* πρὸς τὸ *ΕΘ*, δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ *ΑΒ* προς τὸ *ΒΗ*, οὕτως τὸ *ΔΕ* πρὸς το *ΕΘ*. καὶ ἐπεὶ διηρημένα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ *ΑΗ* πρὸς τὸ *ΗΒ*, οὕτως το *ΔΘ* πρὸς τὸ *ΘΕ*. ἔστι δὲ καὶ ὡς τὸ *ΒΗ* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *ΕΘ* πρὸς τὸ *Ζ*· δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ *ΑΗ* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *ΔΘ* πρὸς τὸ *Ζ*.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε΄.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον [αὐτῶν] καὶ τὸ ἐλάχιστον δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν.



Sit enim $AB : \Gamma = \Delta E : Z$, et $BH : \Gamma = E\Theta : Z$. dico, esse etiam $AH : \Gamma = \Delta\Theta : Z$.

nam quoniam est $BH : \Gamma = E\Theta : Z$, e contrario erit [prop. VII coroll.] $\Gamma : BH = Z : E\Theta$. iam quoniam est $AB : \Gamma = \Delta E : Z$, et $\Gamma : BH = Z : E\Theta$, ex aequo erit $AB : BH = \Delta E : E\Theta$ [prop. XXII]. et quoniam diremptae magnitudines proportionales sunt, etiam compositae proportionales erunt [prop. XVIII]. itaque $AH : HB = \Delta\Theta : \Theta E$. uerum etiam

$$BH : \Gamma = E\Theta : Z.$$

itaque ex aequo $AH : \Gamma = \Delta\Theta : Z$ [prop. XXII].

Ergo si prima ad secundam eandem rationem habet ac tertia ad quartam, et etiam quinta ad secundam eandem rationem habet ac sexta ad quartam, etiam compositae prima et quinta ad secundam eandem rationem habebunt ac tertia sextaque ad quartam; quod erat demonstrandum.

XXV.

Si quattuor magnitudines proportionales sunt, maxima et minima duabus reliquis maiores sunt.

XXV. Eutocius in Apollon. p. 139.

---

1. *μὲν γάρ* P. 5. *τὸ πρῶτον* FV. *πέμπτον τὸ ΑΗ*] *πεμ* (ex *καί*) *πέμπτον, τὸ ΑΗ* supra φ. 8. *καὶ ἐπεὶ γάρ* F, *καί* del. *ἐστι* F. 12. *ἄρα*] supra F. 14. *ἐστιν*] PF; comp. p; *ἐστι* BV. 15. *ἔστιν ἄρα ὡς*] P; *ὡς ἄρα* Theon? (BFVp). 16. *HB*] *BH* P. *ἐστιν* B. 21. *ἔχῃ δέ* — 25: *δεῖξαι*] *καὶ τὰ λοιπά* p. 21. *ἔχει* P. 22. *καὶ ἕκτον* — 25: *δεῖξαι*] *καὶ τὰ λοιπά* B. 28. *αὐτῶν*] om. P, Eutocius. *δύο*] Eutocius, V; *τὰ δύο* Pφp, et B, sed *τά* del. m. 2. *τῶν*] om φ.

Ἔστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ ΑΒ, ΓΔ, Ε, Ζ, ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, ἔστω δὲ μέγιστον μὲν αὐτῶν τὸ ΑΒ, ἐλάχιστον δὲ τὸ Ζ· λέγω, ὅτι τὰ ΑΒ, Ζ τῶν ΓΔ, Ε μείζονά ἐστιν.

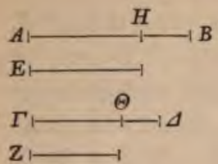
Κείσθω γὰρ τῷ μὲν Ε ἴσον τὸ ΑΗ, τῷ δὲ Ζ ἴσον τὸ ΓΘ.

Ἐπεὶ [οὖν] ἐστιν ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, ἴσον δὲ τὸ μὲν Ε τῷ ΑΗ, τὸ δὲ Ζ τῷ ΓΘ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ ΑΗ πρὸς τὸ ΓΘ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὅλον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ΑΗ πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΓΘ, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΗΒ πρὸς λοιπὸν τὸ ΘΔ ἔσται ὡς ὅλον τὸ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ. μεῖζον δὲ τὸ ΑΒ τοῦ ΓΔ· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ΗΒ τοῦ ΘΔ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ΑΗ τῷ Ε, τὸ δὲ ΓΘ τῷ Ζ, τὰ ἄρα ΑΗ, Ζ ἴσα ἐστὶ τοῖς ΓΘ, Ε. Καὶ [ἐπεὶ] ἐὰν [ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἄνισά ἐστιν, ἐὰν ἄρα] τῶν ΗΒ, ΘΔ ἀνίσων ὄντων καὶ μείζονος τοῦ ΗΒ τῷ μὲν ΗΒ προστεθῇ τὰ ΑΗ, Ζ, τῷ δὲ ΘΔ προστεθῇ τὰ ΓΘ, Ε, συνάγεται τὰ ΑΒ, Ζ μείζονα τῶν ΓΔ, Ε.

Ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον αὐτῶν καὶ τὸ ἐλάχιστον δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

2. Ε] (alt.) Θ π. 4. ἐστιν] PF; comp. p; ἐστι BV. 5. τῷ] τό V φ (non F). τό] τῷ Vφ. τῷ] τό V. 6. τό] τῷ V; om. P. 7. οὖν] om. P. 8. Ζ] in ras. m. 2 V. 12. ΓΘ] Θ e corr. V. Post καί 2 litt. euan. F. ΗΒ] ΑΒ π. 13. ΘΔ] Δ eras. F. ἔσται] seq. ras. F, in qua ἔσται ins. φ. ΑΒ] Β e corr. F. 15. ΑΗ] Η corr. ex Β V m. 2. 16. δέ] m. rec. p. ΑΗ] P, ΒΗ π, ΑΚ φ. 17. ὅλα] supra m. 1 V. 19. τῷ] τό V; corr. m. 2. μέν] m. 2 V. 21. μείζωνα φ. 22. ἄρα] om. p. ἀνάλογον — 24:



Sint quattuor magnitudines proportionales $AB, \Gamma\Delta, E, Z$, ita ut sit $AB : \Gamma\Delta = E : Z$, et maxima earum sit AB, minima autem Z. dico, esse

$$AB + Z > \Gamma\Delta + E.$$

ponatur enim $AH = E$ et $\Gamma\Theta = Z$.[1]) iam quoniam est $AB : \Gamma\Delta = E : Z$, et $E = AH$, $Z = \Gamma\Theta$, erit $AB : \Gamma\Delta = AH : \Gamma\Theta$. et quoniam est

$$AB : \Gamma\Delta = AH : \Gamma\Theta,$$

erit etiam [prop. XIX] $HB : \Theta\Delta = AB : \Gamma\Delta$. sed $AB > \Gamma\Delta$. quare etiam $HB > \Theta\Delta$.[2]) et quoniam $AH = E$ et $\Gamma\Theta = Z$, erit $AH + Z = \Gamma\Theta + E$. et si datis magnitudinibus HB, $\Theta\Delta$ inaequalibus, quarum maior est HB, magnitudini HB adiicitur $AH + Z$, $\Theta\Delta$ autem magnitudini magnitudo $\Gamma\Theta + E$, concluditur

$$AB + Z > \Gamma\Delta + E.$$[3])

---

1) Nam cum $AB > E$, erit $\Gamma\Delta > Z$ (prop. 14).

2) Cum $HB : \Theta\Delta = AB : \Gamma\Delta$, erit (prop. 16) $AB : HB = \Gamma\Delta : \Theta\Delta$; tum u. prop. 14.

3) Cum I *κοιν. ἐνν.* 4 subditiua sit, uerba *ἐπεί* et *ἀνίσοις — ἐὰν ἄρα* lin. 17—18 necessario delenda sunt, praesertim cum haec postulati forma ad demonstrandum propositum non sufficiat, et offendat orationis forma ob repetitum *ἐάν* permolesta; ad quam molestiam leuandam *ἐπεί* lin. 17 sustulit Augustus. sed fortasse Euclides ipse lin. 17 sq. haec sola scripserat: *ὥστε τὰ AB, Z τῶν ΓΔ, E μείζονά ἐστιν*; nam *συνάγεται* lin. 20 inusitatum est. de demonstratione, qua uti poterat Euclides, cfr. uol. I p. 181 not.

δεῖξαι] *καὶ τὰ λοιπά* p. *τὸ μέγιστον* — 24: *δεῖξαι*] *καὶ τὰ λοιπά* B. 23. *ἐλάχιστον*] *ἔλαττον* V. In fine: *Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως ε'* F; *Εὐκλείδου στοιχείων ε'* PB.

ϛʹ.

Ὅροι.

αʹ. Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον.

[βʹ. Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἐν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.]

γʹ. Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλαττον.

δʹ. Ὕψος ἐστὶ πάντος σχήματος ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

[εʹ. Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσί τινα.]

αʹ.

Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ

Def. 1. Hero def. 118, 1. 2. Hero def. 118, 1. 4. Cfr. Hero def. 73. [5. Theon in Ptolem. I p. 235 ed. Halma. Eutocius in Archim III p. 140, 23. Barlaam logist. V def. 2]. Prop. I. Proclus p. 245, 5. 405, 11. Pappus V p. 432, 23. VIII p. 1106, 23.

---

1. ὅροι] om. codd. numeros om. codd. 5. *σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν* F. 7. *λόγοι*] P, F supra scr. ὅροι m. 1; ὅροι Bp et V in ras., supra scr. *λόγοι* m. 2; *λόγων* ὅροι Candalla, Peyrardus; *λόγοι* iam Hero. *εἰσιν* F, *ὦσι* p. Dein seq.

VI.

Definitiones.

I. Figurae rectilineae similes sunt, quaecunque et angulos singulos aequales habent et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia.

[II. Reciprocae autem figurae sunt, ubi in utraque figura et praecedentes et sequentes rationes sunt].[1])

III. Secundum extremam ac mediam rationem recta linea secari dicitur, ubi tota ad partem maiorem eandem rationem habet ac maior pars ad minorem.

IV. Cuiusuis figurae altitudo est recta a uertice ad basim perpendicularis ducta.[2])

I.

Trianguli et parallelogramma sub eadem altitudine posita eandem inter se rationem habent ac bases.

---

1) Haec definitio nusquam ab Euclide usurpatur; neque enim ad illustrandam locutionem λόγον ἀντιπεπονθότα ἔχειν aut opus est, aut, si opus esset, sufficeret. praeterea λόγοι lin. 7 obscurum est. itaque puto, Simsonum p. 370 iure eam damnasse. fortasse ex Herone sumpta est, apud quem legitur.

2) Def. 4 om. Campanus. Def. 5 sine dubio interpolata est; nam nusquam usurpatur nec apud Campanum exstat neque in ipsis codd. locum eundem obtinet. sed cum P a manu prima addito signo, quo in textum referatur, eam in mg. habeat, fortasse ante Theonem interpolata est. u. Simson p. 372 sq.

---

def. 5 in Bp. 9. ἤ] om. PBp. τό] om. F. 10. ἔλασσον FV. 13 — 15. mg. m. 1 P; om. hoc loco Bp. 17. τά] (alt.) supra m. 1 F.

υπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.

Ἔστω τρίγωνα μὲν τὰ ΑΒΓ, ΑΓΔ, παραλληλόγραμμα δὲ τὰ ΕΓ, ΓΖ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος τὸ ΑΓ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ βάσιν, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον, καὶ τὸ ΕΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον.

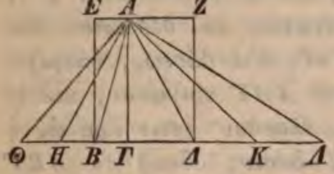
Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΒΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Θ, Λ σημεῖα, καὶ κείσθωσαν τῇ μὲν ΒΓ βάσει ἴσαι [ὁσαιδηποτοῦν] αἱ ΒΗ, ΗΘ, τῇ δὲ ΓΔ βάσει ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΔΚ, ΚΛ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΗ, ΑΘ, ΑΚ, ΑΛ.

Καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΓΒ, ΒΗ, ΗΘ ἀλλήλαις, ἴσα ἐστὶ καὶ τὰ ΑΘΗ, ΑΗΒ, ΑΒΓ τρίγωνα ἀλλήλοις. ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΓ βάσις τῆς ΒΓ βάσεως, τοσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁσαπλασίων ἐστὶν ἡ ΛΓ βάσις τῆς ΓΔ βάσεως, τοσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ ΑΛΓ τρίγωνον τοῦ ΑΓΔ τριγώνου· καὶ εἰ ἴση ἐστὶν ἡ ΘΓ βάσις τῇ ΓΛ βάσει, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον τῷ ΑΓΛ τριγώνῳ, καὶ εἰ ὑπερέχει ἡ ΘΓ βάσις τῆς ΓΛ βάσεως, ὑπερέχει καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον τοῦ ΑΓΛ τριγώνου, καὶ εἰ ἐλάσσων, ἔλασσον. τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν δύο μὲν βάσεων τῶν ΒΓ, ΓΔ, δύο δὲ τριγώνων τῶν ΑΒΓ, ΑΓΔ εἴληπται ἰσάκις πολλαπλάσια τῆς μὲν ΒΓ βάσεως καὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἥ τε ΘΓ βάσις καὶ τὸ

---

4. ΓΖ] Ζ e corr. m. 2 F. ὕψος] P; ὕψος ὄντα Theon (BVp, F in ras. m. 2). τὸ ΑΓ] P; τὴν ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ

Sint trianguli $AB\Gamma$, $A\Gamma\Delta$, parallelogramma autem $E\Gamma$, ΓZ sub eadem altitudine posita $A\Gamma$. dico, esse $B\Gamma : \Gamma\Delta = AB\Gamma : A\Gamma\Delta = E\Gamma : \Gamma Z$.



producatur enim $B\Delta$ in utramque partem ad puncta Θ, Λ, et ponantur basi $B\Gamma$ aequales quotlibet rectae BH, $H\Theta$ et basi $\Gamma\Delta$ aequales quotlibet rectae ΔK, $K\Lambda$, et ducantur AH, $A\Theta$, AK, $A\Lambda$.

et quoniam $\Gamma B = BH = H\Theta$, erit etiam

$$\triangle A\Theta H = AHB = AB\Gamma \text{ [I, 38]}.$$

itaque quoties multiplex est basis $\Theta\Gamma$ basis $B\Gamma$, toties multiplex est etiam triangulus $A\Theta\Gamma$ trianguli $AB\Gamma$. eadem de causa, quoties multiplex est basis $\Lambda\Gamma$ basis $\Gamma\Delta$, toties multiplex est etiam triangulus $A\Lambda\Gamma$ trianguli $A\Gamma\Delta$. et si $\Theta\Gamma = \Gamma\Lambda$, erit etiam $\triangle A\Theta\Gamma = A\Gamma\Lambda$ [I, 38], et si $\Theta\Gamma > \Gamma\Lambda$, erit etiam $\triangle A\Theta\Gamma > A\Gamma\Lambda$, et si $\Theta\Gamma < \Gamma\Lambda$, erit $\triangle A\Theta\Gamma < A\Gamma\Lambda$. itaque datis quattuor magnitudinibus, duabus basibus $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ et duobus triangulis $AB\Gamma$, $A\Gamma\Delta$ sumptae sunt aeque muliplices basis $B\Gamma$

τὴν $B\Delta$ κάθετον ἀγομένην Theon (B V p, F in ras. m. 2); sed cfr. def. 4. 5. λέγω, ὅτι] in ras. m. 2 F. ἐστὶν ὡς ἡ $B\Gamma$] in mg. transeunt m. 1 F. βάσις] -ις in ras. F. 9. $B\Delta$] ΔB Bp, V m. 2. 11. ὁσαιδηποτοῦν] om. P. 12. ΔK] in ras. V. 14. BH, $H\Theta$] e corr. p. 15. ἐστίν P; comp. p. $AH\Theta$ Fp. 18. $AB\Gamma$] corr. ex $A\Theta\Gamma$ m. 2 F. 19. $\Lambda\Gamma$] $\Gamma\Lambda$ P, sed Λ in ras. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ Bp. 20. $A\Gamma\Delta$] $A\Delta\Gamma$ Bp. τρίγωνον π (non P). 21. $\Gamma\Lambda$] inter Γ et Λ ras. 1 litt. FV. ἐστίν P, comp. p. 22. $A\Lambda\Gamma$ Bp. 23. $\Gamma\Lambda$] inter Γ et Λ ras. 1 litt. V. 24. $A\Gamma\Lambda$] PV, B in ras. m. 1; $A\Lambda\Gamma$ p; $AB\Gamma$ F. ἔλαττον ἔλαττον BF (ἐλάττων F m. 2).

ΑΘΓ τρίγωνον, τῆς δὲ ΓΔ βάσεως καὶ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια ἥ τε ΔΓ βάσις καὶ τὸ ΑΛΓ τρίγωνον· καὶ δέδεικται, ὅτι, εἰ ὑπερέχει ἡ ΘΓ βάσις τῆς ΓΛ βάσεως, ὑπερέχει καὶ τὸ ΑΘΓ τρίγωνον τοῦ ΑΛΓ τριγώνου, καὶ εἰ ἴση, ἴσον, καὶ εἰ ἐλάσσων, ἔλασσον· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ βάσιν, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον.

Καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν ΑΒΓ τριγώνου διπλάσιόν ἐστι τὸ ΕΓ παραλληλόγραμμον, τοῦ δὲ ΑΓΔ τριγώνου διπλάσιόν ἐστι τὸ ΖΓ παραλληλόγραμμον, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΓ παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὡς μὲν ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον, ὡς δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΓΔ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ βάσις πρὸς τὴν ΓΔ βάσιν, οὕτως τὸ ΕΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΓ παραλληλόγραμμον.

Τὰ ἄρα τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β'.

Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τρι-

---

2. ἃ] supra F. 3. ΔΓ] ΓΔ P. 4. ΓΛ] Λ in ras. m. 2 P; ΛΓ F. 6. ἴση] ἴσον B, et F, corr. m. 2. ἐλάσσων]

triangulique *ΑΒΓ* basis *ΘΓ* et triangulus *ΑΘΓ*, et basis *ΓΔ* triangulique *ΑΔΓ* aliae quaeuis aeque multiplices basis *ΛΓ* et triangulus *ΑΛΓ*; et demonstratum est, si *ΘΓ* basis basim *ΓΛ* superet, etiam triangulum *ΑΘΓ* triangulum *ΑΛΓ* superare, et si aequalis sit, aequalem esse, et si minor, minorem. itaque erit

$$Β Γ : Γ Δ = Α Β Γ : Α Γ Δ \text{ [V def. 5].}$$

et quoniam $Ε Γ = 2\, Α Β Γ$ et $Ζ Γ = 2\, Α Γ Δ$ [I, 34], et partes eandem rationem habent atque aeque multiplices [V, 15], erit $\triangle\, Α Β Γ : Α Γ Δ = Ε Γ : Ζ Γ$. iam quoniam demonstratum est, esse

$$Β Γ : Γ Δ = Α Β Γ : Α Γ Δ$$

et $Α Β Γ : Α Γ Δ = Ε Γ : Γ Ζ$, erit etiam

$$Β Γ : Γ Δ = Ε Γ : Ζ Γ \text{ [V, 11].}$$

Ergo trianguli et parallelogramma sub eadem altitudine posita eandem inter se rationem habent ac bases; quod erat demonstrandum.

II.

Si in triangulo uni laterum parallela ducitur recta, latera trianguli proportionaliter secabit; et si latera

II. Schol. in Archim. III p. 383.

ἔλασσον P; *ἔλαττον* B, et F, corr. m. 2; *ἐλάττων* p. *ἔλαττον* BFp. 9. *μὲν τοῦ* V. 10. *δέ*] m. 2 V. 11. *ἐστιν* P; comp. p. 12. *πολλαπλασίοις*] *παραπλησίοις* B; corr. m. 2. 15. *ΖΓ*] *ΓΖ* BFp, V m. 2. 16. *ἡ μέν* p. *ΑΒΓ*] *ΑΓΒ* P. 17. *ΑΓΔ*] corr. ex *ΑΔΓ* F. *τρίγωνον*] om. V. 18. *τρίγωνον*] om. V. *ΑΓΔ*] e corr. F. *τρίγωνον*] m. 2 V. 19. *ΓΖ*] P, V m. 1; *ΖΓ* BFp, V m. 2. 20. *ΓΔ*] *ΔΓ* p. 21. *παραλληλόγραμμον*] (alt.) om. V. 27. *παρὰ μίαν*] mutat. in *παράλληλος μιᾷ* B m. recentissima; in V supra scr. m. 2: *ἤτοι μιᾷ τῶν πλευρῶν παράλληλος*.

γώνου πλευράς· καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευράν.

Τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ παράλληλος μιᾷ τῶν πλευρῶν τῇ ΒΓ ἤχθω ἡ ΔΕ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΕ, ΓΔ.

Ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΔΕ τρίγωνον τῷ ΓΔΕ τριγώνῳ· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστι τῆς ΔΕ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΔΕ, ΒΓ· ἄλλο δέ τι τὸ ΑΔΕ τρίγωνον. τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΒΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ [τρίγωνον], οὕτως τὸ ΓΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον. ἀλλ᾽ ὡς μὲν τὸ ΒΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ· ὑπὸ γὰρ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα τὴν ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετον ἀγομένην πρὸς ἄλληλά εἰσιν ὡς αἱ βάσεις. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὡς τὸ ΓΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ.

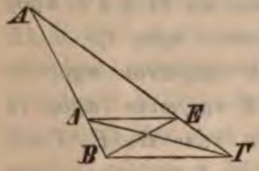
Ἀλλὰ δὴ αἱ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πλευραὶ αἱ ΑΒ, ΑΓ ἀνάλογον τετμήσθωσαν, ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΔΕ τῇ ΒΓ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεί ἐστιν

---

1. Ante ἐάν 2 litt. eras. V. 3. παρὰ τὴν λοιπήν] mutat. in παράλληλος τῇ λοιπῇ B m. recentiss.; in F supra scr. m. 2 παράλληλος. 4. πλευράν] mutat. in πλευρᾷ m. recentiss. B. 7. τήν] postea insert. φ. τήν] postea insert. φ. ΕΑ]

trianguli proportionaliter secantur, recta ad puncta sectionum ducta reliquo lateri trianguli parallela erit.



Nam in triangulo $AB\Gamma$ uni laterum $B\Gamma$ parallela ducatur ΔE. dico, esse

$B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$.

ducantur enim BE, $\Gamma\Delta$. itaque $\triangle B\Delta E = \Gamma\Delta E$; nam in eadem basi sunt ΔE et in iisdem parallelis ΔE, $B\Gamma$ [I, 38]. alia autem quaedam magnitudo est $\triangle A\Delta E$. et aequalia ad idem eandem rationem habent [V, 7]. erit igitur $B\Delta E : A\Delta E = \Gamma\Delta E : A\Delta E$. uerum $B\Delta E : A\Delta E = B\Delta : \Delta A$; nam cum sub eadem altitudine positi sint, ea quae ab E ad AB perpendicularis ducitur, eandem inter se rationem habent ac bases [prop. I]. eadem de causa erit etiam

$$\triangle \Gamma\Delta E : A\Delta E = \Gamma E : EA.$$

quare etiam $B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$ [V, 11].

iam uero trianguli $AB\Gamma$ latera AB, $A\Gamma$ proportionaliter secentur, ita ut sit $B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$, et ducatur ΔE. dico, ΔE rectae $B\Gamma$ parallelam esse.

AB F. 8. *γάρ*] supra m. 1 V. 9. *ἄρα*] *δή* P. *ἐστίν* P, comp. p. 11. *ΒΓ*] ΕΖ φ (non F). 14. *τό*] corr. ex *τῷ* m. 2 V. *ΑΔΕ*] *ΔΑΕ* P. *τρίγωνον*] om. P. *τρίγωνον*] om. V. 16. *ΑΔΕ*] *Δ* e corr. m. 2 V. *ἤ*] φ; add. supra etiam m. rec. 19. Post *βάσεις* add. V: *ὡς δὲ τὸ ΓΔΕ πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον.* *δή*] om. F; uidetur add. fuisse m. 2, sed euan.; *δὴ καί* P. *ὡς τό*] om. V; *ὡς δὲ τό* φ. *ΓΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ*] om. V. 20. *EA*] *AE* p. 21. *ΓΕ*] *ΓΒ* F? 23. *αἱ ΑΒ, ΑΓ*] m. 2 V; *αἱ* om. F, add. φ. 24. Ante *ὡς* hab. Bp: *κατὰ τὰ Δ, Ε σημεῖα*; idem P mg. m. 2. *ὡς ἄρα* Bp. 25. *ΓΕ*] mutat. in *ΕΓ* m. 2 V.

ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως τὸ ΒΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον, ὡς δὲ ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΑ, οὕτως τὸ ΓΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον, καὶ ὡς ἄρα τὸ ΒΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΓΔΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΔΕ τρίγωνον. ἑκάτερον ἄρα τῶν ΒΔΕ, ΓΔΕ τριγώνων πρὸς τὸ ΑΔΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΔΕ τρίγωνον τῷ ΓΔΕ τριγώνῳ· καί εἰσιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΔΕ. τὰ δὲ ἴσα τρίγωνα καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΒΓ.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς· καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευράν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γʹ.

Ἐὰν τριγώνου ἡ γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς· καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα δίχα τεμεῖ τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

---

3. τρίγωνον] (alt.) om. V. 4. τὴν ΕΑ] τὸ ΕΑ seq. ras. 1 litt. F. 5. καὶ ὡς ἄρα — 7: ΑΔΕ τρίγωνον] mg. m. 2 V. 6.

nam iisdem comparatis quoniam est $B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$, et $B\Delta : \Delta A = \triangle B\Delta E : A\Delta E$, et $\Gamma E : EA = \triangle \Gamma\Delta E : A\Delta E$ [prop. I], erit etiam $\triangle B\Delta E : A\Delta E = \triangle \Gamma\Delta E : A\Delta E$ [V, 11]. itaque uterque triangulus $B\Delta E$, $\Gamma\Delta E$ ad $A\Delta E$ eandem rationem habet. itaque $\triangle B\Delta E = \Gamma\Delta E$ [V, 9]. et in eadem basi sunt ΔE. trianguli autem, qui aequales sunt et in eadem basi positi, etiam in iisdem parallelis sunt [I, 39]. itaque ΔE rectae $B\Gamma$ parallela est.

Ergo si in triangulo uni laterum parallela ducitur recta, latera trianguli proportionaliter secabit; et si latera trianguli proportionaliter secantur, recta ad puncta sectionum ducta reliquo lateri trianguli parallela erit; quod erat demonstrandum.

III.

Si angulus trianguli in duas partes aequales diuiditur, et recta angulum secans etiam basim secat, partes basis eandem rationem habebunt ac reliqua latera trianguli; et si partes basis eandem rationem habent ac reliqua latera trianguli, recta a uertice ad punctum sectionis ducta angulum trianguli in duas partes aequales secabit.

III. Theon in Ptolem. p. 201. Eutocius in Archim. III p. 272, 11. Schol. in Pappum III p. 1175, 16, 25 al.

τρίγωνον] (prius) om. BFVp. 7. τρίγωνον] comp. F. 8. πρὸς τὸ $A\Delta E$] supra m. 1 F; πρὸς τὸ $A\Delta E$ τρίγωνον V. 9. ἐστίν FV. 11. καί] (prius) τά F. 12. παράλληλος V; corr. m. 2. ἐστίν] (prius) PFV; ἐστί B, et p (ι in ras.); εἰσί V m. 2. 14. πλευρῶν] mg. m. 1 P. 20. ἡ] om. V. τμηθῇ] in ras. m. 2 V. δέ] supra m. 1 F. 21. τέμνῃ] τέμνει eras. ι V. 24. καὶ ἐὰν τά — 25: πλευραῖς] mg. m. 2 V. 24. ἔχῃ] corr. ex ἔχει m. 1 p. 27. τεμεῖ] P, F m. 2, V m. 2; τέμνει Bp, F m. 1, V m. 1.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα ὑπὸ τῆς ΑΔ εὐθείας· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ.

Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ τῇ ΔΑ παράλληλος ἡ ΓΕ, καὶ διαχθεῖσα ἡ ΒΑ συμπιπτέτω αὐτῇ κατὰ τὸ Ε.

Καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΔ, ΕΓ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΑΓ, ἡ ἄρα ὑπὸ ΑΓΕ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΓΑΔ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΓΑΔ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ ἄρα τῇ ὑπὸ ΑΓΕ ἐστιν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τας ΑΔ, ΕΓ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΒΑΕ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΔ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς τῇ ὑπὸ ΑΕΓ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΔ ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΑΕΓ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΑΕ πλευρᾷ τῇ ΑΓ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΒΓΕ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΕΓ ἦκται ἡ ΑΔ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ. ἴση δὲ ἡ ΑΕ τῇ ΑΓ· ὡς ἄρα ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ.

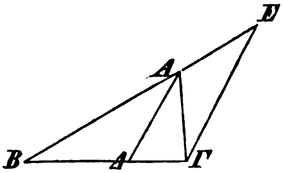
Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· λέγω, ὅτι δίχα τέτμηται ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία ὑπὸ τῆς ΑΔ εὐθείας.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΒΑ

---

1. *καί*] supra F. 3. *ΓΔ*] *ΔΓ* P. 7. *εὐθείας* V. 8. *ἐνέπεσεν*] Pφ Bp; *ἐμπέπτωκεν* V. *ἐστίν* P; comp. p. 9. *ἀλλά* P. 11. *εὐθεῖα*] *εὐθείας* addito *εὐθεῖα* in mg. m.

Sit triangulus $AB\Gamma$, et $\angle B A\Gamma$ in duas partes aequales secetur recta $A\Delta$. dico, esse



$$B\Delta : \Gamma\Delta = BA : A\Gamma.$$

ducatur enim per Γ rectae ΔA parallela ΓE, et producta BA cum ea concurrat in E [I *αἰτ.* 5]. et quoniam in rectas parallelas $A\Delta$, $E\Gamma$ recta incidit $A\Gamma$, erit $\angle A\Gamma E = \Gamma A\Delta$ [I, 29]. sed supposuimus $\angle \Gamma A\Delta = BA\Delta$. quare etiam $\angle BA\Delta = A\Gamma E$. rursus quoniam in rectas parallelas $A\Delta, E\Gamma$ recta incidit BAE, erit $\angle BA\Delta = AE\Gamma$ exterior angulus interiori [I, 29]. demonstratum est autem, esse etiam $\angle A\Gamma E = BA\Delta$. quare etiam $\angle A\Gamma E = AE\Gamma$. quare etiam $AE = A\Gamma$ [I, 6]. et quoniam in triangulo $B\Gamma E$ uni laterum $E\Gamma$ parallela ducta est $A\Delta$, erit $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : AE$ [prop. II]. sed $AE = A\Gamma$. itaque erit

$$B\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma.$$

iam uero sit $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma$, et ducatur $A\Delta$. dico, $\angle BA\Gamma$ in duas partes aequales secari recta $A\Delta$.

nam iisdem comparatis quoniam est $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma$, uerum etiam $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : AE$ (nam

---

2 V; *εὐθείας εὐθεῖα* Bp. 12. *ἐνέπεσε* V. BAE] litt. E in ras. m. 2 P. *ἡ*] (tert.) in ras. V. 13. *ἴση*] -*η* e corr. m. 2 P. $AE\Gamma$] litt. $E\Gamma$ in ras. P. 14. $BA\Delta$] corr. ex $B\Delta\Delta$ m. 1 p. *ἄρα γωνία*] om. V. 16. AE] $A\Theta$ *π* (non P), EA *φ*. *πλευράν* *π* (non P). 18. *πρὸς τήν*] *τήν* comp. scriptum cum *πρόσ* coaluit in F, *πρός* *φ*, et sic in seq. saepius. 20. *ὡς ἄρα*] P; *ἔστιν ἄρα ὡς* Theon? (BFVp); cfr. p. 68, 15. 22. $B\Delta$] Δ corr. p. $\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta$ F. 26. *ἐπεὶ γάρ* *φ*. 27. $A\Gamma$ — p. 84, 1: *πρὸς τήν*] om. Bp. 28. *τήν*] om. F (inser. m. rec., sed eras.).

πρὸς τὴν ΑΕ· τριγώνου γὰρ τοῦ ΒΓΕ παρὰ μίαν τὴν ΕΓ ἦκται ἡ ΑΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΕ. ἴση ἄρα ἡ ΑΓ τῇ ΑΕ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΕ ἐστιν ἴση. ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ ΑΕΓ τῇ ἐκτὸς τῇ ὑπὸ ΒΑΔ [ἐστιν] ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ἐναλλὰξ τῇ ὑπὸ ΓΑΔ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ ἄρα τῇ ὑπὸ ΓΑΔ ἐστιν ἴση. ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΔ εὐθείας.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου ἡ γωνία δίχα τμηθῇ, η δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς· καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι.

Ἔστω ἰσογώνια τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΓΕ ἴσην ἔχοντα τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΓΕ, τὴν δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΕ καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΓΕΔ· λέγω, ὅτι τῶν ΑΒΓ, ΔΓΕ τριγώνων

IV. Psellus p. 70.

3. *οὕτως*] m. 2 V. *ΑΕ*] *ΑΓ* φ. 4. *ΑΕ*] *ΕΑ* φ. *τῇ*] PBp; *γωνίᾳ τῇ* FV. 5. *ἀλλά* P. 6. *ΒΑΔ*] *Β* supra m. 1 F. *ἐστιν*] om. P. *ἡ δέ*] *ἴση δὲ καὶ ἡ* V. *ΑΓΕ*] supra *Γ* ras. est in V; *ΑΕΓ* F. 7. *ἐστιν ἴση*] om. V. *καὶ ἡ ὑπό* — 8:

in triangulo $B\Gamma E$ uni laterum $E\Gamma$ parallela ducta est $A\Delta$) [prop. II], erit etiam $BA : A\Gamma = BA : AE$ [V, 11]. quare $A\Gamma = AE$ [V, 9]. quare etiam $\angle AE\Gamma = A\Gamma E$ [I, 5]. sed $\angle AE\Gamma = BA\Delta$ exteriori [I, 29], et $\angle A\Gamma E = \Gamma A\Delta$ alterno [id.]. quare etiam $\angle BA\Delta = \Gamma A\Delta$. itaque $\angle BA\Gamma$ recta $A\Delta$ in duas partes aequales sectus est.

Ergo si angulus trianguli in duas partes aequales diuiditur, et recta angulum secans etiam basim secat, partes basis eandem rationem habebunt ac reliqua latera trianguli; et si partes basis eandem rationem habent ac reliqua latera trianguli, recta a uertice ad punctum sectionis ducta angulum trianguli in duas partes aequales secabit; quod erat demonstrandum.

IV.

In triangulis aequiangulis latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt et correspondentia, quae sub aequalibus angulis subtendunt.

Sint trianguli aequianguli $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ habentes $\angle AB\Gamma = \Delta\Gamma E$, $BA\Gamma = \Gamma\Delta E$, $A\Gamma B = \Gamma E\Delta$. dico,

---

ἔστιν ἴση] om. B et V (ras. est quartae partis lineae); in mg. transeunt in ras. p. 10. *ἡ*] om. V. *δίχα*] om. F. 11. *τὴν γωνίαν*] P; *αὐτήν* BFVp. *εὐθεῖα*] mg. m. 1 P. *τέμνει* F et seq. ras. 1 litt. V. 12. *τά*] m. 2 F. 13. *καὶ ἐάν* — 17: *δεῖξαι*] in ras. m. 1 F. 14. *ἔχῃ*] corr. ex *ἔχει* p. *λόγον ἔχῃ* V. 16. *τοῦ τριγώνου*] om. FV. 17. *γωνίαν*] *εὐθεῖαν* p. 20. *αἱ περί*] e corr. V. *ἴσας*] m. rec. F. 21. *πλευραὶ ὑποτείνουσαι* Bp, *ὑποτείνουσαι πλευραί* FV. 22. *ἔστωσαν* V. $\Delta\Gamma E$] $\Gamma\Delta E$ Bp, V m. 2. 23. $AB\Gamma$] $BA\Gamma$ P. *γωνίαν*] comp. mg. P. $\Delta\Gamma E$] $\Gamma\Delta E$ P. 24. $BA\Gamma$] BFp, V m. 2; $B\Gamma A$ P; $A\Gamma B$ V m. 1. $\Gamma\Delta E$] BFp, V m. 2; $\Gamma E\Delta$ P. $A\Gamma B$] Bp, V in ras. m. 2; $AB\Gamma$ PF. 25. $\Gamma E\Delta$] BFp; $\Delta E\Gamma$ in ras. m. 2 V; $\Delta\Gamma E$ P.

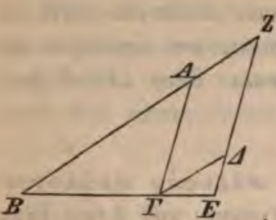
ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι.

Κείσθω γὰρ ἐπ᾿ εὐθείας ἡ ΒΓ τῇ ΓΕ. καὶ ἐπεὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΓΒ γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσιν, ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΓ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΓ δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσιν· αἱ ΒΑ, ΕΔ ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Ζ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΓΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΓ, παράλληλός ἐστιν ἡ ΒΖ τῇ ΓΔ. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΕΓ, παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΓ τῇ ΖΕ. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΑΓΔ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΖΑ τῇ ΔΓ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΖΔ. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΖΒΕ παρὰ μίαν τὴν ΖΕ ἦκται ἡ ΑΓ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΖ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ. ἴση δὲ ἡ ΑΖ τῇ ΓΔ· ὡς ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ. πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΓΔ τῇ ΒΖ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ ΖΔ πρὸς τὴν ΔΕ. ἴση δὲ ἡ ΖΔ τῇ ΑΓ· ὡς ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΕ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ, ὡς δὲ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΕΔ, δι᾿ ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΕ.

---

4. δύο] αἱ δύο P, corr. m. 1. ἐλάσσονες V. 6. ἐλάσσονες V. 10. ἐστιν] P, F m. 1; ἄρα ἐστίν BVp, F m. 2. Sequentia in ras. m. 1 p. 12. ἐστί] ἐστίν P, comp. p. 13. ΖΑΓΔ] Γ in ras. B. ΔΓ] Γ in ras. p; ΓΔ V, corr. m. 2. 14. ΖΔ]



in triangulis $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ latera aequales angulos comprehendentia aequalia esse et correspondentia, quae sub aequalibus angulis subtendant.

ponatur enim $B\Gamma$ in producta ΓE, et quoniam $\angle AB\Gamma + A\Gamma B$ duobus rectis minores sunt [I, 17] et $\angle A\Gamma B = \Delta E\Gamma$, erunt $\angle AB\Gamma + \Delta E\Gamma$ duobus rectis minores. itaque BA, $E\Delta$ productae concurrent [I *αἴτ.* 5]. producantur et concurrant in Z.

et quoniam $\angle \Delta\Gamma E = AB\Gamma$, erit BZ rectae $\Gamma\Delta$ parallela [I, 28]. rursus quoniam $\angle A\Gamma B = \Delta E\Gamma$, erit $A\Gamma$ rectae ZE parallela [id.]. $ZA\Gamma\Delta$ igitur parallelogrammum est. quare $ZA = \Delta\Gamma$, $A\Gamma = Z\Delta$ [I, 34]. et quoniam in triangulo ZBE uni lateri ZE parallela ducta est $A\Gamma$, erit $BA : AZ = B\Gamma : \Gamma E$ [prop. II]. sed $AZ = \Gamma\Delta$. itaque $BA : \Gamma\Delta = B\Gamma : \Gamma E$ et permutando [V, 16] $AB : B\Gamma = \Delta\Gamma : \Gamma E$. rursus quoniam $\Gamma\Delta$ rectae BZ parallela est, erit $B\Gamma : \Gamma E = Z\Delta : \Delta E$ [prop. II]. sed $Z\Delta = A\Gamma$. itaque $B\Gamma : \Gamma E = A\Gamma : \Delta E$, et permutando [V, 16] $B\Gamma : \Gamma A = \Gamma E : E\Delta$. iam quoniam demonstratum est, esse $AB : B\Gamma = \Delta\Gamma : \Gamma E$ et $B\Gamma : \Gamma A = \Gamma E : E\Delta$, ex aequo erit $BA : A\Gamma = \Gamma\Delta : \Delta E$ [V, 22].

ΔZ P. ZBE] PF, V m. 1; *BZE* Bp, V m. 2. *μίαν τῶν πλευρῶν* V. 15. *ἡ*] (alt.) om. P. *τὴν*] om. BFp. 16. *τήν*] om. BFp. 17. *τήν*] om. BFp. *τήν*] om. φ. 18. *AB*] *BA* p. *πρὸς τὴν*] PV; *πρός* BFp, et sic deinde per totam propositionem. 21. ZΔ] (alt.) ΔZ V m. 1; corr. m. 2. 23. *καὶ ἐναλλάξ*] P; *ἐναλλὰξ ἄρα* Theon? (BFVp); cfr. lin. 18. 24. *ἐπεὶ οὖν*] *καὶ ἐπεί* P. *ἡ μέν* P. 27. *καὶ δι' ἴσου* P.

Τῶν ἄρα ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

εʹ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ᾽ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντα, ὡς μὲν τὴν ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὴν ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ, ὡς δὲ τὴν ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως τὴν ΕΖ πρὸς τὴν ΖΔ, καὶ ἔτι ὡς τὴν ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως τὴν ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ. λέγω, ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ καὶ ἴσας ἕξουσι τὰς γωνίας, ὑφ᾽ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, τὴν δὲ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ.

Συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ ΕΖ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Ε, Ζ τῇ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΕΗ, τῇ δὲ ὑπο ΑΓΒ ἴση ἡ ὑπὸ ΕΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Α λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Η ἐστιν ἴση.

ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ το ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΗΖ [τριγώνῳ]. τῶν ἄρα ΑΒΓ, ΕΗΖ τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμό-

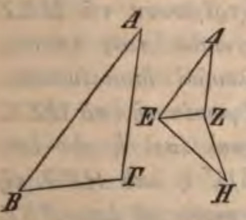
3. *ὑπό*] *περί* p. *γωνίας*] bis p. *πλευραὶ ὑποτείνουσαι* BFp, *ὑποτείνουσαι πλευραί* V. 7. *τάς*] m. rec. F. 10. *τὴν ΒΓ*] *ΒΓ* BFp. 11. *τὴν* ΕΖ] ΕΖ BFp. *τὴν ΓΑ*] *ΓΑ* BFp. 12. *οὕτω* B. *τὴν* ΖΔ] P, V m. 1; *τὴν* ΔΖ V m. 2; ΔΖ BFp. 13. *οὕτω* Bp. *τὴν* ΔΖ] V; *τὴν* ΖΔ P; ΔΖ BFp. 14. *ἐστιν* P, comp. p. 16. *ὑποτείνουσι* Vp.

Ergo in triangulis aequiangulis latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt et correspondentia, quae sub aequalibus angulis subtendunt; quod erat demonstrandum.

V.

Si duo trianguli latera proportionalia habent, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ latera proportionalia



habentes, ita ut sit $AB : B\Gamma = \Delta E : EZ$, $B\Gamma : \Gamma A = EZ : Z\Delta$, $BA : A\Gamma = E\Delta : \Delta Z$. dico, triangulos $AB\Gamma$, ΔEZ aequiangulos fore et eos angulos aequales habituros esse, sub quibus correspondentia latera subtendant, $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$, $B\Gamma A = EZ\Delta$, $BA\Gamma = E\Delta Z$.

construatur enim ad rectam EZ et puncta eius E, Z angulo $AB\Gamma$ aequalis $\angle ZEH$ et angulo $A\Gamma B$ aequalis EZH [I, 23]. itaque qui relinquitur, angulus ad A positus reliquo angulo ad H posito aequalis est [I, 32]. itaque $AB\Gamma$, EHZ trianguli aequianguli sunt. quare in triangulis $AB\Gamma$, EHZ latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt et corre-

21. $A\Gamma B$] e corr. V. 22. πρὸς τῷ A] P; ὑπὸ $BA\Gamma$ Theon (BFVp). πρὸς τῷ H] P; ὑπὸ EHZ Theon (Bp; ὑπὸ EZ supra scr. H V, ὑπὸ EZH F). 23. ἰσογώνι° F in fine lin. ἐστίν P, comp. p. EHZ] P, V m. 1; ZEH Bp, V m. 2, F eras. Z et H. 24. τριγώνῳ] om. P. EHZ] P, V m. 1; ZEH BFp, V m. 2.

λογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, [οὕτως] ἡ ΗΕ πρὸς τὴν ΕΖ. ἀλλ' ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ὑπόκειται ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ· ὡς ἄρα ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΗΕ πρὸς τὴν ΕΖ. ἑκατέρα ἄρα τῶν ΔΕ, ΗΕ πρὸς τὴν ΕΖ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΗΕ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΔΖ τῇ ΗΖ ἐστιν ἴση. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΕ τῇ ΕΗ, κοινὴ δὲ ἡ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΔΕ, ΕΖ δυσὶ ταῖς ΗΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΖΗ [ἐστιν] ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΕΖ ἐστιν ἴση, καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΗΕΖ τριγώνῳ ἴσον, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΔΖΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΖΕ, ἡ δὲ ὑπὸ ΕΔΖ τῇ ὑπὸ ΕΗΖ. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΖΕΔ τῇ ὑπὸ ΗΕΖ ἐστιν ἴση, ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΗΕΖ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστιν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστιν ἴση, καὶ ἔτι ἡ πρὸς τῷ Α τῇ πρὸς τῷ Δ· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ϛʹ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γω-

---

1. γωνίας] m. 2 F. πλευραὶ ὑποτείνουσαι Theon (BVFp). 2. τήν] om. BFp. οὕτως] om. P. 3. τήν] om. BFp. ἀλλ' — 4: ΕΖ] mg. m. 1 F. 3. τήν] om. BFp. 4. τήν]

spondentia, quae sub aequalibus angulis subtendunt [prop. IV]. erit igitur $AB : B\Gamma = HE : EZ$. sed $AB : B\Gamma = \Delta E : EZ$, ut supposuimus. quare $\Delta E : EZ = HE : EZ$ [V, 11]. itaque utraque ΔE, HE ad EZ eandem rationem habet. ergo $\Delta E = HE$ [V, 9]. eadem de causa etiam $\Delta Z = HZ$. iam quoniam $\Delta E = EH$, et communis est EZ, duae rectae ΔE, EZ duabus HE, EZ aequales sunt; et $\Delta Z = ZH$. itaque $\angle \Delta EZ = HEZ$ [I, 8], et $\triangle \Delta EZ = \triangle HEZ$, et reliqui anguli reliquis angulis aequales, sub quibus aequalia latera subtendunt [I, 4]. itaque $\angle \Delta ZE = HZE$, $\angle E\Delta Z = EHZ$. et quoniam $\angle ZE\Delta = HEZ$, et $\angle HEZ = AB\Gamma$, erit etiam $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$. eadem de causa erit etiam $\angle A\Gamma B = \Delta ZE$, et praeterea angulus ad A positus angulo ad Δ posito. itaque trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ aequianguli sunt.

Ergo si duo trianguli latera proportionalia habent, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt; quod erat demonstrandum.

VI.

Si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem

---

om. BFp. καὶ ὡς ἄρα P. 5. τήν] bis om. BFp. 6. HE] EH V. 7. τά] om. p. 8. ἴση ἐστίν p. 10. εἰσί Vp. ΔZ] $Z\Delta$ P. ZH] post ras. 1 litt. V. 11. ἐστιν] om. P. 13. Post ἴσον add. ἐστί Bp, F m. 2, V m. 2. 14. Post ἴσαι add. ἔσονται Bp, F m. 2. 15. ἐστίν PB. ΔZE] ΔEZ F. HZE] H supra m. 1 F. 17. ἴση ἐστίν φ. ἀλλά P. 18. $AB\Gamma$] (prius) $AB\Gamma$ ἐστιν ἴση V. 19. ἡ] ἡ μέν P. $A\Gamma B$] $AB\Gamma$ p. 20. ἔτι] e corr. V. τῷ] bis τό B et V (corr. m. 2). 21. Δ ἐστιν ἴση FV. ἐστίν P.

νίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ᾽ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ μίαν γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ μιᾷ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴσην ἔχοντα, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὡς τὴν ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως τὴν ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ· λέγω, ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ καὶ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, τὴν δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.

Συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ ΔΖ εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Δ, Ζ ὁποτέρᾳ μὲν τῶν ὑπὸ ΒΑΓ, ΕΔΖ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΔΗ, τῇ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ ἴση ἡ ὑπὸ ΔΖΗ· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β γωνία λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Η ἴση ἐστίν.

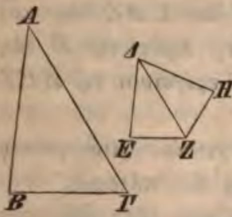
Ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΗΖ τριγώνῳ. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΗΔ πρὸς τὴν ΔΖ. ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΔΖ, οὕτως ἡ ΗΔ πρὸς τὴν ΔΖ. ἴση ἄρα ἡ ΕΔ τῇ ΔΗ· καὶ κοινὴ ἡ ΔΖ· δύο δὴ αἱ ΕΔ, ΔΖ δυσὶ ταῖς ΗΔ, ΔΖ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΔΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΔΖ [ἐστιν] ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΕΖ βάσει τῇ ΗΖ ἐστιν ἴση, καὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον τῷ ΗΔΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ

---

7. ἴσας] m. 2 V. 8. τὴν ΑΓ] ΑΓ BFp. πρός] supra m. rec. P. τήν] om. BFp. ΔΖ] eras. V; mutat. in ΔΕ F; ΖΔ Bp. 9. ἐστιν P, comp. p. 10. τῶν ΑΒΓ F. 11. τήν] τῇ V, corr. m. rec. ΑΓΒ] e corr. m. 2 V. 12. πρὸς μέν BFVp. τὴν ΔΖ εὐθεῖαν V, corr. m. 2. 13. αὐτῆς B.

habent et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ unum angulum $BA\Gamma$ uni angulo $E\Delta Z$ aequalem habentes et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia, ita ut sit $BA : A\Gamma = E\Delta : \Delta Z$. dico, triangulos $AB\Gamma$, ΔEZ aequiangulos esse et habituros esse $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$, $\angle A\Gamma B = \Delta ZE$.



construatur enim ad rectam ΔZ et puncta eius Δ, Z utrique angulo $BA\Gamma$, $E\Delta Z$ aequalis $\angle Z\Delta H$ et $\angle \Delta ZH = A\Gamma B$ [I, 23]. itaque qui relinquitur angulus ad B positus reliquo angulo ad H posito aequalis est [I, 32]. itaque trianguli $AB\Gamma$, ΔHZ aequianguli sunt. quare erit $BA : A\Gamma = H\Delta : \Delta Z$ [prop. IV]. supposuimus autem, esse etiam $BA : A\Gamma = E\Delta : \Delta Z$. quare [V, 11] $E\Delta : \Delta Z = H\Delta : \Delta Z$. itaque $E\Delta = \Delta H$ [V, 9]; et communis est ΔZ. itaque duae rectae $E\Delta$, ΔZ duabus $H\Delta$, ΔZ aequales sunt; et $\angle E\Delta Z = H\Delta Z$. quare $EZ = HZ$ et $\triangle \Delta EZ = H\Delta Z$, et reliqui anguli reliquis aequales erunt,

14. EΔZ *γωνία ἴση* V. 15. *τῷ*] *τό* V, corr. m. 2. *γωνία*] post ras. 1 litt. P; om. Theon (BFVp). 16. *τῷ*] *τό* V, corr. m. 2. 17. *ἐστίν* Pφ, comp. p. ΔHZ] ΔEZ φ. 18. *τήν*] om. BFp. 19. *H*Δ] litt. *H* m. 2 V; EΔ B, corr. m. 2. *τήν*] om. BFp. 20. *τήν*] bis om. BFp. EΔ] ΔE F; *H*Δ B, corr. m. 2. 21. EΔ] BΔ φ. *τήν*] om. BFp. ΔZ] ZΔ V, corr. m. 2. *H*Δ] ex Δ*H* m. rec. P. 22. *τήν*] om. BFp. 23. *εἰσί* Vp. 24. *γωνία ἄρα* F. *ἐστιν*] om. P. 25. *HZ*] Z*H* P. 26. *ἐστι* BV, comp. p.

αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΔΖΗ τῇ ὑπο ΔΖΕ, ἡ δὲ ὑπο ΔΗΖ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ. ἀλλ' ἡ ὑπο ΔΖΗ τῇ ὑπο ΑΓΒ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ υπο ΑΓΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστιν ἴση. ὑπόκειται δὲ καὶ ἡ ὑπο ΒΑΓ τῇ ὑπο ΕΔΖ ἴση· καὶ λοιπη ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ε ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τας ἴσας γωνίας τας πλευρας ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τας γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὡς τὴν ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὴν ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ, τῶν δὲ λοιπῶν τῶν

---

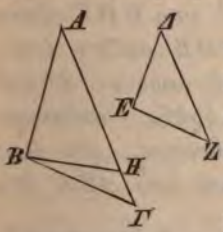
1. ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ Theon (BFVp). 3. ὑπὸ ΔΗΖ] Peyrardus, ὑπὸ ΔΕΖ P; πρὸς τῷ Η Theon (BFVp; τό pro τῷ V, corr. m. 2). 4. ὑπὸ ΔΕΖ] Peyrardus; ὑπὸ ΔΗΖ P; πρὸς τῷ Ε Theon (BFVp; τό pro τῷ V, corr. m. 2). ἀλλά P. ΑΓΒ] ΒΓΑ P, Α in ras. 6. καὶ ἡ — ἐστιν ἴση]

sub quibus aequalia latera subtendunt [I, 4]. itaque $\angle \Delta ZH = \Delta ZE$, $\angle \Delta HZ = \Delta EZ$. uerum $\angle \Delta ZH = A\Gamma B$. quare etiam $\angle A\Gamma B = \Delta ZE$. supposuimus autem, esse etiam $\angle BA\Gamma = E\Delta Z$. itaque etiam qui relinquitur angulus ad B positus, reliquo angulo ad E posito aequalis est [I, 32]. itaque trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ aequianguli sunt.

Ergo si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem habent et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt; quod erat demonstrandum.

VII.

Si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem habent et latera alios duos angulos comprehendentia proportionalia et reliquos angulos singulos simul aut minores aut non minores recto, trianguli aequianguli erunt et eos angulos aequales habebunt, quos latera proportionalia comprehendunt.



Sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ unum angulum uni angulo aequalem habentes, $\angle BA\Gamma = E\Delta Z$, et latera alios duos angulos comprehendentia proportionalia, $AB : B\Gamma = \Delta E : EZ$, et reliquos angulos, qui ad Γ, Z positi sunt, prius singulos simul recto

---

om. p. 7. τῷ] τό P. τῷ] e corr. P. 8. ἐστί] ἐστίν P, comp. p. 19. ἐλάττονα bis F. Prius ἐλάσσονα corr. ex ἔλασσον m. 2 P. 23. μιᾷ γωνίᾳ] punctis notat. F. 24. EΔZ] corr. ex ΔEZ m. rec. P. ABΓ] BAΓ φ; ABΔ p. 25. τὴν BΓ] BΓ BFp. 26. τήν EZ] EZ BFp.

πρὸς τοῖς Γ, Ζ πρότερον ἑκατέραν ἅμα ἐλάσσονα ὀρθῆς· λέγω, ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, καὶ ἴση ἔσται ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, καὶ λοιπὴ δηλονότι ἡ πρὸς τῷ Γ λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Ζ ἴση.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΑΒΓ. καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Β τῇ ὑπὸ ΔΕΖ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΑΒΗ.

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν Α γωνία τῇ Δ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΒΗ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ ἐστιν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΗ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ. ὡς δὲ ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ, [οὕτως] ὑπόκειται ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ· ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν ΒΓ, ΒΗ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ. ὥστε καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ Γ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΗΓ ἐστιν ἴση. ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ὑπόκειται ἡ πρὸς τῷ Γ· ἐλάττων ἄρα ἐστὶν ὀρθῆς καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΓ· ὥστε ἡ ἐφεξῆς αὐτῇ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΗΒ μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. καὶ ἐδείχθη ἴση οὖσα τῇ πρὸς τῷ Ζ· καὶ ἡ πρὸς τῷ Ζ ἄρα μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. ὑπόκειται δὲ ἐλάσσων ὀρθῆς· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΖ· ἴση

---

1. ἐλάττονα F. 2. ἐστιν P, comp. p. 3. ἔσται] ἐστίν F. 10. ΑΒΗ] Η e corr. p. 12. γωνίᾳ τῇ V. 13. λοιπῇ] supra m. 1 F. ἐστί] comp. p; ἐστίν PF. 15. τήν] bis om. BFp. 16. ὡς δέ] ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς Bp. τήν] om. BFp. οὕτως ὑπόκειται] ὑπόκειται FV; οὕτως Bp; ὑπόκειται οὕτως P. 17. τήν] om. BFp. Post ΒΓ add.

minores. dico, aequiangulos esse triangulos $AB\Gamma$, ΔEZ, et $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$, et, ut inde adparet, qui relinquitur angulus ad Γ positus, reliquo angulo ad Z posito aequalem esse.

nam si $\angle AB\Gamma$ angulo ΔEZ inaequalis est, alteruter eorum maior est. sit maior $\angle AB\Gamma$, et construatur ad rectam AB et punctum eius B $\angle ABH = \Delta EZ$ [I, 23]. et quoniam $\angle A = \angle \Delta$ et $\angle ABH = \Delta EZ$, erit $\angle AHB = \Delta ZE$ [I, 32]. itaque trianguli ABH, ΔEZ aequianguli sunt. quare $AB : BH = \Delta E : EZ$ [prop. IV]. sed supposuimus, esse $\Delta E : EZ = AB : B\Gamma$. itaque AB ad utramque $B\Gamma$, BH eandem rationem habet [V, 11]. quare $B\Gamma = BH$ [V, 9]. itaque etiam angulus ad Γ positus angulo $BH\Gamma$ aequalis est [I, 5]. supposuimus autem, angulum ad Γ positum minorem esse recto; quare etiam $\angle BH\Gamma$ minor est recto. itaque angulus deinceps positus AHB maior est recto [I, 13]. et demonstratum est, eum angulo ad Z posito aequalem esse. quare etiam angulus ad Z positus maior est recto. supposuimus autem, eum recto minorem esse; quod absurdum est. itaque $\angle AB\Gamma$ angulo ΔEZ inaequalis non est; aequalis igitur. uerum etiam angulus ad A positus angulo ad Δ posito aequalis est. quare etiam qui relinquitur angulus ad Γ positus, reliquo angulo ad Z posito aequalis est [I, 32]. ergo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ aequianguli sunt.

Theon: *καὶ ὡς ἄρα ἡ AB πρὸς τὴν $B\Gamma$, οὕτως ἡ AB πρὸς τὴν BH* (V et bis omisso *τήν* BFp). 18. *ἄρα ἐστίν* P. 19. *πρὸς τῷ Γ*] corr. ex *ὑπὸ $BH\Gamma$* m. 2 V. $BH\Gamma$] corr. ex $B\Gamma H$ m. 2 V. 20. *ἐλάσσων* p. 21. *καί*] om. P. 22. *αὐτῆς* P. 23. *τῷ*] corr. ex *τό* m. 1 B. 25. *ἐλάττων* F. *ἐστίν*] om. V. 26. ΔEZ] $E\Delta Z$ p.

ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ *Α* ἴση τῇ πρὸς τῷ *Δ*· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ *Γ* λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ *Ζ* ἴση ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΑΒΓ* τρίγωνον τῷ *ΔΕΖ* τριγώνῳ.

Ἀλλὰ δὴ πάλιν ὑποκείσθω ἑκατέρα τῶν πρὸς τοῖς *Γ*, *Ζ* μὴ ἐλάσσων ὀρθῆς· λέγω πάλιν, ὅτι καὶ οὕτως ἐστὶν ἰσογώνιον τὸ *ΑΒΓ* τρίγωνον τῷ *ΔΕΖ* τριγώνῳ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξομεν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ *ΒΓ* τῇ *ΒΗ*· ὥστε καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ *Γ* τῇ ὑπὸ *ΒΗΓ* ἴση ἐστίν. οὐκ ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ἡ πρὸς τῷ *Γ*· οὐκ ἐλάττων ἄρα ὀρθῆς οὐδὲ ἡ ὑπὸ *ΒΗΓ*. τριγώνου δὴ τοῦ *ΒΗΓ* αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν οὔκ εἰσιν ἐλάττονες· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα πάλιν ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ *ΑΒΓ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΔΕΖ*· ἴση ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ *Α* τῇ πρὸς τῷ *Δ* ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ *Γ* λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ *Ζ* ἴση ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΑΒΓ* τρίγωνον τῷ *ΔΕΖ* τριγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τας πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἐλάττονα ἢ μὴ ἐλάττονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

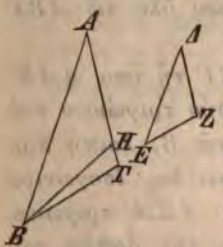
η'.

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ

1. *ἐστίν* B. Post *Α* add. *σημείῳ* Bp, supra F, m. 2 V. 3. *ἐστί*] *ἐστίν* P, comp. p. 6. *ἐλάττων* F. *πάλιν ὅτι*] m. 2 V. 7. *ἰσογώνιόν ἐστιν* P. 8. *ὁμοίως δή* BVp. 10. *ἐλάσσων* p. 11. *ἐλάσσων* p. 12. *οὐδέ*] om. V. *ἡ*] m.

iam rursus supponamus, utrumque angulum ad Γ, Z positum recto minorem non esse. dico rursus, sic quoque triangulos $AB\Gamma$, ΔEZ aequiangulos esse.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, esse $B\Gamma = BH$. quare etiam angulus ad Γ positus angulo $BH\Gamma$ aequalis est [I, 5]. angulus autem ad Γ positus recto minor non est. quare ne $\angle BH\Gamma$ quidem recto minor est. itaque trianguli $BH\Gamma$ duo anguli duobus rectis minores non sunt; quod fieri non potest [I, 17]. rursus igitur $\angle AB\Gamma$ angulo ΔEZ inaequalis non est; aequalis igitur. uerum etiam angulus ad A positus angulo ad Δ posito aequalis est. itaque qui relinquitur angulus ad Γ positus, reliquo angulo ad Z posito aequalis est [I, 32]. ergo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ aequianguli sunt.



Ergo si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem habent et latera alios duos angulos comprehendentia proportionalia et reliquos angulos singulos simul aut minores aut non minores recto, trianguli aequianguli erunt et eos angulos aequales habebunt, quos latera proportionalia comprehendunt; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad

2 P. δή] δέ V. 13. ἐλάσσονες V. 15. ἐστίν PB; comp. p. 16. ἴση] insert. postea F. 17. ἐστί] ἐστίν PF; comp. p. 20. ἔχῃ] corr. ex ἔχει m. 2 P. τάς] om. V. 21. ἅμα ἤτοι V. 26. ἀπό] ὑπό V; corr. m. 2.

πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπο ΒΑΓ γωνίαν, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΒΓ κάθετος ἡ ΑΔ· λέγω, ὅτι ὅμοιόν ἐστιν ἑκάτερον τῶν ΑΒΔ, ΑΔΓ τριγώνων ὅλῳ τῷ ΑΒΓ καὶ ἔτι ἀλλήλοις.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπο ΑΔΒ· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ κοινὴ τῶν δύο τριγώνων τοῦ τε ΑΒΓ καὶ τοῦ ΑΒΔ ἡ πρὸς τῷ Β, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ λοιπῇ τῇ ὑπο ΒΑΔ ἐστιν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ το ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ ὑποτείνουσα τὴν ὀρθὴν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὴν ΒΑ ὑποτείνουσαν την ὀρθὴν τοῦ ΑΒΔ τριγώνου, οὕτως αὐτὴ ἡ ΑΒ ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ Γ γωνίαν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὴν ΒΔ ὑποτείνουσαν τὴν ἴσην τὴν ὑπο ΒΑΔ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου, καὶ ἔτι ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΑΔ ὑποτείνουσαν τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν κοινὴν τῶν δύο τριγώνων. τὸ ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ ἰσογώνιόν τέ ἐστι καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. ὅμοιον ἄρα [ἐστὶ] τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ ὅμοιόν ἐστι τὸ

---

1. ἐστιν F. 4. γωνίαν] om. p. 5. ΒΓ] ΑΓ V. ΑΔ] ΔΑ P. ἐστι FV. 8. ὑπό] postea ins. F. ΒΑΓ γωνία FV. ΑΔΒ] ΑΒΔ V, corr. m. 2. 12. τῷ] corr. ex τῶν m. 1 P. ΑΒΔ] Β supra m. 1 F. 13. ΒΓ] ΓΒ Β et seq. ras. 1 litt. F. τήν] post ras. 1 litt. V. 14. ΑΒΓ] Γ in ras. m. 2 V. ΒΑ] in ras. m. 2 V. ὑποτείνουσαν] corr. ex ὑποτείνουσα m. rec. P; in ras. m. 2 V. 15. ὑποτείνουσαι F, ι eras. 17. ΒΔ] ΒΔ τήν F. ὑποτείνουσαν τὴν ἴσην τῇ πρὸς τῷ Γ in

basim perpendicularis ducitur, trianguli ad perpendicularem positi similes erunt et toti et inter se.

Sit triangulus rectangulus $AB\Gamma$ rectum habens angulum $BA\Gamma$, et ab A ad $B\Gamma$ perpendicularis ducatur $A\Delta$. dico, utrumque triangulum $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ et toti $AB\Gamma$ et inter se similes esse.

nam quoniam $\angle BA\Gamma = A\Delta B$ (uterque enim rectus est), et duorum triangulorum $AB\Gamma$, $AB\Delta$ communis est angulus ad B positus, erit $\angle A\Gamma B = BA\Delta$ [I, 32]. itaque trianguli $AB\Gamma$, $AB\Delta$ aequianguli



sunt. erit igitur $B\Gamma : BA = AB : B\Delta = A\Gamma : A\Delta$ [prop. IV]; nam $B\Gamma$ sub recto angulo trianguli $AB\Gamma$ subtendit et BA sub recto angulo trianguli $AB\Delta$, et rursus AB in triangulo $AB\Gamma$ sub angulo ad Γ posito subtendit et $B\Delta$ in triangulo $AB\Delta$ sub angulo ei aequali $BA\Delta$, et $A\Gamma$, $A\Delta$ sub angulo ad B posito utriusque trianguli communi subtendunt. itaque trianguli $AB\Gamma$, $AB\Delta$ et aequianguli sunt et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia habent. itaque $\triangle AB\Gamma \sim AB\Delta$ [def. 1]. similiter demonstrabimus,

---

ras. m. 2 V. *ἴσην αὐτῆς* F. 18. $AB\Delta$] $AB\Gamma$ P. *ἡ*] inter duas ras. F. Post $A\Gamma$ add. F: *ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ B γωνίαν τοῦ ABΓ τριγώνου*, sed del. m. 1. 19. *ὑποτείνουσαι* (*ι* in ras.) post ras. 1 litt. F, *ὑποτείνουσα* Bp. B] seq. ras. 1 litt. F. 20. *αὐτῶν τῶν* V. *ἄρα*] postea ins. F; m. 2 V. $AB\Delta$ *ἄρα* V. 21. *ἐστιν* P, comp. p. 22. *ἐστί*] om. P. 24. *ἐστιν* P; comp. p.

ΑΒΓ τρίγωνον· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΑΒΔ, ΑΔΓ [τριγώνων] ὅμοιόν ἐστιν ὅλῳ τῷ ΑΒΓ.

Λέγω δή, ὅτι καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια τὰ ΑΒΔ, ΑΔΓ τρίγωνα.

Ἐπεὶ γὰρ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΔΑ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ ΑΔΓ ἐστιν ἴση, ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ τῇ πρὸς τῷ Γ ἐδείχθη ἴση, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Β λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΑΓ ἐστιν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου ὑποτείνουσα τὴν ὑπὸ ΒΑΔ πρὸς τὴν ΔΑ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου ὑποτείνουσαν τὴν πρὸς τῷ Γ ἴσην τῇ ὑπὸ ΒΑΔ, οὕτως αὐτὴ ἡ ΑΔ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν πρὸς τὴν ΔΓ ὑποτείνουσαν τὴν ὑπὸ ΔΑΓ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου ἴσην τῇ πρὸς τῷ Β, καὶ ἔτι ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ ὑποτείνουσαι τὰς ὀρθάς· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ την βάσιν κάθετος ἀχθῇ, ἡ ἀχθεῖσα τῶν τῆς βάσεως τμημάτων μέση ἀνάλογόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι [καὶ ἔτι τῆς

---

1. *τρίγωνον*] om. BFp. 2. *τριγώνων*] om. P. *ὅμοιόν ἐστιν ὅλῳ*] om. V. *ΑΒΓ τριγώνῳ ὅλῳ ὅμοιόν ἐστιν* V. 5. ΒΔΑ] Β e corr. m. 2 V. 7. *λοιπῇ*] corr. ex *λοιπῆς* m. 1 F. 8. *ἐστί*] *ἐστίν* PF. 11. *τὴν ΔΑ*] *τῇ ΔΑ* F; corr.

esse etiam $\triangle A\Delta\Gamma \sim AB\Gamma$. ergo uterque triangulus $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ triangulo toti $AB\Gamma$ similis est.

iam dico, triangulos $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ etiam inter se similes esse.

nam quoniam $\angle B\Delta A = A\Delta\Gamma$ (recti enim), et demonstratum est, $\angle BA\Delta$ angulo ad Γ posito aequalem esse, etiam qui relinquitur angulus ad B positus, angulo $\Delta A\Gamma$ aequalis erit [I, 32]. itaque trianguli $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ aequianguli sunt. est igitur $B\Delta : \Delta A = A\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma$ [prop. IV]; nam $B\Delta$ in triangulo $AB\Delta$ sub $BA\Delta$ subtendit et ΔA in triangulo $A\Delta\Gamma$ sub angulo ad Γ posito subtendit angulo $BA\Delta$ aequali, et $A\Delta$ in triangulo $AB\Delta$ sub angulo ad B posito subtendit, $\Delta\Gamma$ autem in triangulo $A\Delta\Gamma$ sub $\Delta A\Gamma$ angulo ad B posito aequali, et praeterea BA, $A\Gamma$ sub rectis angulis subtendunt. itaque $\triangle AB\Delta \sim A\Delta\Gamma$ [def. 1].

Ergo si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducitur, trianguli ad perpendicularem positi similes erunt et toti et inter se.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur,

---

m. rec. 14. ὑποτείνουσαν] -ν eras. F. 15. τῇ] corr. ex τῆς m. rec. P; seq. ras. 1 litt. V. 16. πρὸς τὴν $A\Gamma$] in ras. F. ὑποτείνουσα F. 20. ἐστιν F. 23. ἐν] om. p. 25. τμημάτων] om. p. 26. ἐστι B, comp. p. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. BFp. καὶ ἔτι — p. 104, 2: ἐστιν] postea ins. m. 1 F in ras; mg. m. 2 V.

βάσεως καὶ ἑνὸς ὁποιουοῦν τῶν τμημάτων ἡ πρὸς τῷ τμήματι πλευρὰ μέση ἀνάλογόν ἐστιν].

θ'.

Τῆς δοθείσης εὐθείας τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ τῆς ΑΒ τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸ τρίτον. [καὶ] διήχθω τις ἀπὸ τοῦ Α εὐθεῖα ἡ ΑΓ γωνίαν περιέχουσα μετὰ τῆς ΑΒ τυχοῦσαν· καὶ εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον ἐπὶ τῆς ΑΓ τὸ Δ, καὶ κείσθωσαν τῇ ΑΔ ἴσαι αἱ ΔΕ, ΕΓ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ, καὶ διὰ τοῦ Δ παράλληλος αὐτῇ ἤχθω ἡ ΔΖ.

Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΑΒΓ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΒΓ ἦκται ἡ ΖΔ, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΑ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς τὴν ΖΑ. διπλῆ δὲ ἡ ΓΔ τῆς ΔΑ· διπλῆ ἄρα καὶ ἡ ΒΖ τῆς ΖΑ· τριπλῆ ἄρα ἡ ΒΑ τῆς ΑΖ.

Τῆς ἄρα δοθείσης εὐθείας τῆς ΑΒ τὸ ἐπιταχθὲν τρίτον μέρος ἀφῄρηται τὸ ΑΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ι'.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον τῇ δοθείσῃ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν.

X. Simplicius in phys. fol. 114ᵛ, 119.

---

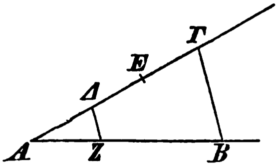
1. *ὁποτερουουν* F. 2. Post *ἐστιν* seq. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι* BFp, V m. 2. 8. *τρίτον*] ante *-τον* ras. 2 litt. F. *καί*] om. P. *τις εὐθεῖα ἀπὸ τοῦ Α ἡ* V. 11. *κείσθωσαν*] mg. m. rec. P. 14. Supra *παρά* in P scr. m. rec. *παράλληλος*. 15. *τήν*] *τῇ* p. ΖΔ] mutat. in ΔΖ m. 2 V; ΔΖ Bp. 16. *τὴν ΔΑ*] *τῇ ΔΑ* B, *ΔΑ* Fp. *τήν*] om. BFp. 17. *τῆς*] *τῇ* p. *καὶ ἡ ΒΖ τῆς ΖΑ· τριπλῆ ἄρα*] mg. m. 1 P. 18. ΒΑ] Α in ras. P. 19. *τῆς*] *τῇ* p. *τῆς*] corr. ex *τῇ* m. 1 p.

ductam rectam mediam inter partes basis proportionalem fore. — quod erat demonstrandum.[1])

IX.

A data recta linea partem quamuis datam abscindere. Sit data recta AB. oportet igitur ab AB quamuis datam partem abscindere.

sit data pars tertia, et ducatur a puncto A recta



$A\Gamma$ cum AB quemlibet angulum comprehendens, et sumatur in $A\Gamma$ quoduis punctum Δ, et ponatur $\Delta E = A\Delta = E\Gamma$, et ducatur $B\Gamma$, et per Δ rectae $B\Gamma$ parallela ducatur ΔZ [I, 31].

iam quoniam in triangulo $AB\Gamma$ uni laterum $B\Gamma$ parallela ducta est $Z\Delta$, erit [prop. II]

$\Gamma\Delta : \Delta A = BZ : ZA$. sed $\Gamma\Delta = 2\,\Delta A$. quare etiam $BZ = 2\,ZA$. itaque $BA = 3\,AZ$.

Ergo a data recta AB tertia pars AZ abscisa est, ut iussi eramus; quod oportebat fieri.

X.

Datam rectam lineam non sectam datae sectae congruenter secare.

1) Nam demonstrauimus p. 102, 9 sq. $B\Delta : \Delta A = A\Delta : \Delta\Gamma$. reliqua pars corollarii p. 102, 26 sq. sine dubio interpolata est; nam et post sollemnem illum finem demonstrationum corollariorumque ὅπερ ἔδει δεῖξαι p. 102, 26 additur et a bonis codd. Theoninis aberat nec usquam usui est. habet tamen Campanus et P, quamquam sine clausula illa. itaque et in nonnullis codd. ante Theonem et in quibusdam Theoninis simul sponte interpolata est.

20. τρίτον] in ras. F. 22. δοθείσῃ] P, Simplicius, Campanus; δοθείσῃ εὐθείᾳ Theon (BFVp).

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἄτμητος ἡ *ΑΒ*, ἡ δὲ τετμημένη ἡ *ΑΓ* κατὰ τὰ *Δ*, *Ε* σημεῖα, καὶ κείσθωσαν ὥστε γωνίαν τυχοῦσαν περιέχειν, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ *ΓΒ*, καὶ διὰ τῶν *Δ*, *Ε* τῇ *ΒΓ* παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ *ΔΖ*, *ΕΗ*, διὰ δὲ τοῦ *Δ* τῇ *ΑΒ* παράλληλος ἤχθω ἡ *ΔΘΚ*.

Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν *ΖΘ*, *ΘΒ*· ἴση ἄρα ἡ μὲν *ΔΘ* τῇ *ΖΗ*, ἡ δὲ *ΘΚ* τῇ *ΗΒ*. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ *ΔΚΓ* παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν *ΚΓ* εὐθεῖα ἦκται ἡ *ΘΕ*, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ *ΓΕ* πρὸς τὴν *ΕΔ*, οὕτως ἡ *ΚΘ* πρὸς τὴν *ΘΔ*. ἴση δὲ ἡ μὲν *ΚΘ* τῇ *ΒΗ*, ἡ δὲ *ΘΔ* τῇ *ΗΖ*. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ *ΓΕ* πρὸς τὴν *ΕΔ*, οὕτως ἡ *ΒΗ* πρὸς τὴν *ΗΖ*. πάλιν, ἐπεὶ τριγώνου τοῦ *ΑΗΕ* παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν *ΗΕ* ἦκται ἡ *ΖΔ*, ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ *ΕΔ* πρὸς τὴν *ΔΑ*, οὕτως ἡ *ΗΖ* πρὸς τὴν *ΖΑ*. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ *ΓΕ* πρὸς τὴν *ΕΔ*, οὕτως ἡ *ΒΗ* πρὸς τὴν *ΗΖ*· ἔστιν ἄρα ὡς μὲν ἡ *ΓΕ* πρὸς τὴν *ΕΔ*, οὕτως ἡ *ΒΗ* πρὸς τὴν *ΗΖ*, ὡς δὲ ἡ *ΕΔ* πρὸς τὴν *ΔΑ*, οὕτως ἡ *ΗΖ* πρὸς τὴν *ΖΑ*.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα ἄτμητος ἡ *ΑΒ* τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ τῇ *ΑΓ* ὁμοίως τέτμηται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι·

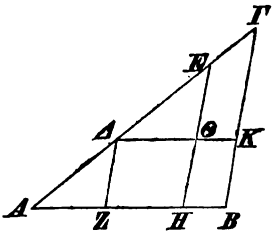
ιαʹ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

---

2. Post *ΑΓ* add. V: *δεῖ δὴ τὴν ΑΒ ἄτμητον τῇ ΑΓ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν. ἔστω τετμημένη ἡ ΑΓ.* 4. *ΓΒ*] *ΒΓ* Bp, V e corr. m. 2. 5. *δέ*] om. p. 8. *ΗΒ*] *ΜΒ* F, corr.

Sit data recta linea non secta AB, recta autem $A\Gamma$ secta in punctis Δ, E, et ponantur ita, ut quemlibet angulum comprehendant,



et ducatur ΓB, et per Δ, E rectae $B\Gamma$ parallelae ducantur ΔZ, EH, et per Δ rectae AB parallela ducatur $\Delta\Theta K$ [I, 31]. itaque utrumque $Z\Theta$, ΘB parallelogrammum est. quare $\Delta\Theta = ZH$ et $\Theta K = HB$ [I, 34]. et quoniam in triangulo $\Delta K\Gamma$ uni lateri $K\Gamma$ parallela ducta est recta ΘE, erit $\Gamma E : E\Delta = K\Theta : \Theta\Delta$ [prop. II]. sed $K\Theta = BH$, $\Theta\Delta = HZ$. itaque $\Gamma E : E\Delta = BH : HZ$. rursus quoniam in triangulo AHE uni lateri HE parallela ducta est $Z\Delta$, erit $E\Delta : \Delta A = HZ : ZA$ [prop. II]. et demonstratum est, esse etiam $\Gamma E : E\Delta = BH : HZ$. itaque

$$\Gamma E : E\Delta = BH : HZ \text{ et } E\Delta : \Delta A = HZ : ZA.$$

Ergo data recta linea non secta AB datae rectae lineae sectae $A\Gamma$ congruenter secta est; quod oportebat fieri.

XI.

Datis duabus rectis tertiam proportionalem inuenire.

---

m. 2. 9. καί] postea ins. F. 11. τὴν $E\Delta$] $E\Delta$ Bp et in ras. F. $K\Theta$] corr. m. 2 ex ΘK V. 12. τήν] om. BFp. 13. πρὸς τήν] πρός BFp, et sic deinde per totam prop. 15. HE] corr. ex EH m. 2 V. 17. ἡ] postea ins. F. 18. οὕτως] m. 2 V. ἔστιν ἄρα ὡς — 20: τὴν HZ] postea insert. in ras. m. 1 F; mg. m. 2 V. 19. τὴν HZ] HZ etiam V. 20. $E\Delta$] corr. ex ΔE m. rec. P. πρὸς ΔA οὕτως bis F. ἡ] ins. m. rec. P. 24. ποιῆσαι] in ras. m. 1 P.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι [δύο εὐθεῖαι] αἱ ΒΑ, ΑΓ καὶ κείσθωσαν γωνίαν περιέχουσαι τυχοῦσαν. δεῖ δὴ τῶν ΒΑ, ΑΓ τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν. ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ ἐπὶ τὰ Δ, Ε σημεῖα, καὶ κείσθω τῇ ΑΓ ἴση ἡ ΒΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ, καὶ διὰ τοῦ Δ παράλληλος αὐτῇ ἤχθω ἡ ΔΕ.

Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΑΔΕ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΔΕ ἦκται ἡ ΒΓ, ἀνάλογόν ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΕ. ἴση δὲ ἡ ΒΔ τῇ ΑΓ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΕ.

Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ, ΑΓ τρίτη ἀνάλογον αὐταῖς προσεύρηται ἡ ΓΕ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιβ'.

Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ Α, Β, Γ· δεῖ δὴ τῶν Α, Β, Γ τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

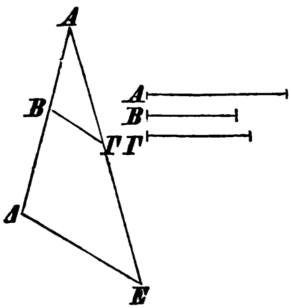
Ἐκκείσθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΕ, ΔΖ γωνίαν περιέχουσαι [τυχοῦσαν] τὴν ὑπὸ ΕΔΖ· καὶ κείσθω τῇ μὲν Α ἴση ἡ ΔΗ, τῇ δὲ Β ἴση ἡ ΗΕ, καὶ ἔτι τῇ Γ ἴση ἡ ΔΘ· καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς ΗΘ παράλληλος αὐτῇ ἤχθω διὰ τοῦ Ε ἡ ΕΖ.

Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΔΕΖ παρὰ μίαν τὴν

---

1. δύο εὐθεῖαι] om. P, εὐθεῖαι supra scr. m. rec. 3. ΒΑ] e corr. V. εὑρεῖν P. 4. γὰρ αἱ ΑΒ, ΑΓ Theon (BVp; γὰρ αἱ ΒΑ, ΑΓ F). 5. ΒΓ] ΓΒ p. 8. ΔΕ] ΑΕ φ. 9. τήν] bis om. BFp. ΒΔ] ΒΑ F. ΑΓ] Α in ras. m. 1 B. 11. τήν] om. Bp. τήν] om. Bp. ΓΕ] Γ in ras. V. 13. αὐτῆς P, corr. m. 2. 20. ἐκκείσθω τῶν φ (non F). 21.

Sint datae rectae BA, $A\Gamma$ et ponantur ita, ut quemlibet angulum comprehendant. oportet igitur rectarum BA, $A\Gamma$ tertiam proportionalem inuenire.



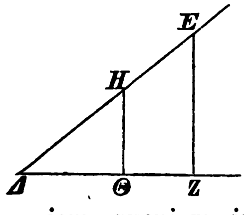
producantur enim ad puncta Δ, E, et ponatur $A\Gamma = B\Delta$, et ducatur $B\Gamma$, et per Δ ei parallela ducatur ΔE [I, 31]. iam quoniam in triangulo $A\Delta E$ uni lateri ΔE parallela ducta est $B\Gamma$, erit $AB : B\Delta = A\Gamma : \Gamma E$ [prop. II]. sed $B\Delta = A\Gamma$. itaque $AB : A\Gamma = A\Gamma : \Gamma E$.

Ergo datis duabus rectis AB, $A\Gamma$ tertia earum proportionalis inuenta est ΓE; quod oportebat fieri.

XII.

Datis tribus rectis lineis quartam proportionalem inuenire.

Sint datae rectae A, B, Γ. oportet igitur rectarum A, B, Γ quartam proportionalem inuenire.



ponantur duae rectae ΔE, ΔZ ita, ut quemlibet angulum comprehendant $E\Delta Z$, et ponatur $\Delta H = A$, $HE = B$, $\Delta\Theta = \Gamma$. et ducta recta $H\Theta$ ei parallela per E ducatur EZ [I, 31].

iam quoniam in triangulo ΔEZ uni lateri EZ

τυχοῦσαν] om. P. καί] om. p. τῇ] ετη φ. 25. μίαν τῶν πλευρῶν Theon (BFVp).

ΕΖ ἦκται ἡ ΗΘ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΗΕ, οὕτως ἡ ΔΘ προς την ΘΖ. ἴση δὲ ἡ μὲν ΔΗ τῇ Α, ἡ δὲ ΗΕ τῇ Β, ἡ δὲ ΔΘ τῇ Γ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν ΘΖ.

Τριῶν ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν Α, Β, Γ τετάρτη ἀνάλογον προσεύρηται ἡ ΘΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιγ'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΒΓ· δεῖ δὴ τῶν ΑΒ, ΒΓ μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Κείσθωσαν ἐπ' εὐθείας, καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΑΓ ἡμικύκλιον τὸ ΑΔΓ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ ΑΓ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΓ.

Ἐπεὶ ἐν ἡμικυκλίῳ γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΓ, ὀρθή ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ ΑΔΓ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἦκται ἡ ΔΒ, ἡ ΔΒ ἄρα τῶν τῆς βάσεως τμημάτων τῶν ΑΒ, ΒΓ μέση ἀνάλογόν ἐστιν.

Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ, ΒΓ μέση ἀνάλογον προσεύρηται ἡ ΔΒ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιδ'.

Τῶν ἴσων τε καὶ ἰσογωνίων παραλληλο-

XIII. Philoponus in Aristot. de anima g II. XIV. Philopon. in anal. post. fol. 117ᵛ.

---

1. ΕΖ] corr. ex *ΗΘ* m. rec. P; *ΗΘ* Bp. *ΗΘ*] corr. ex ΖΕ m. rec. P; ΕΖ Bp; *ΘΗ* V m. 2. ἡ] om. V. *ΔΗ*] in ras. B. τήν] om. BFp. 2. τήν] om. BFp. ΘΖ] e corr. V; ΖΘ P. 4. ΘΖ] Ζ in ras. F; ΖΘ P. 14. εὐ-

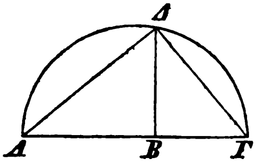
parallela ducta est $H\Theta$, erit $\Delta H : HE = \Delta\Theta : \Theta Z$. sed $\Delta H = A$, $HE = B$, $\Delta\Theta = \Gamma$. itaque $A : B = \Gamma : \Theta Z$.

Ergo datis tribus rectis lineis A, B, Γ quarta proportionalis inuenta est ΘZ; quod oportebat fieri.

XIII.

Datis duabus rectis lineis mediam proportionalem inuenire.

Sint duae rectae datae $AB, B\Gamma$. oportet igitur rectarum AB, $B\Gamma$ mediam proportionalem inuenire.



ponantur in eadem recta, et in $A\Gamma$ describatur semicirculus $A\Delta\Gamma$, et a B puncto ducatur ad rectam $A\Gamma$ perpendicularis $B\Delta$, et ducantur $A\Delta, \Delta\Gamma$.

iam quoniam in semicirculo est $\angle A\Delta\Gamma$, rectus est [III, 31]. et quoniam in triangulo rectangulo $A\Delta\Gamma$ a recto angulo ad basim perpendicularis ducta est ΔB, ΔB partium basis AB, $B\Gamma$ media proportionalis est [prop. VIII coroll.].

Ergo datis duabus rectis lineis $AB, B\Gamma$ media proportionalis inuenta est ΔB; quod oportebat fieri.

XIV.

In parallelogrammis aequalibus et aequiangulis

θείᾳ] om. Bp. 16. καὶ ἐπεί V. 19. ΔΒ] ΒΔ F; V, corr. m. 2. ΔΒ] ΒΔ V, corr. m. 2. 21. μέσην P, sed corr. 22. προσηύρηται F. 24. τε] om. p. καί] m. 2 F. ἰσογωνίων] P, Philoponus; μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν Theon (BVp; in F om. μίαν et supra scr. μια seq. ras. 1 litt.), P supra m. rec.

γράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Ἔστω ἴσα τε καὶ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα τὰ *ΑΒ*, *ΒΓ* ἴσας ἔχοντα τὰς πρὸς τῷ *Β* γωνίας, καὶ κείσθωσαν ἐπ᾽ εὐθείας αἱ *ΔΒ*, *ΒΕ*· ἐπ᾽ εὐθείας ἄρα εἰσὶ καὶ αἱ *ΖΒ*, *ΒΗ*. λέγω, ὅτι τῶν *ΑΒ*, *ΒΓ* ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, τουτέστιν, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ *ΔΒ* πρὸς τὴν *ΒΕ*, οὕτως ἡ *ΗΒ* πρὸς τὴν *ΒΖ*.

Συμπεπληρώσθω γὰρ τὸ *ΖΕ* παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ *ΑΒ* παραλληλόγραμμον τῷ *ΒΓ* παραλληλογράμμῳ, ἄλλο δέ τι τὸ *ΖΕ*, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΖΕ*, οὕτως τὸ *ΒΓ* πρὸς τὸ *ΖΕ*. ἀλλ᾽ ὡς μὲν τὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ *ΖΕ*, οὕτως ἡ *ΔΒ* πρὸς τὴν *ΒΕ*, ὡς δὲ τὸ *ΒΓ* πρὸς τὸ *ΖΕ*, οὕτως ἡ *ΗΒ* πρὸς τὴν *ΒΖ*· καὶ ὡς ἄρα ἡ *ΔΒ* πρὸς τὴν *ΒΕ*, οὕτως ἡ *ΗΒ* πρὸς τὴν *ΒΖ*. τῶν ἄρα *ΑΒ*, *ΒΓ* παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας.

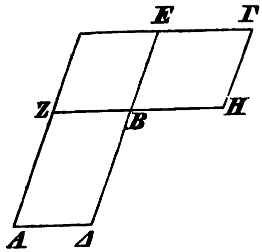
Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς ἡ *ΔΒ* πρὸς τὴν *ΒΕ*, οὕτως ἡ *ΗΒ* πρὸς τὴν *ΒΖ*· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ *ΑΒ* παραλληλόγραμμον τῷ *ΒΓ* παραλληλογράμμῳ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ *ΔΒ* πρὸς τὴν *ΒΕ*, οὕτως ἡ *ΗΒ* προς τὴν *ΒΖ*, ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ *ΔΒ* πρὸς τὴν

---

2. *ἰσογωνίων*] om. Theon (BFVp); del. m. rec. P. Post *παραλληλογράμμων* add. Theon: *μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἐχόντων* (BFp; *μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν* V). 5. *τε καὶ ἰσογώνια*] om. Theon (BFVp); del. m. rec. P. 7. *κείσθω* V. 8. *εἰσίν* PBp. 10. *ἐστίν*] om. p. *τήν*] om.

latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt; et parallelogramma aequiangula, quorum latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sint, aequalia sunt.



Sint aequalia et aequiangula parallelogramma $AB, B\Gamma$ aequales habentia angulos ad B positos, et ponantur in eadem recta ΔB, BE. itaque etiam ZB, BH in eadem recta sunt. dico, in AB, $B\Gamma$ latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione esse, h. e. esse $\Delta B : BE = HB : BZ$.

expleatur enim ZE parallelogrammum. iam quoniam $AB = B\Gamma$, et alia quaedam magnitudo est ZE, erit $AB : ZE = B\Gamma : ZE$ [V, 7]. sed $AB : ZE = \Delta B : BE$ [prop. I], et $B\Gamma : ZE = HB : BZ$ [id.]. quare etiam $\Delta B : BE = HB : BZ$. itaque in parallelogrammis AB, $B\Gamma$ latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt.

iam uero sit $\Delta B : BE = HB : BZ$. dico, esse $AB = B\Gamma$.

nam quoniam est $\Delta B : BE = HB : BZ$, et $\Delta B : BE$

BFp. BE] corr. ex $B\Theta$ m. rec. P. 11. τήν] om. BFp. BZ] ZB P. 12. ZE] EZ p. 17. τήν] om. BF; τό p. τὸ ZE] ZE BF; Z in ras. m. 2 V. 18. πρὸς τήν] πρός BFp, et sic deinde per totam prop. ὡς ἄρα] ὥσπερ V. ΔB] $B\Delta$ p. 19. ἄρα] supra m. 1, sed post $B\Gamma$ P. 22. ἀλλὰ δή] in ras. m. 1 p. Post δή add. Theon: ἀντιπεπονθέτωσαν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καί (BFVp). 23. BZ] ZB P. ἐστίν P. 25. τήν] corr. ex τῇ m. 2 V. 26. ὡς] e corr. F. ἤ] om. F.

ΒΕ, οὕτως τὸ ΑΒ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΕ παραλληλόγραμμον, ὡς δὲ ἡ ΗΒ πρὸς τὴν ΒΖ, οὕτως τὸ ΒΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΖΕ παραλληλόγραμμον, καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΖΕ, οὕτως τὸ ΒΓ πρὸς τὸ ΖΕ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒ παραλληλόγραμμον τῷ ΒΓ παραλληλογράμμῳ.

Τῶν ἄρα ἴσων τε καὶ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

Τῶν ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τας ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΑΔΕ μίαν μιᾷ ἴσην ἔχοντα γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΔΑΕ· λέγω, ὅτι τῶν ΑΒΓ, ΑΔΕ τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, τουτέστιν, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ.

Κείσθω γὰρ ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΓΑ τῇ ΑΔ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΕΑ τῇ ΑΒ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ.

---

1. *πρὸς τό* — 2: *ὡς δέ*] insert. in ras. F. 2. *παραλληλόγραμμον*] om. V. 3. ΖΕ *παραλληλόγραμμον*] P; ΖΕ Theon (BFVp). 5. *ἐστίν* P, comp. p. 7. *ἴσων ἄρα* p. *τε*] om. Bp. *ἰσογωνίων*] PBFp; in P supra scr. m. rec. *ἴσην γωνίαν μίαν μιᾷ ἐχόντων*; *μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν* V, sed

$= AB : ZE$, $HB : BZ = B\Gamma : ZE$ [prop. I], erit etiam $AB : ZE = B\Gamma : ZE$ [V, 11]. itaque $AB = B\Gamma$ [V, 9].

Ergo in parallelogrammis aequalibus et aequiangulis latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt; et parallelogramma aequiangula, quorum latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sint, aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

XV.

In triangulis aequalibus, et qui unum angulum uni aequalem habeant, latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt; et trianguli unum angulum uni aequalem habentes, et in quibus latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sint, aequales sunt.

Sint aequales trianguli $AB\Gamma$, $A\Delta E$ unum angulum uni aequalem habentes, $\angle B A \Gamma = \Delta A E$. dico, in triangulis $AB\Gamma$, $A\Delta E$ latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione esse, h. e. esse $\Gamma A : A\Delta = EA : AB$.

ponantur enim ita, ut ΓA et $A\Delta$ in eadem recta sint. itaque etiam EA et AB in eadem recta sunt. et ducatur $B\Delta$. iam quoniam $\triangle AB\Gamma = A\Delta E$, et

---

μίαν μιᾷ punctis del. 9. ἰσογωνίων παραλληλογράμμων] PB, F (post ἰσο- ras. 1 litt.), p; in P m. rec. supra scr. ἴσην γωνίαν μίαν μιᾷ ἐχόντων; μίαν μιᾷ (punctis del.) ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων V. 15. αἵ] m. 2 P. ὧν τριγώνων F. 16. τριγώνων] om. FV. 20. τῇ] corr. ex τῆς m. rec. P. λέγω, ὅτι] et seq. insert. in ras. F. 22. αἵ περί] περί P, corr. m. 2. 23. πρὸς τήν] bis πρός BFp. 24. ΓA] $A\Gamma$ P, V in ras. 25. ἐστίν PBF, comp. p.

Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΕ τριγώνῳ, ἄλλο δέ τι τὸ ΒΑΔ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΓΑΒ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΑΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΓΑΒ πρὸς τὸ ΒΑΔ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ, ὡς δὲ τὸ ΕΑΔ πρὸς τὸ ΒΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ προς τὴν ΑΒ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ. τῶν ΑΒΓ, ΑΔΕ ἄρα τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας.

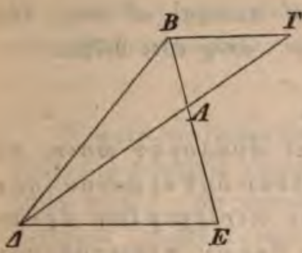
Ἀλλὰ δὴ ἀντιπεπονθέτωσαν αἱ πλευραὶ τῶν ΑΒΓ, ΑΔΕ τριγώνων, καὶ ἔστω ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΔΕ τριγώνῳ.

Ἐπιζευχθείσης γὰρ πάλιν τῆς ΒΔ, ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον, ὡς δὲ ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως τὸ ΕΑΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον, ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΑΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον. ἑκάτερον ἄρα τῶν ΑΒΓ, ΕΑΔ πρὸς τὸ ΒΑΔ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ [τρίγωνον] τῷ ΕΑΔ τριγώνῳ.

Τῶν ἄρα ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν

---

2. τι] om. BFVp. ΒΑΔ] in ras. m. 2 V. 3. ΓΑΒ] '''Γ''Α'Β F; ΒΑΓ Bp, V m. 2. οὕτως] οὕτω P, οὕτως ἄρα F. 4. ΕΑΔ] BFp, V m. 2; ΑΔΕ V m. 1; ΔΑΕ P. ΒΑΔ] litt. ΒΑ in ras. m. 2 V. τρίγωνον] comp. V. 7. τήν] (prius)



alia quaedam magnitudo est $B A \Delta$, erit $\triangle \Gamma A B : B A \Delta = E A \Delta : B A \Delta$ [V, 7]. sed [prop. I] $\Gamma A B : B A \Delta = A \Gamma : A \Delta$ et $E A \Delta : B A \Delta = E A : A B$. quare etiam $\Gamma A : A \Delta = E A : A B$. itaque triangulorum $A B \Gamma$, $A \Delta E$ latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt.

iam uero latera triangulorum $A B \Gamma, A \Delta E$ in contraria proportione sint, et sit $\Gamma A : A \Delta = E A : A B$. dico, esse $\triangle A B \Gamma = \triangle A \Delta E$.

ducta enim rursus $B \Delta$, quoniam est $\Gamma A : A \Delta = E A : A B$, et $\Gamma A : A \Delta = \triangle A B \Gamma : \triangle B A \Delta$, et $E A : A B = \triangle E A \Delta : \triangle B A \Delta$ [prop. I], erit $\triangle A B \Gamma : \triangle B A \Delta = \triangle E A \Delta : \triangle B A \Delta$. itaque uterque triangulus $A B \Gamma, E A \Delta$ ad $B A \Delta$ eandem rationem habet. quare $\triangle A B \Gamma = \triangle E A \Delta$ [V, 9].

Ergo in triangulis aequalibus, et qui unum angulum uni aequalem habeant, latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt; et trianguli unum angulum uni aequalem habentes, et in quibus latera aequales angulos comprehendentia

---

corr. ex τόν m. 1 F. 8. ἄρα τριγώνων] τριγώνων ἄρα V; ἄρα γωνιῶν p. 12. τριγώνων] γωνιῶν p. ὡς] postea insert. m. 1 P; om. F. πρὸς τήν] πρός BFp, et sic deinde per totam prop. 16. ΓA] $A \Gamma$ p. 19. τήν] om. etiam V. 20. $A B \Gamma$] $B A \Gamma$ P. Post τρίγωνον add. F: οὕτως τὸ $E A \Delta$ τρίγωνον, sed del. m. 1. 21. τρίγωνον] om. V. οὕτως] om. F. τὸ $E A \Delta$ τρίγωνον πρὸς τὸ $B A \Delta$ τρίγωνον] om. BFp. 22. ἄρα] om. Bp. 23. ἐστίν P, comp. p. 24. τρίγωνον] om. P. 26. πλευραὶ αἵ] om. F. 27. γωνίας πλευραί F.

τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιϛ'.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· κἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Ἔστωσαν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ AB, $\Gamma\Delta$, E, Z, ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ E πρὸς τὴν Z· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν AB, Z περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta$, E περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἤχθωσαν [γὰρ] ἀπὸ τῶν A, Γ σημείων ταῖς AB, $\Gamma\Delta$ εὐθείαις πρὸς ὀρθὰς αἱ AH, $\Gamma\Theta$, καὶ κείσθω τῇ μὲν Z ἴση ἡ AH, τῇ δὲ E ἴση ἡ $\Gamma\Theta$. καὶ συμπεπληρώσθω τὰ BH, $\Delta\Theta$ παραλληλόγραμμα.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως η E πρὸς τὴν Z, ἴση δὲ ἡ μὲν E τῇ $\Gamma\Theta$, ἡ δὲ Z τῇ AH, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $\Gamma\Delta$, οὕτως ἡ $\Gamma\Theta$ πρὸς τὴν AH. τῶν BH, $\Delta\Theta$ ἄρα παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ὧν δὲ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας,

---

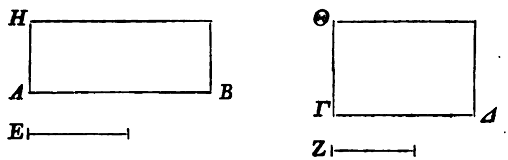
2. ἐστίν] εἰσίν V. 4. ὦσι PBp. 7. κἄν] καὶ εἰ V. 11. αἱ τέσσαρες P. ἀνάλογον] om. V. 12. Z ἀνάλογον V. τήν] om. Bp. 13. AB] B in ras. m. 2 V. Z] eras. F. 14. ἐστίν P, comp. p. E] postea add. m. 1 p; eras. F.

in contraria proportione sint, aequales sunt; quod erat demonstrandum.

XVI.

Si quattuor rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso, quattuor rectae proportionales sunt.

Sint quattuor rectae proportionales $AB, \Gamma\Delta, E, Z$, ita ut sit $AB : \Gamma\Delta = E : Z$. dico, esse $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$.



ducantur a punctis A, Γ ad rectas $AB, \Gamma\Delta$ perpendiculares $AH, \Gamma\Theta$, et ponatur $AH = Z$ et $\Gamma\Theta = E$. et expleantur parallelogramma $BH, \Delta\Theta$.

et quoniam est $AB : \Gamma\Delta = E : Z$, et $E = \Gamma\Theta$, $Z = AH$, erit $AB : \Gamma\Delta = \Gamma\Theta : AH$. itaque in parallelogrammis $BH, \Delta\Theta$ latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt. parallelogramma autem aequiangula, quorum latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione

16. γάρ] om. P. 18. συμπεπληρώσθωσαν BFVp. 22. AH] corr. ex $A\Delta$ m. rec. P. 23. AH] post ras. 1 litt., H e corr. V; corr. ex $A\Theta$ m. rec. P. ἄρα] m. 2 V. 24. αἱ περί] περί P.

ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΒΗ* παραλληλόγραμμον τῷ *ΔΘ* παραλληλογράμμῳ. καί ἐστι τὸ μὲν *ΒΗ* τὸ ὑπὸ τῶν *ΑΒ*, *Ζ*· ἴση γὰρ ἡ *ΑΗ* τῇ *Ζ*· τὸ δὲ *ΔΘ* τὸ ὑπὸ τῶν *ΓΔ*, *Ε*· ἴση γὰρ ἡ *Ε* τῇ *ΓΘ*· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν *ΑΒ*, *Ζ* περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν *ΓΔ*, *Ε* περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἀλλὰ δὴ τὸ ὑπὸ τῶν *ΑΒ*, *Ζ* περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἔστω τῷ ὑπὸ τῶν *ΓΔ*, *Ε* περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· λέγω, ὅτι αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται, ὡς ἡ *ΑΒ* πρὸς τὴν *ΓΔ*, οὕτως ἡ *Ε* πρὸς τὴν *Ζ*.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν *ΑΒ*, *Ζ* ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν *ΓΔ*, *Ε*, καί ἐστι τὸ μὲν ὑπὸ τῶν *ΑΒ*, *Ζ* τὸ *ΒΗ*· ἴση γάρ ἐστιν ἡ *ΑΗ* τῇ *Ζ*· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν *ΓΔ*, *Ε* τὸ *ΔΘ*· ἴση γαρ ἡ *ΓΘ* τῇ *Ε*· τὸ ἄρα *ΒΗ* ἴσον ἐστὶ τῷ *ΔΘ*. καί ἐστιν ἰσογώνια. τῶν δὲ ἴσων καὶ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ *ΑΒ* πρὸς τὴν *ΓΔ*, οὕτως ἡ *ΓΘ* πρὸς τὴν *ΑΗ*. ἴση δὲ ἡ μὲν *ΓΘ* τῇ *Ε*, ἡ δὲ *ΑΗ* τῇ *Ζ*· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ *ΑΒ* πρὸς τὴν *ΓΔ*, οὕτως ἡ *Ε* πρὸς τὴν *Ζ*.

Ἐὰν ἄρα τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· κἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

4. *ΓΔ*, *Ε*] seq. περιεχόμενον ὀρθογώνιον V, punctis delet. *Ε*] corr. ex *ΓΘ* m. 2 V. *ΓΘ*] corr. ex *Ε* m. 2 V. 6.

sint, aequalia sunt [prop. XIV]. itaque $BH = \Delta\Theta$. et $BH = AB \times Z$ (nam $AH = Z$) et $\Delta\Theta = \Gamma\Delta \times E$ (nam $E = \Gamma\Theta$). itaque $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$.

iam uero sit $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$. dico, quattuor rectas proportionales esse, $AB : \Gamma\Delta = E : Z$.

nam iisdem comparatis, quoniam $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$, et $AB \times Z = BH$ (nam $AH = Z$), et $\Gamma\Delta \times E = \Delta\Theta$ (nam $\Gamma\Theta = E$), erit $BH = \Delta\Theta$. eadem autem aequiangula sunt. et in parallelogrammis aequalibus et aequiangulis latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt [prop. XIV]. itaque $AB : \Gamma\Delta = \Gamma\Theta : AH$. sed $\Gamma\Theta = E$, $AH = Z$. quare $AB : \Gamma\Delta = E : Z$.

Ergo si quattuor rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso quattuor rectae proportionales sunt; quod erat demonstrandum.

περιεχομένων ὀρθογωνίων F, sed corr. 8. τῶν] mutat. in τῶι F. 9. ὀρθογωνίων F, sed corr. 14. ἐστιν] om. V. ἡ AH τῇ Z] τῇ Z ἡ AH V; in F m. 2 ex τῆι Z fecit τῇ HZ. 15. ἴση γάρ ἡ — 16: τῷ $\Delta\Theta$] mg. m. rec. P. 16. ἐστιν] P; εἰσιν BFVp. 19. ἡ] (alt.) postea ins. m. 1 p. 20. $\Gamma\Theta$] corr. ex $H\Theta$ m. 1 p. AH] corr. ex ZH m. 1 p. 23. ὦσι PBVp. 25. κἄν] καὶ εἰ V. 26. ᾗ] ἐστί F. 27. τέσσαρες] seq. ras. 2 litt. F.

ιζ'.

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ· κἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Ἔστωσαν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ Α, Β, Γ, ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Γ· λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν Α, Γ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β τετραγώνῳ.

Κείσθω τῇ Β ἴση ἡ Δ.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Γ, ἴση δὲ ἡ Β τῇ Δ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, ἡ Δ πρὸς τὴν Γ. ἐὰν δὲ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον [ὀρθογώνιον] ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α, Γ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν Β, Δ. ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν Β, Δ τὸ ἀπὸ τῆς Β ἐστιν· ἴση γὰρ ἡ Β τῇ Δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α, Γ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β τετραγώνῳ.

Ἀλλὰ δὴ τὸ ὑπὸ τῶν Α, Γ ἴσον ἔστω τῷ ἀπὸ τῆς Β· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Β πρὸς τὴν Γ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν Α, Γ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β, ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς Β τὸ ὑπὸ τῶν Β, Δ ἐστιν· ἴση γὰρ ἡ Β τῇ Δ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α, Γ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν Β, Δ.

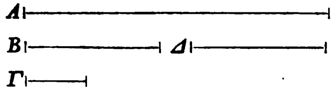
---

1. ιζ'] et litt. initialis m. 2 V. 2. ὦσι codd. 4. κἂν] καὶ εἰ V. 6. τῆς] insert. postea F. 8. αἱ τρεῖς P.

XVII.

Si tres rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii, tres rectae proportionales erunt.

Sint tres rectae proportionales A, B, Γ, ita ut sit $A : B = B : \Gamma$. dico, esse $A \times \Gamma = B^2$.



ponatur $\Delta = B$. et quoniam est $A : B = B : \Gamma$, et $B = \Delta$, erit $A : B = \Delta : \Gamma$. sin quattuor rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso [prop. XVI]. itaque $A \times \Gamma = B \times \Delta$. uerum $B \times \Delta = B^2$; nam $B = \Delta$. quare

$$A \times \Gamma = B^2.$$

iam uero sit $A \times \Gamma = B^2$. dico, esse $A : B = B : \Gamma$.

nam iisdem comparatis, quoniam $A \times \Gamma = B^2$, et $B^2 = B \times \Delta$ (nam $B = \Delta$), erit $A \times \Gamma = B \times \Delta$. sin rectangulum extremis terminis comprehensum

XVII. Philoponus in Arist. de anima g II.

12. *κείσθω γάρ* P. Δ] post ras. 1 litt. F. 16. *ὧσι* codd. 17. *ὀρθογώνιον*] om. P. 19. B, Δ] (prius) in ras. m. 2 V. *ἀλλά* — B, Δ] insert. m. 1 F. 20. *ἐστιν· ἴση*] eras. F. 24. A] B *π*. 26. *ἐπεί*] corr. ex *ἐπί* m. 2 V. 27. *ἀλλὰ τὸ ἀπὸ τῆς* B *τὸ ὑπὸ τῶν* B, Δ *ἐστιν*] PBp; idem, sed *τῷ ὑπό* V, F mg.; *τουτέστιν τῷ ὑπὸ τῶν* B, Δ F. 28. *ἴση*] *-η* in ras. B. *τῇ* Δ] in mg. transit m. 1 V (supra est ras.).

ἐὰν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ A πρὸς τὴν B, οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Γ. ἴση δὲ ἡ B τῇ Δ· ὡς ἄρα ἡ A πρὸς τὴν B, οὕτως ἡ B πρὸς τὴν Γ.

Ἐὰν ἄρα τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ· κἂν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ AB, τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ ΓE· δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς AB εὐθείας τῷ ΓE εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΔZ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ AB εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς A, B τῇ μὲν πρὸς τῷ Γ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ HAB, τῇ δὲ ὑπὸ $\Gamma\Delta Z$ ἴση ἡ ὑπὸ ABH. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $\Gamma Z\Delta$ τῇ ὑπὸ AHB ἐστιν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $Z\Gamma\Delta$ τρίγωνον τῷ HAB τριγώνῳ. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ $Z\Delta$ πρὸς τὴν HB, οὕτως ἡ $Z\Gamma$ πρὸς τὴν HA, καὶ ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὴν AB. πάλιν συνεστάτω πρὸς τῇ BH εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς B,

---

6. ὦσι PFVp. 7. ἐστίν P. 8. κἄν — 10: ἔσονται] om. p. 9. ᾖ] ἐστί comp. F, supra scr. ᾖ. 18. ὁμοίως]

aequale est rectangulo mediis comprehenso, quattuor rectae proportionales sunt [prop. XVI]. itaque

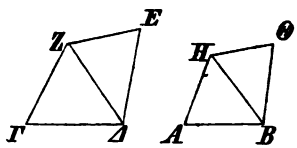
$A : B = \varDelta : \Gamma$. sed $B = \varDelta$. itaque $A : B = B : \Gamma$.

Ergo si tres rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii, tres rectae proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

XVIII.

In data recta datae figurae rectilineae similem et similiter positam figuram rectilineam construere.

Sit data recta AB et data figura rectilinea ΓE. oportet igitur in recta AB figurae rectilineae ΓE similem et similiter positam figuram rectilineam construere.



ducatur $\varDelta Z$ et ad rectam AB et puncta eius A, B angulo ad Γ posito aequalis construatur $\angle HAB$, angulo autem $\Gamma\varDelta Z$ aequalis $\angle ABH$ [I, 23]. itaque $\angle \Gamma Z\varDelta = AHB$ [I, 32]. quare $\triangle Z\Gamma\varDelta$ triangulo HAB aequiangulus est. itaque $Z\varDelta : HB = Z\Gamma : HA = \Gamma\varDelta : AB$ [prop. IV]. rursus ad rectam BH et

---

ὁμοίας π (non P). 20. $\varDelta Z$] $Z\varDelta$ P. συνεστοτο π (non P). 22. τῷ] τῇ P. ἴση] om. V. HAB] BAH P; AB F; HAB ἴση V. 23. ἴση] om. V. τῇ] λοιπῇ τῇ V. 24. AHB] $A''B'H$ F. ἐστί] om. V. 26. ὡς] supra F. 28. τῇ] corr. ex τῆς m. 1 p. BH] H supra scr. V.

Η τῇ μὲν ὑπὸ ΔΖΕ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΗΘ, τῇ δὲ ὑπὸ ΖΔΕ ἴση ἡ ὑπὸ ΗΒΘ. λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ Ε λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ Θ ἐστιν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΔΕ τρίγωνον τῷ ΗΘΒ τριγώνῳ· ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΖΔ πρὸς τὴν ΗΒ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΗΘ καὶ ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΘΒ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ΖΔ πρὸς τὴν ΗΒ, οὕτως ἡ ΖΓ πρὸς τὴν ΗΑ καὶ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΑΒ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΖΓ πρὸς τὴν ΑΗ, οὕτως ἥ τε ΓΔ πρὸς τὴν ΑΒ καὶ ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΗΘ καὶ ἔτι ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΘΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΓΖΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΗΒ, ἡ δὲ ὑπὸ ΔΖΕ τῇ ὑπὸ ΒΗΘ, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΖΕ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΗΘ ἐστιν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΔΕ τῇ ὑπὸ ΑΒΘ ἐστιν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ μὲν πρὸς τῷ Γ τῇ πρὸς τῷ Α ἴση, ἡ δὲ πρὸς τῷ Ε τῇ πρὸς τῷ Θ. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΘ τῷ ΓΕ· καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας αὐτῶν πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΘ εὐθύγραμμον τῷ ΓΕ εὐθυγράμμῳ.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας τῆς ΑΒ τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ ΓΕ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγέγραπται τὸ ΑΘ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιθ'.

Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

XIX coroll. Philoponus in anal. post. 117 v. Psellus p. 57.

---

1. ΒΗΘ] "Β'Η'"Θ F. 2. ὑπό] om. Bp. ἴση] om. B. 4. ΗΘΒ] PF; ΗΒΘ B, V e corr. m. 2, p corr. ex ΗΘΘ m. 1. 5. ΖΔ] ΔΖ P. ΖΕ] in ras. m. 2 V. 6. ΗΘ]

puncta eius B, H angulo $\Delta Z E$ aequalis construatur $\angle B H \Theta$ et angulo $Z \Delta E$ aequalis $\angle H B \Theta$ [I, 23]. itaque qui relinquitur angulus ad E positus, reliquo angulo ad Θ posito aequalis est [I, 32]. itaque $\triangle Z \Delta E$ triangulo $H \Theta B$ aequiangulus est. quare $Z\Delta : HB = ZE : H\Theta = E\Delta : \Theta B$ [prop. IV]. demonstrauimus autem, esse etiam $Z\Delta : HB = Z\Gamma : HA = \Gamma\Delta : AB$. quare etiam $Z\Gamma : AH = \Gamma\Delta : AB = ZE : H\Theta = E\Delta : \Theta B$. et quoniam $\angle \Gamma Z \Delta = AHB$, et $\angle \Delta Z E = BH\Theta$, erit $\angle \Gamma Z E = AH\Theta$. eadem de causa etiam $\angle \Gamma \Delta E = AB\Theta$. et praeterea angulus ad Γ positus angulo ad A posito aequalis est, et angulus ad E positus angulo ad Θ posito aequalis. itaque $A\Theta$ aequiangula est figurae ΓE. et latera, quae aequales angulos comprehendunt, proportionalia habent; itaque figura rectilinea $A\Theta$ similis est figurae rectilineae ΓE.

Ergo in data recta AB datae figurae rectilineae ΓE similis et similiter posita figura rectilinea constructa est $A\Theta$; quod oportebat fieri.

XIX.

Similes trianguli inter se duplicatam rationem habent quam latera correspondentia.

Θ in ras. m. 2 V. ΘB] $B\Theta$ P. καὶ ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΘΒ] bis F, sed corr. 7. ἥ τε ΖΓ P. 8. καὶ ὡς ἄρα — 9: τὴν ΑΒ] om. p. 10. ΕΔ] ″Δ′Ε F. 12. ΔΖΕ] ″Ζ′Δ‴Ε F. 13. διὰ τὰ αὐτά — 15: πρὸς τῷ Α ἴσῃ] insert. in ras. F. 16. πρός] eras. V. ἐστίν F. 17. αὐτῶν] P; αὐτῷ BFVp; om. Augustus. 18. ΑΘ] ΓΕ P. ΓΕ] ΑΘ P. 20. τῆς ΑΒ — 23: ποιῆσαι] καὶ τὰ ἑξῆς p. 21. ΓΕ ὅμοιόν τε] eras. V. 22. τὸ ΑΘ] punctis notat. F; om. B. 26. ἐστίν B, eras. v.

Ἔστω ὅμοια τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἴσην ἔχοντα τὴν πρὸς τῷ Β γωνίαν τῇ πρὸς τῷ Ε, ὡς δὲ τὴν ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως τὴν ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ, ὥστε ὁμόλογον εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ· λέγω, ὅτι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ.

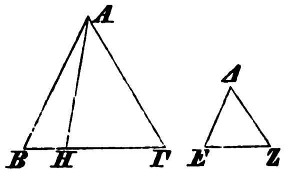
Εἰλήφθω γὰρ τῶν ΒΓ, ΕΖ τρίτη ἀνάλογον ἡ ΒΗ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως τὴν ΕΖ πρὸς τὴν ΒΗ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΗ.

Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΕΖ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ. ἀλλʼ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΕΖ πρὸς ΒΗ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς ΔΕ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς ΒΗ· τῶν ΑΒΗ, ΔΕΖ ἄρα τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ὧν δὲ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΒΗ, ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν δευτέραν, ἡ ΒΓ ἄρα πρὸς τὴν ΒΗ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΕΖ. ὡς δὲ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΗ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΑΒΗ τρίγωνον·

---

2. τῷ Β] τὸ Β V, et F, sed corr. 3. τὴν ΒΓ] ΒΓ Bp; τὴν ΓΔ F; litt. Β in ras. m. 2 V. τὴν ΕΖ] ΕΖ Bp. 8. οὕτω PBp. 10. ΑΒ] Β in ras. PF. τήν] om. BFp. οὕτω P. 11. τήν] om. BFp. 12. τήν] bis om. BFp. 13. πρὸς ΕΖ] supra m. 2 F; πρὸς τὴν ΕΖ V. τὴν ΒΗ V.

Sint similes trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ angulum ad B positum angulo ad E posito aequalem habentes,



et $AB : B\Gamma = \Delta E : EZ$, ita ut $B\Gamma$ lateri EZ respondeat. dico, esse $AB\Gamma : \Delta EZ = B\Gamma^2 : EZ^2$.

sumatur enim rectarum $B\Gamma$, EZ tertia proportionalis BH [prop. XI], ita ut sit $B\Gamma : EZ = EZ : BH$; et ducatur AH.

iam quoniam est $AB : B\Gamma = \Delta E : EZ$, permutando erit $AB : \Delta E = B\Gamma : EZ$ [V, 16]. sed $B\Gamma : EZ = EZ : BH$. quare $AB : \Delta E = EZ : BH$. itaque in triangulis ABH, ΔEZ latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt. trianguli autem unum angulum uni aequalem habentes et quorum latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sint, aequales sunt [prop. XV]. itaque $\triangle ABH = \Delta EZ$. et quoniam est $B\Gamma : EZ = EZ : BH$, et si tres rectae proportionales sunt, prima ad tertiam duplicatam rationem habet quam ad secundam [V def. 9], erit $B\Gamma : BH = \Gamma B^2 : EZ^2$. sed $\Gamma B : BH = AB\Gamma : ABH$ [prop. I]. itaque etiam

---

14. AB] B eras. F. τὴν ΔE V. τὴν BH V. 15. ἄρα] supra m. 1 p. 17. τριγώνων] om. Theon (BFVp). 19. ΔEZ] Z paene eras. V. 22. διπλασιοναονα P, sed corr. m. rec. 23. ἔχῃ P. $B\Gamma$] ΓB seq. ras. 1 litt. P. 24. BH] seq. ras. 1 litt. P. 25. ΓB] (prius) $B\Gamma$ V.

καὶ τὸ *ΑΒΓ* ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ *ΑΒΗ* διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ *ΒΓ* πρὸς τὴν *ΕΖ*. ἴσον δὲ τὸ *ΑΒΗ* τρίγωνον τῷ *ΔΕΖ* τριγώνῳ· καὶ τὸ *ΑΒΓ* ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ *ΔΕΖ* τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ *ΒΓ* πρὸς τὴν *ΕΖ*.

Τὰ ἄρα ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι, ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον [ἐπείπερ ἐδείχθη, ὡς ἡ *ΓΒ* πρὸς *ΒΗ*, οὕτως τὸ *ΑΒΓ* τρίγωνον πρὸς τὸ *ΑΒΗ* τρίγωνον, τουτέστι τὸ *ΔΕΖ*]. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κʹ.

Τὰ ὅμοια πολύγωνα εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Ἔστω ὅμοια πολύγωνα τὰ *ΑΒΓΔΕ*, *ΖΗΘΚΛ*, ὁμόλογος δὲ ἔστω ἡ *ΑΒ* τῇ *ΖΗ*· λέγω, ὅτι τὰ *ΑΒΓΔΕ*,

---

XX coroll. Eutocius in Archim. III p. 52, 28.

---

1. ἄρα] om. P. *ΑΒΗ*] *Β* supra m. 2 in ras. V. 7. ἐστίν BF. 9. ἐάν] ἐ- in ras. m. 2 V. 10. ἔστιν] om. Bp. 11. εἶδος] P; τρίγωνον Theon (BFVp), comp. supra P m. rec. 13. τὴν *ΒΗ* V. 14. τό] om. V. τουτέστιν P. τό] supra m. 2 F. 15. δεῖξαι] ποιῆσαι V. 19. ὅλοις] post ὅ- 1 litt. eras. p. 20. ἡ] om. B. 22. *ΑΒΓΔΕ*] *ΑΒΓΔΕΖ* P, sed. corr.

$AB\Gamma : ABH = B\Gamma^2 : EZ^2$. erat autem $ABH = \Delta EZ$. quare etiam $AB\Gamma : \Delta EZ = B\Gamma^2 : EZ^2$.

Ergo similes trianguli inter se duplicatam rationem habent quam latera correspondentia.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si tres rectae proportionales sint, esse ut prima ad tertiam, ita figuram in prima descriptam ad figuram in secunda similem et similiter descriptam.[1]) — quod erat demonstrandum.

XX.

Similia polygona in triangulos et similes et aequales numero et totis correspondentes diuiduntur, et polygonum ad polygonum duplicatam rationem habet quam latus correspondens ad latus correspondens.

Sint similia polygona $AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta K\Lambda$, et AB lateri ZH respondeat. dico, polygona $AB\Gamma\Delta E$,

1) Hoc ex proportione $AB\Gamma : \Delta EZ = B\Gamma : BH$ concludi uoluit Euclides, paullo audacius sane; nam huic corollario post prop. 20 demum locus erat. sed τρίγωνον lin. 11 sine dubio Theoni soli debetur; nam εἶδος tuentur P et Campanus et aliquatenus saltem Philoponus et Psellus (hic corollarium suo numero citat) τετράγωνον praebentes, quod cum scriptura εἶδος conciliari potest, cum τρίγωνον non potest. et prop. 20 coroll. 2 in P in mg. additum et a Campano omissum a Theone interpolatum merito uideri potest, id quod et ipsum sententiam meam de huius corollarii forma confirmat. tum Pappus VIII p. 1100, 15 nostrum locum respicere putandus est, et sane scriptura eius loci tam incerta est, ut inde de numero, quem indicat, corollarii nihil adfirmari possit. itaque puto, Euclidem ipsum εἶδος scripsisse et Theonem, quo corollarium facilius pateret, nostrum locum mutasse et prop. 20 coroll. 2 addidisse. sed uerba ἐπείπερ lin. 12 — ΔEZ lin. 14 interpolata esse putauerim, neque Campanus ea habuit; sed Theone antiquiora sunt.

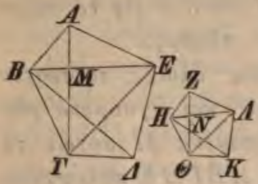
ΖΗΘΚΛ πολύγωνα εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ *ΑΒΓΔΕ* πολύγωνον πρὸς τὸ *ΖΗΘΚΛ* πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ *ΑΒ* πρὸς τὴν *ΖΗ*.

Ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΒΕ*, *ΕΓ*, *ΗΛ*, *ΛΘ*.

Καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ *ΑΒΓΔΕ* πολύγωνον τῷ *ΖΗΘΚΛ* πολυγώνῳ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΒΑΕ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΗΖΛ*. καί ἐστιν ὡς ἡ *ΒΑ* πρὸς *ΑΕ*, οὕτως ἡ *ΗΖ* πρὸς *ΖΛ*. ἐπεὶ οὖν δύο τρίγωνά ἐστι τὰ *ΑΒΕ*, *ΖΗΛ* μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΑΒΕ* τρίγωνον τῷ *ΖΗΛ* τριγώνῳ· ὥστε καὶ ὅμοιον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΑΒΕ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΖΗΛ*. ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ *ΑΒΓ* ὅλῃ τῇ ὑπὸ *ΖΗΘ* ἴση διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυγώνων· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ *ΕΒΓ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΛΗΘ* ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν *ΑΒΕ*, *ΖΗΛ* τριγώνων ἐστὶν ὡς ἡ *ΕΒ* πρὸς *ΒΑ*, οὕτως ἡ *ΛΗ* πρὸς *ΗΖ*, ἀλλὰ μὴν καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυγώνων ἐστὶν ὡς ἡ *ΑΒ* πρὸς *ΒΓ*, οὕτως ἡ *ΖΗ* πρὸς *ΗΘ*, δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ *ΕΒ* πρὸς *ΒΓ*, οὕτως ἡ *ΛΗ* πρὸς *ΗΘ*, καὶ περὶ τὰς ἴσας γωνίας τὰς ὑπὸ *ΕΒΓ*, *ΛΗΘ* αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΕΒΓ* τρίγωνον τῷ *ΛΗΘ* τριγώνῳ· ὥστε καὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ *ΕΒΓ* τρίγωνον τῷ *ΛΗΘ* τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ *ΕΓΔ* τρίγωνον ὅμοιόν ἐστι τῷ *ΛΘΚ* τριγώνῳ. τὰ ἄρα

---

5. *ΛΘ*] mutat. in *ΛΒ* F. 7. *ἐστί* seq. ras. 8 litt. F. 8. *ΗΖΛ*] *ΖΗΛ* F. *τὴν ΛΕ* V. 9. *ΗΖ*] *ΖΗ* P. *τὴν ΖΛ* V. 10. *γωνίᾳ*] *γωνίαν* Vφ. 11. *δέ*] om. F. 13. *ἴση*] corr. ex *ἴσον* m. rec. P. 15. *ΖΗΘ*] *Η* uidetur corr. V.



$Z H \Theta K \Lambda$ in triangulos et similes et aequales numero et totis correspondentes diuidi, et esse $AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda = AB^2 : ZH^2$.

ducantur $BE, E\Gamma, H\Lambda, \Lambda\Theta$. et quoniam $AB\Gamma\Delta E \sim ZH\Theta K\Lambda$, erit $\angle BAE = HZ\Lambda$ [def. 1]. et $BA : AE = HZ : Z\Lambda$ [id.]. iam quoniam duo trianguli sunt ABE, $ZH\Lambda$ unum angulum uni angulo aequalem habentes et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia, erit $\triangle ABE$ triangulo $ZH\Lambda$ aequiangulus [prop. VI]. quare etiam similes sunt [prop. IV; def. 1]. itaque $\angle ABE = ZH\Lambda$. uerum etiam $\angle AB\Gamma = ZH\Theta$ propter similitudinem polygonorum. itaque $\angle EB\Gamma = \Lambda H\Theta$. et quoniam propter similitudinem triangulorum ABE, $ZH\Lambda$ est $EB : BA = \Lambda H : HZ$, et praeterea propter similitudinem polygonorum $AB : B\Gamma = ZH : H\Theta$, ex aequo erit $EB : B\Gamma = \Lambda H : H\Theta$ [V, 22], et latera aequales angulos $EB\Gamma$, $\Lambda H\Theta$ comprehendentia proportionalia sunt; itaque $\triangle EB\Gamma$ triangulo $\Lambda H\Theta$ aequiangulus est [prop. VI]. quare $\triangle EB\Gamma \sim \Lambda H\Theta$ [prop. IV; def. 1]. eadem de causa etiam $\triangle E\Gamma\Delta \sim \Lambda\Theta K$. itaque similia polygona

---

16. τῇ] P, F m. 1; λοιπῇ τῇ BVp, F m. 2. 17. ἴση ἐστίν F. 18. τὴν BA V. 19. ΛH] ΛB φ. τὴν HZ V. 20. τὴν $B\Gamma$ V. 21. ZH] HZ P. τὴν $H\Theta$ V. $H\Theta$, δι' ἴσου] φ; uidetur fuisse alia scriptura a m. 1. EB] B e corr. F. 22. τὴν $B\Gamma$ V. τὴν $H\Theta$ V. 23. εἰσιν] om. V. 24. $\Lambda H\Theta$] $\Lambda\Theta H$ P. 25. ἐστι] om. BVp. τὸ $EB\Gamma$ — 26: τριγώνῳ] mg. m. 2 V; F haec uerba ut cett. codd. in textu habet, sed dein in mg. m. 1: ὥστε καὶ ὅμοιον τὸ $EB\Gamma$ τῷ $\Lambda H\Theta$ τριγώνῳ. 27. $\Lambda\Theta K$] $\Lambda\Theta H$ φ; corr. ex $\Lambda K\Theta$ m. 1 p.

ὅμοια πολύγωνα τὰ *ΑΒΓΔΕ*, *ΖΗΘΚΛ* εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διῄρηται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος.

Λέγω, ὅτι καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, τουτέστιν ὥστε ἀνάλογον εἶναι τὰ τρίγωνα, καὶ ἡγούμενα μὲν εἶναι τὰ *ΑΒΕ*, *ΕΒΓ*, *ΕΓΔ*, ἑπόμενα δὲ αὐτῶν τὰ *ΖΗΛ*, *ΛΗΘ*, *ΛΘΚ*, καὶ ὅτι τὸ *ΑΒΓΔΕ* πολύγωνον πρὸς τὸ *ΖΗΘΚΛ* πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἡ *ΑΒ* πρὸς τὴν *ΖΗ*.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ *ΑΓ*, *ΖΘ*. καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυγώνων ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΑΒΓ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΖΗΘ*, καί ἐστιν ὡς ἡ *ΑΒ* πρὸς *ΒΓ*, οὕτως ἡ *ΖΗ* πρὸς *ΗΘ*, ἰσογώνιόν ἐστι τὸ *ΑΒΓ* τρίγωνον τῷ *ΖΗΘ* τριγώνῳ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ *ΒΑΓ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΗΖΘ*, ἡ δὲ ὑπὸ *ΒΓΑ* τῇ ὑπὸ *ΗΘΖ*. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΒΑΜ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΗΖΝ*, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ *ΑΒΜ* τῇ ὑπὸ *ΖΗΝ* ἴση, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ *ΑΜΒ* λοιπῇ τῇ ὑπὸ *ΖΝΗ* ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΑΒΜ* τρίγωνον τῷ *ΖΗΝ* τριγώνῳ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τὸ *ΒΜΓ* τρίγωνον ἰσογώνιόν ἐστι τῷ *ΗΝΘ* τριγώνῳ. ἀνάλογον ἄρα ἐστίν, ὡς μὲν ἡ *ΑΜ* πρὸς *ΜΒ*, οὕτως ἡ *ΖΝ* πρὸς *ΝΗ*, ὡς δὲ ἡ *ΒΜ* πρὸς *ΜΓ*, οὕτως ἡ *ΗΝ* πρὸς *ΝΘ*· ὥστε καὶ δι᾿ ἴσου, ὡς ἡ *ΑΜ* πρὸς *ΜΓ*, οὕτως ἡ *ΖΝ* πρὸς

---

2. διαιρεῖται φ. εἰς] om. BV. 5. *ΑΒΕ*] *Ε* in ras. P. αὐτῶν] sic φ, sed αὐτοῖς F. 6. *ΛΘΚ*] *ΘΚΛ* F. ὅτι] -ι in ras. P. 7. πολύγωνον] -νον sustulit lacuna pergam., supra scr. τῷ m. 2 F. 12. τὴν *ΒΓ* BFVp. 13. τὴν *ΗΘ* V. ἐστι] ἄρα ἐστί F. 14. ἴση] -η in ras. P. *ΒΑΓ*] *ΑΒΓ* F. 15. *ΗΖΘ*] *Η* corr. ex *Ζ* p; *ΖΗΘ* F. *ΗΘΖ*] *ΘΗΖ* F. 16. *ΒΑΜ*] PVp, B m. 1; "*Α*'*ΒΜ* F; *ΑΒΜ* B m. rec. *ΗΖΝ*] *ΖΗΝ* in ras. m. 2 B. ἔστι] P; ἐδείχθη Theon (BFVp).

$AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta K\Lambda$ in triangulos et similes et aequales numero diuisa sunt.

dico, eos etiam totis correspondere, h. e. ita ut trianguli proportionales sint et praecedentes ABE, $EB\Gamma$, $E\Gamma\Delta$ et eorum termini sequentes[1]) $ZH\Lambda$, $\Lambda H\Theta$, $\Lambda\Theta K$, et praeterea polygona rationem duplicatam habere quam latera correspondentia, h. e. esse

$$AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda = AB^2 : ZH^2.$$

ducantur enim $A\Gamma$, $Z\Theta$. et quoniam propter similitudinem polygonorum est $\angle AB\Gamma = ZH\Theta$, et $AB : B\Gamma = ZH : H\Theta$, erit $\triangle AB\Gamma$ aequiangulus triangulo $ZH\Theta$ [prop. VI]. itaque $\angle BA\Gamma = HZ\Theta$ et $\angle B\Gamma A = H\Theta Z$. et quoniam $\angle BAM = HZN$ et $\angle ABM = ZHN$ [p. 132, 13], erit etiam $\angle AMB = ZNH$ [I, 32]; quare $\triangle ABM$ aequiangulus est triangulo ZHN. similiter demonstrabimus, etiam $\triangle BM\Gamma$ aequiangulum esse triangulo $HN\Theta$. itaque $AM : MB = ZN : NH$, $BM : M\Gamma = HN : N\Theta$ [prop. IV]. quare etiam ex aequo $AM : M\Gamma = ZN : N\Theta$ [V, 22].

---

1) In *αὐτῶν* lin. 5 nonnihil offensionis est; sed cum *ἑπόμενα* idem sit ac *ὅροι ἑπόμενοι*, genetiuus ferri potest. et additum uidetur uocabulum, ut significetur, $ZH\Lambda$ esse terminum sequentem trianguli ABE, $\Lambda H\Theta$ autem trianguli $EB\Gamma$, $\Lambda\Theta K$ autem trianguli $E\Gamma\Delta$. ceterum commemorandum est, tum demum adparere, triangulos totis (h. e. polygonis $AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta K\Lambda$) correspondere, cum demonstratum erit, esse $AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda = AB^2 : ZH^2$, h. e. $= ABE : ZH\Lambda = EB\Gamma : \Lambda H\Theta = E\Gamma\Delta : \Lambda\Theta K$.

---

17. ABM] mutat. in BAM m. 2 B. ZHN] mutat. in HZN m. 2 B. AMB] $\dot{A}\ddot{B}\dot{M}$ punctis supra A et M deletis F. 20. *ἔστιν* F. 21. *ἡ μέν* p. 22. AM] M corr. ex B m. 2 V. *τὴν* MB V. NH] N in ras. m. 2 V. 23. *οὕτως καί* p.

ΝΘ. ἀλλ' ὡς ἡ ΑΜ πρὸς ΜΓ, οὕτως τὸ ΑΒΜ [τρίγωνον] πρὸς τὸ ΜΒΓ, καὶ τὸ ΑΜΕ πρὸς τὸ ΕΜΓ· πρὸς ἄλληλα γάρ εἰσιν ὡς αἱ βάσεις. καὶ ὡς ἄρα ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπόμενων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ὡς ἄρα τὸ ΑΜΒ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΜΓ, οὕτως τὸ ΑΒΕ πρὸς τὸ ΓΒΕ. ἀλλ' ὡς τὸ ΑΜΒ πρὸς τὸ ΒΜΓ, οὕτως ἡ ΑΜ πρὸς ΜΓ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΑΜ πρὸς ΜΓ, οὕτως τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΒΓ τρίγωνον. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ ΖΝ πρὸς ΝΘ, οὕτως τὸ ΖΗΛ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ τρίγωνον. καί ἐστιν ὡς ἡ ΑΜ πρὸς ΜΓ, οὕτως ἡ ΖΝ πρὸς ΝΘ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΕΓ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΖΗΛ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ τρίγωνον, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ τρίγωνον. ὁμοίως δὴ δείξομεν ἐπιζευχθεισῶν τῶν ΒΔ, ΗΚ, ὅτι καὶ ὡς τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΛΗΘ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΓΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΛΘΚ τρίγωνον. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΕΒΓ πρὸς τὸ ΛΗΘ, καὶ ἔτι τὸ ΕΓΔ πρὸς τὸ ΛΘΚ, καὶ ὡς ἄρα ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΑΒΓΔΕ πολύγωνον πρὸς τὸ ΖΗΘΚΛ πολύγωνον. ἀλλὰ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΑΒ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ΖΗ ὁμόλογον πλευράν· τὰ γὰρ ὅμοια τρίγωνα ἐν

1. ὡς μέν P. οὕτως καί p. 2. τρίγωνον] om. P. πρὸς τὸ ΜΒΓ, καὶ τὸ ΑΜΕ] mg. m. 1 om. priore τό P.

sed [prop. I] $AM : M\Gamma = ABM : MB\Gamma = AME : EM\Gamma$; nam eandem inter se rationem habent quam bases, itaque etiam ut unus terminorum praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [V, 12]. itaque $AMB : BM\Gamma = ABE : \Gamma BE$. sed $AMB : BM\Gamma = AM : M\Gamma$. quare etiam $AM : M\Gamma = ABE : EB\Gamma$. eadem de causa erit etiam $ZN : N\Theta = ZH\Lambda : H\Lambda\Theta$. et $AM : M\Gamma = ZN : N\Theta$. quare etiam $ABE : BE\Gamma = ZH\Lambda : H\Lambda\Theta$, et permutando [V, 16] $ABE : ZH\Lambda = BE\Gamma : H\Lambda\Theta$. similiter demonstrabimus ductis $B\Delta$, HK, esse $BE\Gamma : \Lambda H\Theta = E\Gamma\Delta : \Lambda\Theta K$. et quoniam est $ABE : ZH\Lambda = EB\Gamma : \Lambda H\Theta = E\Gamma\Delta : \Lambda\Theta K$, erit etiam, ut unus terminorum praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [V, 12]. itaque $ABE : ZH\Lambda = AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda$. sed $ABE : ZH\Lambda = AB^2 : ZH^2$; nam similes trianguli duplicatam inter

---

τό] om. P. 4. ἄρα] om. V. 8. τὴν $M\Gamma$ V. 9. τὴν $M\Gamma$ V. 10. $N\Theta$] N in ras. B; $H\Theta$ φ (non F); τὴν $N\Theta$ V. 11. τό] om. P. 12. τὴν $M\Gamma$ BFVp. τὴν $N\Theta$ FV. 14. $H\Lambda\Theta$] corr. ex $H\Theta\Lambda$ m. 2 V. 16. $BE\Gamma$] $EB\Gamma$ V. $H\Lambda\Theta$] mutat. in $\Lambda H\Theta$ m. 2 V. 18. $BE\Gamma$] P, V m. 1; $EB\Gamma$ BFp, V m. 2. 19. $E\Gamma\Delta$ τρίγωνον] P; $E\Gamma\Delta$ Theon? (BFVp). 20. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς] mg. m. rec. P. 25. $ZH\Lambda$] $'H''Z\Lambda$ F. Post οὕτως eras. πρός V. 29. γάρ] ἄρα φ.

διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. καὶ τὸ *ΑΒΓΔΕ* ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ *ΖΗΘΚΛ* πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ *ΑΒ* ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν *ΖΗ* ὁμόλογον πλευράν.

Τὰ ἄρα ὅμοια πολύγωνα εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

Πόρισμα.

Ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν [ὁμοίων] τετραπλεύρων δειχθήσεται, ὅτι ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ τῶν τριγώνων· ὥστε καὶ καθόλου τὰ ὅμοια εὐθύγραμμα σχήματα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Πόρισμα βʹ.

Καὶ ἐὰν τῶν *ΑΒ*, *ΖΗ* τρίτην ἀνάλογον λάβωμεν τὴν *Ξ*, ἡ *ΒΑ* πρὸς τὴν *Ξ* διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ *ΑΒ* πρὸς τὴν *ΖΗ*. ἔχει δὲ καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον ἢ τὸ τετράπλευρον πρὸς τὸ τετράπλευρον διπλασίονα λόγον ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἡ *ΑΒ* πρὸς τὴν *ΖΗ*· ἐδείχθη δὲ τοῦτο καὶ ἐπὶ τῶν τριγώνων· ὥστε καὶ καθόλου φανερόν, ὅτι, ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔσται ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον.]

---

1. *ἐστίν* F. 2. *πολύγωνον*] (alt.) *πολύγονον* p. 7. *πολύγωνον*] (alt.) *πολυγώνιον* φ. 10. *πόρισμα*] om. PBV; *κα'* Fp. 11.

se rationem habent quam latera correspondentia [prop. XIX]. quare etiam

$$AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda = AB^2 : ZH^2.$$

Ergo similia polygona in triangulos et similes et aequales numero et totis correspondentes diuiduntur, et polygonum ad polygonum duplicatam rationem habet quam latus correspondens ad latus correspondens.

Corollarium.

Et similiter etiam in quadrilateris demonstrabitur, ea duplicatam rationem habere quam latera correspondentia; et idem in triangulis demonstratum est. quare omnino similes figurae rectilineae inter se duplicatam rationem habent quam latera correspondentia. — quod erat demonstrandum.

ὡσαύτως] ὡ- m. 2 V. ὁμοίων] supra m. rec. P. 12. εἰσίν F, ἐστί Bp. 15. εἰσί] PV, F m. 2, p; εἰσιν B; ἐστι F m. 1. 16. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] P; om. Theon (BFVp). Totum corollarium om. Campanus. 17. πόρισμα β′] om. codd., seq. cum coroll. priore coniunctis. lin. 18—28 in mg. inferiore m. 1 P pro scholio, signo ☍ huc relatum. 18. ZH] H in ras. F. 19. τὴν Ξ] seq. ras. 1 litt. V; corr. ex τῆι ΝΞ F. ἡ ΒΑ] e corr. F. Ξ] post ras. F, ante ras. V (1 litt.). 20. AB] BA P. 21. ἤ] corr. ex καί m. 2 V; om. Bp. 23. πλευράν] P, om. BFVp. 25. πόρισμα mg. BVp. καὶ φανερόν p. 27. εἶδος] sequente ras. 1 litt. φ (uestigia sunt syllabae -ον F). πρός] supra V. 28. Sequitur alia demonstratio secundae partis propositionis, quae u. in appendice.

κα'.

Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

Ἔστω γὰρ ἑκάτερον τῶν *Α*, *Β* εὐθυγράμμων τῷ *Γ* ὅμοιον· λέγω, ὅτι καὶ τὸ *Α* τῷ *Β* ἐστιν ὅμοιον.

Ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ *Α* τῷ *Γ*, ἰσογώνιόν τέ ἐστιν αὐτῷ καὶ τας περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. πάλιν, ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ *Β* τῷ *Γ*, ἰσογώνιόν τέ ἐστιν αὐτῷ καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. ἑκάτερον ἄρα τῶν *Α*, *Β* τῷ *Γ* ἰσογώνιόν τέ ἐστι καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει [ὥστε καὶ τὸ *Α* τῷ *Β* ἰσογώνιόν τέ ἐστι καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει]. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ *Α* τῷ *Β*· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται· κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

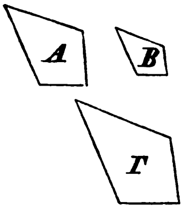
Ἔστωσαν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ *ΑΒ*, *ΓΔ*,

---

1. κα'] m. 2 V; κγ' Fp. 4. τῷ *Γ*] τὸ *Γ* BF, p, sed corr. m. 1. 6. ἐστιν ὅμοιον V. 7. γωνίας] supra F. 8. πάλιν ἐπεί] in ras. m. 2 F. ἐστιν φ. 9. ἐστιν αὐτῷ] ἐστι F. 11. τε] om. V. 12. ἴσας] supra m. 1 V. ὥστε καὶ τὸ *Α*—14: ἀνάλογον ἔχει] Theon? (BFVp); om. P. 14. τὸ *Α* τῷ *Β*] Pp, V m. 1; τὸ *Β* τῷ *Α* B; τῷ *Β* τὸ *Α* V m. 2; τὸ *Α* τὸ *Α* τῷ *Β* F m. 1; τὸ *Β* τῷ *Α* τῷ *Β* F m. 2, del. τῷ *Β*. Deinde propositionem repetit Augustus, ut fieri solet. 16.

XXI.[1])

Quae eidem figurae rectilineae similes sunt figurae, etiam inter se similes sunt.



Sit enim utraque figura rectilinea *A*, *B* figurae *Γ* similis. dico, etiam figuras *A*, *B* similes esse.

nam quoniam *A* figurae *Γ* similis est, et aequiangula est ei, et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia habent [def. 1]. rursus quoniam *B* figurae *Γ* similis est, et aequiangula est ei, et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia habent [def. 1]. itaque utraque figura *A*, *B* et aequiangula est figurae *Γ*, et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia habent. quare $A \sim B$ [def. 1]; quod erat demonstrandum.

XXII.

Si quattuor rectae proportionales sunt, etiam figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales erunt; et si figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales sunt, etiam ipsae rectae proportionales erunt.

Sint quattuor rectae proportionales *AB*, *ΓΔ*, *EZ*,

---

1) Nam coroll. 2 p. 138, 17—28 Theoni uidetur deberi; u. p. 131 not. 1; om. Campanus (sed is quidem etiam coroll. 1 omisit), et in B adscribitur mg. m. rec. ἐν ἄλλῳ οὐ γράφεται τοῦτο.

κβ′] κδ′ p et F, sed corr. m. rec. 17. ὦσιν] P et B, sed ν eras.; ὦσι F V p. 23. εὐθεῖα F.

ΕΖ, ΗΘ, ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ, καὶ ἀναγεγράφθωσαν ἀπὸ μὲν τῶν ΑΒ, ΓΔ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ ΚΑΒ, ΛΓΔ, ἀπὸ δὲ τῶν ΕΖ, ΗΘ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ ΜΖ, ΝΘ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ, οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ.

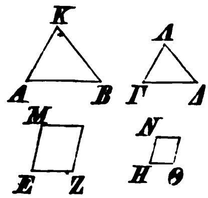
Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν ΑΒ, ΓΔ τρίτη ἀνάλογον ἡ Ξ, τῶν δὲ ΕΖ, ΗΘ τρίτη ἀνάλογον ἡ Ο. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ, ὡς δὲ ἡ ΓΔ πρὸς τὴν Ξ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν Ο, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Ξ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν Ο. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν Ξ, οὕτως [καὶ] τὸ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ, ὡς δὲ ἡ ΕΖ πρὸς τὴν Ο, οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ, οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς τὶ ΚΑΒ πρὸς τὸ ΛΓΔ, οὕτως τὸ ΜΖ πρὸς τὸ ΝΘ· λέγω, ὅτι ἐστὶ καὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ. εἰ γὰρ μή ἐστιν, ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΗΘ, ἔστω ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΠΡ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΠΡ ὁποτέρῳ τῶν ΜΖ, ΝΘ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον τὸ ΣΡ.

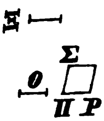
Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως

---

1. *ΑΒ*] Β supra m. 1 P; postea insert. F. ΕΖ] in ras. m. 2 V; ΖΕ Fp. 2. *ἀναγεγράφωσαν* p. 5. *ΜΖ*] Ζ e corr. F. Post *ὅτι* ras. 2 litt. F. 6. *ΛΓΔ*] litt. *ΛΓ* in ras. m. 2 V. 11. *ΓΔ*] *Δ* eras. V. 13. ΕΖ] e corr. Vφ. 14. *καί*] om. P. *ΛΓΔ*] litt. *ΛΓ* in ras. m. 2 V, *ΓΛΔ* p. 16. *καὶ ὡς ἄρα* — 17: *τὸ ΝΘ*] om. BVp. 16. *ΛΓΔ*] *ΓΛΔ* φ. 18.



$H\Theta$, ita ut sit $AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta$, et in AB, $\Gamma\Delta$ similes et similiter positae figurae rectilineae describantur KAB, $\Lambda\Gamma\Delta$, in EZ, $H\Theta$ autem similes et similiter positae figurae rectilineae MZ, $N\Theta$. dico, esse $KAB : \Lambda\Gamma\Delta = MZ : N\Theta$.



Sumatur enim rectarum AB, $\Gamma\Delta$ tertia proportionalis Ξ, rectarum autem EZ, $H\Theta$ tertia proportionalis O [prop. XI]. et quoniam est $AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta$ et $\Gamma\Delta : \Xi = H\Theta : O$[1]), ex aequo erit [V, 22] $AB : \Xi = EZ : O$. sed $AB : \Xi = KAB : \Lambda\Gamma\Delta$ [prop. XIX coroll.] et $EZ : O = MZ : N\Theta$ [id.]. itaque etiam

$$KAB : \Lambda\Gamma\Delta = MZ : N\Theta.$$

Uerum sit $KAB : \Lambda\Gamma\Delta = MZ : N\Theta$. dico, esse etiam $AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta$. nam si non est

$AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta$, sit $AB : \Gamma\Delta = EZ : \Pi P$ [prop. XIII], et in ΠP utrique MZ, $N\Theta$ similis et similiter posita construatur figura rectilinea ΣP [prop. XVIII et XXI].

Iam quoniam est $AB : \Gamma\Delta = EZ : \Pi P$, et in AB,

---

1) Nam ex hypothesi est $AB : \Gamma\Delta = \Gamma\Delta : \Xi$ et $EZ : H\Theta = H\Theta : O$; et $AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta$.

ΛΓΔ] ΓΛΔ F. 19. τό] (prius) eras. F. ἐστίν PB; comp. p. 20. εἰ γὰρ μή ἐστιν, ὡς ἡ AB πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν HΘ] mg. m. 1 P; om. Theon (BFVp). 22. ἔστω ὡς ἡ AB πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν ΠP καὶ ἀναγεγράφθω] P; γεγονέτω γὰρ ὡς κτλ. Theon (BFVp), P mg. m. rec. 23. ἀναγεγραφ$^{\omega}$ p. 24. ὁποτέρᾳ φ (non F). 25. εὐθύγραμμον] om. BFp.

ἡ EZ πρὸς τὴν $ΠP$, καὶ ἀναγέγραπται ἀπὸ μὲν τῶν $AB, ΓΔ$ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα τὰ KAB, $AΓΔ$, ἀπὸ δὲ τῶν $EZ, ΠP$ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα τὰ $MZ, ΣP$, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ KAB πρὸς τὸ $AΓΔ$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $ΣP$. ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς τὸ KAB πρὸς τὸ $AΓΔ$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $NΘ$· καὶ ὡς ἄρα τὸ MZ πρὸς τὸ $ΣP$, οὕτως τὸ MZ πρὸς τὸ $NΘ$. τὸ MZ ἄρα πρὸς ἑκάτερον τῶν $NΘ$, $ΣP$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $NΘ$ τῷ $ΣP$. ἔστι δὲ αὐτῷ καὶ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον· ἴση ἄρα ἡ $HΘ$ τῇ $ΠP$. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $ΓΔ$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $ΠP$, ἴση δὲ ἡ $ΠP$ τῇ $HΘ$, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ AB πρὸς τὴν $ΓΔ$, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν $HΘ$.

Ἐὰν ἄρα τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, καὶ τὰ ἀπʼ αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται· κἂν τὰ ἀπʼ αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Λῆμμα.]

[Ὅτι δέ, ἐὰν εὐθύγραμμα ἴσα ᾖ καὶ ὅμοια, αἱ ὁμόλογοι αὐτῶν πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, δείξομεν οὕτως.

Ἔστω ἴσα καὶ ὅμοια εὐθύγραμμα τὰ $NΘ$, $ΣP$, καὶ ἔστω ὡς ἡ $ΘH$ πρὸς τὴν HN, οὕτως ἡ $PΠ$ πρὸς τὴν $ΠΣ$· λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ $PΠ$ τῇ $ΘH$.

Εἰ γὰρ ἄνισοί εἰσιν, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν.

2. KAB, $AΓΔ$] B, $AΓ$ litt. in ras. m. 2 V. 3. Post $ΠP$ duae litt. del. m. rec. P. 7. $NΘ$] in ras. m. 1 P. $ΣP$]

$\Gamma\Delta$ similes et similiter positae descriptae sunt KAB, $A\Gamma\Delta$, in EZ, ΠP autem similes et similiter positae MZ, ΣP, erit $KAB : A\Gamma\Delta = MZ : \Sigma P$ [u. supra]. sed supposuimus, esse etiam $KAB : A\Gamma\Delta = MZ : N\Theta$. itaque $MZ : \Sigma P = MZ : N\Theta$. itaque MZ ad utramque $N\Theta$, ΣP eandem rationem habet. quare $N\Theta = \Sigma P$ [V, 9]. uerum etiam ei similis est et similiter posita. itaque $H\Theta = \Pi P$.[1]) et quoniam est $AB : \Gamma\Delta = EZ : \Pi P$, et $\Pi P = H\Theta$, erit $AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta$.

Ergo si quattuor rectae proportionales sunt, etiam figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales erunt; et si figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales sunt, etiam ipsae rectae proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

---

1) Nam cum $N\Theta : \Sigma P = H\Theta^2 : \Pi P^2$ [prop. 20] et $N\Theta = \Sigma P$, erit $\Pi P^2 = H\Theta^2$; h. e. $\Pi P = H\Theta$. et hoc ipsum uia indirecta in lemmate ostenditur; sed cum a ratione Euclidis abhorreat, eius modi res postea demum demonstrare nec suo loco in demonstratione insertas, puto, lemma subditiuum esse (sed Theone antiquius est); om. Campanus, nec res propria demonstratione eget.

---

corr. ex EP P, in ras. V; supra hoc uocabulum et proxime sequentia in V ras. est. MZ] in ras. V; Z insert. m. 1 F. 8. $N\Theta$] in ras. V. 9. λόγον ἔχει p. ἐστίν P, comp. p. 10. αὐτό p. 11. ἄρα] supra add. καί m. 2 comp. F; ἄρα ἐστίν V. 15. ὦσι V. 16. ἀναγεγραμμένα] seq. insert. in ras. m. 1 F. 18. καί] m. 2 V. 21. λῆμμα] κε' p et ε eraso F; m. rec. PBV. 22. δέ] m. rec. P. ἡ] om. V. Post ὅμοια add. V m. 2: ἐστιν. 23. εἰσί BFVp. δείξομεν] corr. ex δείξωμεν m. 1 P. 25. τά] e corr. V. $N\Theta$, ΣP] inter N et Θ ras. 1 litt., item inter Σ et P V. 26. $P\Pi$] mutat. in ΠP m. 2 V; ΠP Bp. 27. τήν] om. F. 28. ἄνισος V. εἰσιν] PB; εἰσι Fp; ἐστιν V.

ἔστω μείζων ἡ ΡΠ τῆς ΘΗ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΡΠ πρὸς ΠΣ, οὕτως ἡ ΘΗ πρὸς τὴν ΗΝ, καὶ ἐναλλάξ, ὡς η ΡΠ πρὸς τὴν ΘΗ, οὕτως ἡ ΠΣ προς τὴν ΗΝ, μείζων δὲ ἡ ΠΡ τῆς ΘΗ, μείζων ἄρα καὶ ἡ ΠΣ τῆς ΗΝ· ὥστε καὶ τὸ ΡΣ μεῖζόν ἐστι τοῦ ΘΝ. ἀλλὰ καὶ ἴσον· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΠΡ τῇ ΗΘ· ἴση ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.]

κγʹ.

Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Ἔστω ἰσογώνια παραλληλόγραμμα τὰ ΑΓ, ΓΖ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ ΒΓΔ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΓΗ· λέγω, ὅτι τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Κείσθω γὰρ ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΓΗ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΔΓ τῇ ΓΕ. καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΔΗ παραλληλόγραμμον, καὶ ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ Κ, καὶ γεγονέτω ὡς μὲν ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως ἡ Κ πρὸς τὴν Λ, ὡς δὲ ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ Λ πρὸς τὴν Μ.

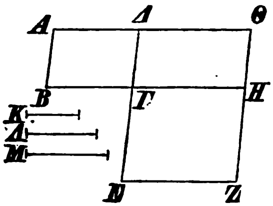
Οἱ ἄρα λόγοι τῆς τε Κ πρὸς τὴν Λ καὶ τῆς Λ πρὸς τὴν Μ οἱ αὐτοί εἰσι τοῖς λόγοις τῶν πλευρῶν, τῆς τε ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ καὶ τῆς ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ. ἀλλ' ὁ τῆς Κ πρὸς Μ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς Κ πρὸς Λ λόγου καὶ τοῦ τῆς Λ πρὸς Μ· ὥστε καὶ ἡ Κ πρὸς τὴν Μ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον

XXIII. Theon in Ptolem. p. 235. Eutoc. in Apollon. p. 32, id. in Archimed. III p. 236, 23.

1. μείζων — 4: μείζων ἄρα] insert. in ras. F. 1. ΡΠ] ΠΡ P. 2. ΡΠ] ΠΡ P. τὴν ΠΣ V. πρὸς τήν] πρός BFp. 3.

XXIII.

Parallelogramma aequiangula inter se rationem ex rationibus laterum compositam habent.



Sint parallelogramma aequiangula $A\Gamma$, ΓZ habentia

$$\angle B\Gamma\Delta = E\Gamma H.$$

dico, parallelogramma $A\Gamma$, ΓZ rationem ex rationibus[1]) laterum compositam habere.

ponantur enim ita, ut in eadem recta sint $B\Gamma$, ΓH. itaque etiam $\Delta\Gamma$, ΓE in eadem recta sunt. et expleatur parallelogrammum ΔH, et ponatur recta K, et sit

$$B\Gamma : \Gamma H = K : \Lambda \text{ et } \Delta\Gamma : \Gamma E = \Lambda : M.$$

itaque rationes $K : \Lambda$ et $\Lambda : M$ eaedem sunt ac rationes laterum, $B\Gamma : \Gamma H$ et $\Delta\Gamma : \Gamma E$. sed $K : M = K : \Lambda \times \Lambda : M$. quare K ad M rationem ex rationibus laterum compositam habet. et quoniam est

1) Ἐκ τῶν πλευρῶν per totam propositionem neglegentius dicitur pro ἐκ τῶν τῶν πλευρῶν (λόγων); sed cum semper ita in codicibus traditum sit et idem apud Theonem et Eutocium seruatum sit, de errore librarii cogitandum non est.

$P\Pi$] ΠP P. τήν] om. BFp. οὕτως] om. BFp. 4. τήν] om. BFp. ΠP] P, V m. 1; $P\Pi$ Bp, V m. 2, F? μείζων ἄρα] bis p. 5. μείζων F. 6. ΘN] N e corr. m. 2 V, eras. F. 7. $H\Theta$] ΘH P. ἄρα ἐστίν P. 8. κϛʹ p et deleto ϛ F. 11. ἴσον V, corr. m. 2. 12. $E\Gamma H$] mutat. in $E\Gamma\Theta$ B. 13. ΓZ] in ras. m. 1 V. 14. πλευρῶν] P; πλευρῶν τοῦ τε ὃν ἔχει ἡ $B\Gamma$ (corr. ex ΓB p) πρὸς ΓH (τῇ ΓH V, ΓH mutat. in $\Gamma\Theta$ B) καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς ΓE (τὴν ΓE V) Theon (BFVp). 16. ΓH] mutat. in $\Gamma\Theta$ B. ἐστίν B. 17. ΔH] mutat. in $\Delta\Theta$ B. 18. K] post ras. 1 litt. F. 19. ΓH] mutat. in $\Gamma\Theta$ B. 21. τήν] om. BFp. 22. τήν] om. BFp. εἰσιν PF. 23. τήν] om. Bp. ΓH] mutat. in $\Gamma\Theta$ B. τήν] om. Bp.

ἐκ τῶν πλευρῶν. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΘ, ἀλλ' ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΗ, οὕτως ἡ Κ πρὸς τὴν Λ, καὶ ὡς ἄρα ἡ Κ πρὸς τὴν Λ, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΘ. πάλιν, ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ, ἀλλ' ὡς ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ, οὕτως ἡ Λ πρὸς τὴν Μ, καὶ ὡς ἄρα ἡ Λ πρὸς τὴν Μ, οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὡς μὲν ἡ Κ πρὸς τὴν Λ, οὕτως τὸ ΑΓ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον, ὡς δὲ ἡ Λ πρὸς τὴν Μ, οὕτως τὸ ΓΘ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ Κ πρὸς τὴν Μ, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΓΖ παραλληλόγραμμον. ἡ δὲ Κ πρὸς τὴν Μ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· καὶ τὸ ΑΓ ἄρα πρὸς τὸ ΓΖ λόγον ἔχει τον συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Τὰ ἄρα ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κδ'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, περὶ δὲ τὴν ΑΓ παραλληλόγραμμα ἔστω τὰ ΕΗ, ΘΚ· λέγω, ὅτι ἑκάτερον τῶν ΕΗ, ΘΚ παραλληλογράμμων ὅμοιόν ἐστι ὅλῳ τῷ ΑΒΓΔ καὶ ἀλλήλοις.

---

1. τήν] m. 2 F. 2. ΓΗ] mutat. in ΓΘ B. ΓΘ] mutat. in ΓΗ B. 3. ἡ] om. p. τήν] om. BFp. ΓΗ]

$B\Gamma : \Gamma H = A\Gamma : \Gamma\Theta$ [prop. I], et $B\Gamma : \Gamma H = K : \Lambda$, erit etiam $K : \Lambda = A\Gamma : \Gamma\Theta$. rursus quoniam est $\Delta\Gamma : \Gamma E = \Gamma\Theta : \Gamma Z$ [prop. I], et $\Delta\Gamma : \Gamma E = \Lambda : M$, erit etiam $\Lambda : M = \Gamma\Theta : \Gamma Z$. iam quoniam demonstratum est, esse $K : \Lambda = A\Gamma : \Gamma\Theta$ et $\Lambda : M = \Gamma\Theta : \Gamma Z$, ex aequo [V, 22] erit $K : M = A\Gamma : \Gamma Z$. sed K ad M rationem ex rationibus laterum compositam habet. quare etiam $A\Gamma$ ad ΓZ rationem ex rationibus laterum compositam habet.

Ergo parallelogramma aequiangula inter se rationem ex rationibus laterum compositam habent; quod erat demonstrandum.

XXIV.

In quouis parallelogrammo parallelogramma circum diametrum posita similia sunt et toti et inter se.

Sit parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $A\Gamma$, et parallelogramma circum $A\Gamma$ posita sint EH, ΘK. dico, parallelogramma EH, ΘK similia esse et toti $AB\Gamma\Delta$ et inter se.

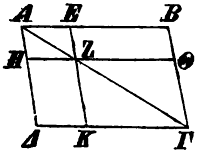
---

mutat. in $\Gamma\Theta$ B. 4. τό] ἡ p. $A\Gamma$] AK e corr. V; Γ mutat. in Δ m. recentissima p. 5. τό] τήν p. $\Gamma\Theta$] mutat. in ΓH B; Γ mutat. in Δ m. recentiss. p. 6. $\Gamma\Theta$] mutat. in ΓH B. 7. τήν] om. BFp. τήν] om. P. 10. ἡ μέν p. 11. $\Gamma\Theta$] mutat. in ΓH B. ἡ] τό φ (non F). 12. $\Gamma\Theta$] mutat. in $E\Theta$ F, in ΓH B. 14. $A\Gamma$] PV; $A\Gamma$ παραλληλόγραμμον Bp et comp. F. In figura litterae H, Θ in B permutatae sunt a m. 1, sed mutationes in textu huc spectantes a m. 2 uidentur esse. 16. ἄρα] m. 2 V. 17. συγκειμένων P, corr. m. 1. 21. κζ' Fp. 23. ἐστιν PB; comp. p. 27. EH] (alt.) in ras. F. 28. ἐστιν PBF; comp. p. ὅλῳ] m. 2 V.

Ἐπεὶ γὰρ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΒΓ ἦκται ἡ ΕΖ, ἀνάλογόν ἐστιν ὡς η ΒΕ πρὸς τὴν ΕΑ, οὕτως ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΑ. πάλιν, ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΑΓΔ παρὰ μίαν τὴν ΓΔ ἦκται ἡ ΖΗ, ἀνάλογόν ἐστιν ὡς ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΑ, οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΗΑ. ἀλλʼ ὡς ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΖΑ, οὕτως ἐδείχθη καὶ ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΑ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΑ, οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΗΑ, καὶ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΕ, οὕτως ἡ ΔΑ πρὸς ΑΗ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΗ. τῶν ἄρα ΑΒΓΔ, ΕΗ παραλληλογράμμων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὴν κοινὴν γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΔ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΗΖ τῇ ΔΓ, ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΖΗ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΓΑ· καὶ κοινὴ τῶν δύο τριγώνων τῶν ΑΔΓ, ΑΗΖ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνία· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΓ τρίγωνον τῷ ΑΗΖ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΑΓΒ τρίγωνον ἰσογώνιόν ἐστι τῷ ΑΖΕ τριγώνῳ, καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΗ παραλληλογράμμῳ ἰσογώνιόν ἐστιν. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΑΗ πρὸς τὴν ΗΖ, ὡς δὲ ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΑ, ὡς δὲ ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΕ, καὶ ἔτι ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΑ.

2. τήν] in ras. m. 2 V, corr. ex τῇ m. 2 P. ΕΖ] ΗΖ m. rec. p. 3. ΒΕ] mutat. in ΒΗ m. rec. p. ΕΑ] mutat. in ΗΑ m. rec. p; ΒΔ φ. 4. ΑΓΔ] PF, V m. 1; ΑΔΓ Bp, V m. 2. 5. ΖΗ] mutat. in ΖΕ m. rec. p. 6. ΔΗ] mutat. in ΔΕ m. rec. p. 8. ΕΑ] (prius) ΕΔ φ (non F). Seq. in p: οὕτως ἡ ΔΗ πρὸς τὴν ΗΑ καὶ συνθέντι ἄρα, del. m. 1. οὕτως καί p. 9. ἄρα] om. P. 10. τὴν ΑΕ V. οὕτως] om. BFp. τὴν ΑΗ V. ΒΑ] ΑΒ p. 12. ἄρα] P; om.

nam quoniam in triangulo $AB\Gamma$ uni lateri $B\Gamma$ parallela ducta est EZ, erit $BE : EA = \Gamma Z : ZA$



[prop. II]. rursus quoniam in triangulo $A\Gamma\Delta$ uni lateri $\Gamma\Delta$ parallela ducta est ZH, erit

$$\Gamma Z : ZA = \Delta H : HA$$

[id.]. sed demonstratum est, esse $\Gamma Z : ZA = BE : EA$. quare etiam $BE : EA = \Delta H : HA$, et componendo [V, 18]

$$BA : AE = \Delta A : AH,$$

et permutando [V,16] $BA : A\Delta = EA : AH$. itaque latera communem angulum $BA\Delta$ comprehendentia parallelogrammorum $AB\Gamma\Delta$, EH proportionalia sunt. et quoniam HZ rectae $\Delta\Gamma$ parallela est, erit $\angle AZH = \Delta\Gamma A$ [I, 29]; et duorum triangulorum $A\Delta\Gamma$, AHZ communis est $\angle \Delta A\Gamma$. itaque triangulus $A\Delta\Gamma$ aequiangulus est triangulo AHZ [I, 32]. eadem de causa etiam triangulus $A\Gamma B$ triangulo AZE aequiangulus est, et totum parallelogrammum $AB\Gamma\Delta$ parallelogrammo EH aequiangulum est. itaque[1]) erit

$A\Delta : \Delta\Gamma = AH : HZ$, $\Delta\Gamma : \Gamma A = HZ : ZA$ et $A\Gamma : \Gamma B = AZ : ZE$, $\Gamma B : BA = ZE : EA$ [prop. IV].

---

1) Hoc ἄρα lin. 21 non ad ultima uerba, sed ad proxime antecedentia lin. 17—19 refertur.

BFVp. EH] E postea insert. F; deinde ἄρα add. m. 2 BFV. 13. αἱ] (alt.) om. F. 14. ἴση] ἴση δέ F. 15. AZH] P; AHZ Theon (BFVp). γωνία] m. 2 V. τῇ] P; τῇ ὑπὸ $A\Delta\Gamma$ ἡ δὲ ὑπὸ HZA (ZHA F) τῇ Theon (BFVp). 16. AHZ] PF, V m. 1; AZH Bp, V m. 2. 17. γωνία] om. Bp. τὸ $A\Delta\Gamma$] P, V m. 1; om. F; τὸ $\Delta A\Gamma$ Bp, V m. 2. 18. AHZ] litt. HZ e corr. p. $A\Gamma B$] $AB\Gamma$ V. 19. ὅλον] ὅλον ἄρα V. 20. ἰσογώνιόν ἐστι τῷ EH παραλληλογράμμῳ V. 25. EA] AE, eraso E F.

καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΑ, ὡς δὲ ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΖΕ, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΒ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΕ. τῶν ἄρα ΑΒΓΔ, ΕΗ παραλληλογράμμων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΗ παραλληλογράμμῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον καὶ τῷ ΚΘ παραλληλογράμμῳ ὅμοιόν ἐστιν· ἑκάτερον ἄρα τῶν ΕΗ, ΘΚ παραλληλογράμμων τῷ ΑΒΓΔ [παραλληλογράμμῳ] ὅμοιόν ἐστιν. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια· καὶ τὸ ΕΗ ἄρα παραλληλόγραμμον τῷ ΘΚ παραλληλογράμμῳ ὅμοιόν ἐστιν.

Παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε'.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ὅμοιον συστήσασθαι, τὸ ΑΒΓ, ᾧ δὲ δεῖ ἴσον, τὸ Δ· δεῖ δὴ τῷ μὲν ΑΒΓ ὅμοιον, τῷ δὲ Δ ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

XXV. Hero def. 116. Eutocius in Apollon. p. 53.

---

1. ΓΑ] Γ eras. F. 2. ΗΖ] ΖΗ Fp. ΑΓ] eras. F. 3. ΓΒ] Β eras. F. 4. ΓΒ] ΒΓ P. 6. εἰσιν] εἰ- eras. F. 7. τό] corr. ex τῷ m. 2 V. παραλληλόγραμμον] corr. ex παραλληλογράμμῳ m. 2 V. τῷ] corr. ex τό m. 2 V. παραλληλόγραμμον V, corr. m. 2. 8. δή] δὴ καί F; καί add. V m. 2. 9. καί] m. 2 F. ΚΘ] ΘΚ P. 11. παραλλη-

et quoniam demonstratum est, esse $\Delta\Gamma : \Gamma A = HZ : ZA$ et $A\Gamma : \Gamma B = AZ : ZE$, ex aequo erit [V, 22] $\Delta\Gamma : \Gamma B = HZ : ZE$. ergo in parallelogrammis $AB\Gamma\Delta$, EH latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt.[1]) itaque $AB\Gamma\Delta \sim EH$ [def. 1].[2]) eadem de causa etiam $AB\Gamma\Delta \sim K\Theta$. itaque utrumque parallelogrammum EH, ΘK parallelogrammo $AB\Gamma\Delta$ simile est. quae autem eidem figurae rectilineae similes sunt figurae, etiam inter se similes sunt [prop. XXI]. quare etiam $EH \sim \Theta K$.

Ergo in quouis parallelogrammo parallelogramma circum diametrum posita similia sunt et toti et inter se; quod erat demonstrandum.

XXV.

Datae figurae rectilineae similem et alii figurae datae aequalem eandem figuram construere.

Sit data figura rectilinea, cui similem figuram oporteat construere, $AB\Gamma$, cui autem aequalem oporteat, Δ. oportet igitur figuram construere figurae $AB\Gamma$ similem, figurae autem Δ eandem aequalem.

---

1) Nam demonstrauimus $BA : A\Delta = EA : AH$ (p. 150, 10), $A\Delta : \Delta\Gamma = AH : HZ$ (p. 150, 21), $HZ : ZE = \Delta\Gamma : \Gamma B$ (lin. 4), $ZE : EA = \Gamma B : BA$ (p. 150, 25).

2) Nam etiam aequiangula sunt (p. 150, 20). — hac ratione diluuntur, opinor, cauillationes Simsoni p. 378; quamquam confitendum est, Euclidem hic nonnihil a solito ordine dilucido defecisse.

λογράμμῳ] om. P. ἐστιν] F, comp. p; ἐστι PBV. 12. ἐστίν] εἰσιν V. 13. ἄρα] om. p. ΘK] Θ in ras. V. 14. ἐστιν] comp. Vp; ἐστι PBF. 16. τε] m. 2 F. 18. κη' Fp. 20. συνστήσασθαι P; corr. m. rec. 21. Post ῷ eras. δέ B. 22. συνστήσασθαι P; corr. m. rec. δὲ δεῖ ἴσον] in ras. m. 2 V. 23. τῷ] (prius) corr. ex τό m. 1 p; τό F. συνστήσασθαι P; corr. m. rec.

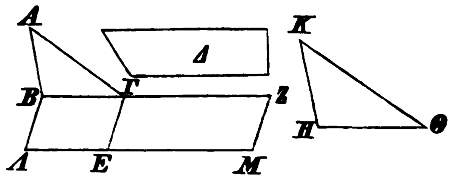
Παραβεβλήσθω γὰρ παρὰ μὲν τὴν ΒΓ τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΕ, παρὰ δὲ τὴν ΓΕ τῷ Δ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΓΜ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΓΕ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ ὑπὸ ΓΒΔ. ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΒΓ τῇ ΓΖ, ἡ δὲ ΔΕ τῇ ΕΜ. καὶ εἰλήφθω τῶν ΒΓ, ΓΖ μέση ἀνάλογον ἡ ΗΘ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΗΘ τῷ ΑΒΓ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ ΚΗΘ.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΓΖ, ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ προς τὴν ΓΖ, οὕτως τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΚΗΘ τρίγωνον. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΖ, οὕτως τὸ ΒΕ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΕΖ παραλληλόγραμμον. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΚΗΘ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΒΕ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ΕΖ παραλληλόγραμμον· ἐναλλὰξ ἄρα ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον πρὸς τὶ ΒΕ παραλληλόγραμμον, οὕτως τὸ ΚΗΘ τρίγωνον πρὸς τὸ ΕΖ παραλληλόγραμμον. ἴσον δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΒΕ παραλληλογράμμῳ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΚΗΘ τρίγωνον τῷ ΕΖ παραλληλογράμμῳ. ἀλλὰ τὸ ΕΖ παραλληλόγραμμον τῷ Δ ἐστιν ἴσον· καὶ τὸ ΚΗΘ ἄρα τῷ Δ ἐστιν ἴσον. ἔστι δὲ τὸ ΚΗΘ καὶ τῷ ΑΒΓ ὅμοιον.

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ ΑΒΓ ὅμοιον

1. *τῷ ΑΒΓ*] supra F. 4. *ΓΒΔ*] *ΓΒΑ* φ. 5. *ΒΓ*] Pφ, V m. 1; *ΓΒ* Bp, V m. 2. 6. *καὶ εἰλήφθω*] *περιειλήφθω* φ post ras. 7. *ΗΘ*] (prius) eras. F. *τῷ*] *τό* F.

Nam rectae $B\Gamma$ triangulo $AB\Gamma$ aequale adplicetur parallelogrammum BE [I, 44], rectae autem ΓE



figurae Δ aequale parallelogrammum ΓM in angulo $Z\Gamma E$ aequali angulo $\Gamma B\Lambda$ [I, 45]. itaque $B\Gamma$, ΓZ in eadem recta sunt et item ΛE, EM. et sumatur rectarum $B\Gamma$, ΓZ media proportionalis $H\Theta$ [prop. XIII], et in $H\Theta$ triangulo $AB\Gamma$ similis et similiter positus construatur $KH\Theta$ [prop. XVIII]. et quoniam est $B\Gamma : H\Theta = H\Theta : \Gamma Z$, et si tres rectae proportionales sunt, est ut prima ad tertiam, ita figura in prima descripta ad figuram in secunda similem et similiter descriptam [prop. XIX coroll.], erit

$$B\Gamma : \Gamma Z = AB\Gamma : KH\Theta.$$

uerum etiam $B\Gamma : \Gamma Z = BE : EZ$ [prop. I]. quare etiam $AB\Gamma : KH\Theta = BE : EZ$. permutando igitur [V, 16] $AB\Gamma : BE = KH\Theta : EZ$. sed $AB\Gamma = BE$. itaque etiam $KH\Theta = EZ$. sed $EZ = \Delta$. quare etiam $KH\Theta = \Delta$. erat autem etiam $KH\Theta \sim AB\Gamma$.

Ergo datae figurae rectilineae $AB\Gamma$ similis et

---

8. τε] om. V. 10. ἡ] eras. F. 11. ἐστιν] om. P. 15. τρίγωνον] om. V. Supra $B\Gamma$ scr. βάσις et supra ΓZ lin. 16 βάσιν m. rec. P. 17. καὶ ὡς ἄρα — 19: παραλληλόγραμμον] bis p; corr. m. 1. 19. EZ] ZE p (sed in repetitione EZ). 25. ἴσον· καί] in mg. transit F. $KH\Theta$] in ras. m. 2 F. ἄρα τῷ Δ ἐστιν ἴσον] om. F. 26. ἔστι δὲ τό] φ cum ras. 2 litt. ante τό.

καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι τῷ Δ ἴσον το αὐτὸ συνέσταται τὸ ΚΗΘ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κϛʹ.

Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Ἀπὸ γὰρ παραλληλογράμμου τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ἀφῃρήσθω τὸ ΑΖ ὅμοιον τῷ ΑΒΓΔ καὶ ὁμοίως κείμενον κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ τὴν ὑπὸ ΔΑΒ· λέγω, ὅτι περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΑΖ.

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω [αὐτῶν] διάμετρος ἡ ΑΘΓ, καὶ ἐκβληθεῖσα ἡ ΗΖ διήχθω ἐπὶ τὸ Θ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Θ ὁποτέρᾳ τῶν ΑΔ, ΒΓ παράλληλος ἡ ΘΚ.

Ἐπεὶ οὖν περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΚΗ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ ΗΑ πρὸς τὴν ΑΚ. ἔστι δὲ καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΑΒΓΔ, ΕΗ καὶ ὡς ἡ ΔΑ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ ΗΑ πρὸς τὴν ΑΕ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΗΑ πρὸς τὴν

---

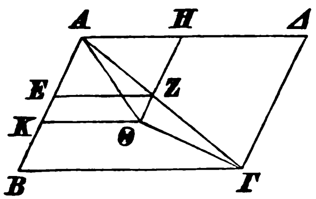
1. τῷ Δ] P, V m. 2; om. Theon (BFp, V m. 1). συνίσταται V. 3. κθʹ Fp. 4. παραλληλόγραμον P. 5. ἀφαιρεθέν φ. τῷ ὅλῳ] τὸ ὅλλον φ in ras. 8. παραλληλογράμμου γάρ P. 9. ΑΖ] supra 2 litt. eras. sunt in V; ΑΕΖΗ Bp. τῷ] τό φ. 11. ἐστιν F. 12. τό] τῷ V, corr. m. 2. ΑΒΓΔ V. 13. αὐτῶν] om. FV. 14. ΑΘΓ] φ; οσ inter duas ras. F. καὶ ἐκβληθεῖσα — 15: τὸ Θ] P; om. Theon (BFVp). 18. Post ΚΗ add. Theon: ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΚΗ (BFVp). 21. καὶ ὡς ἄρα — p. 158 1: πρὸς τὴν ΑΕ] om. Bp. ΗΑ] ʺΑʹΗ F.

alii figurae datae Δ aequalis eadem constructa est figura $KH\Theta$; quod oportebat fieri.

XXVI.

Si a parallelogrammo aufertur parallelogrammum toti simile et similiter positum et communem angulum habens, circum eandem diametrum positum est ac totum.

Nam a parallelogrammo $AB\Gamma\Delta$ auferatur parallelogrammum AZ simile parallelogrammo $AB\Gamma\Delta$ et similiter positum et communem habens angulum ΔAB. dico, $AB\Gamma\Delta$ et AZ circum eandem diametrum posita esse.



ne sint enim, sed, si fieri potest, diametrus sit $A\Theta\Gamma$.[1]) et producta HZ ad Θ educatur[2]), et per Θ utrique $A\Delta$, $B\Gamma$ parallela ducatur ΘK [I, 31 et 30]. iam quoniam $AB\Gamma\Delta$ et KH circum eandem diametrum sunt posita, erit $\Delta A : AB = HA : AK$.[3]) sed propter similitudinem parallelogrammorum $AB\Gamma\Delta$, EH erit etiam [def. 1] $\Delta A : AB = HA : AE$. itaque etiam

1) Debuit ita dicere: nam si $AZ\Gamma$ diametrus parallelogrammi $A\Gamma$ non est, sit $A\Theta\Gamma$. adparet, αὐτῶν lin. 13 ferri non posse, sed malim cum FV delere quam cum Peyrardo in αὐτοῦ corrigere; glossema sponte et in P et in Theoninis nonnullis ortum esse potest.

2) Uerba καὶ ἐκβληθεῖσα cet. lin. 14—15 om. Theon, quia in figura codd. permutatae sunt litterae E, Z et K, Θ; cfr, p. 158, 3. ego cum Augusto his uerbis retentis errorem p. 158, 3 et figuram corrigere malui. Campani figura nostrae similior est.

3) Nam similia sunt (prop. 24); tum u. def. 1.

ΑΚ, οὕτως ἡ *ΗΑ* πρὸς τὴν *ΑΕ*. ἡ *ΗΑ* ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν *ΑΚ*, *ΑΕ* τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ *ΑΕ* τῇ *ΑΚ* ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οὔκ ἐστι περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον τὸ *ΑΒΓΔ* τῷ *ΑΖ*· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα ἐστὶ διάμετρον τὸ *ΑΒΓΔ* παραλληλόγραμμον τῷ *ΑΖ* παραλληλογράμμῳ.

Ἐὰν ἄρα ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζʹ.

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὶ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον [παραλληλόγραμμον] ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι.

Ἔστω εὐθεῖα ἡ *ΑΒ* καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ *Γ*, καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν *ΑΒ* εὐθεῖαν τὸ *ΑΔ* παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ *ΔΒ* ἀναγραφέντι ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς *ΑΒ*, τουτέστι τῆς *ΓΒ*· λέγω, ὅτι πάντων τῶν παρὰ τὴν *ΑΒ* παραβαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι [παραλληλογράμμοις] ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις

1. *ΑΚ*] P; *ΑΕΚ*, E in ras., F; *ΑΕ* V. *ΑΕ*] *ΑΒ* P, corr. m. rec.; *ΑΚ* V. ἄρα] om. P. 3. *ΑΕ*] *ΑΚ* PFBp, V m. 2. *ΑΚ*] *ΑΕ* PBFp, V m. 2. ἐλάτων F, corr. m. 2. 4. οὔκ] (alt.) om. BVp. ἔστιν PFB. 5. *ΑΖ*] Pφ; *ΑΘ*

HA : *AK* = *HA* : *AE*. ergo *HA* ad utramque *AK*, *AE* eandem rationem habet. quare *AE* = *AK* [V, 9] minor maiori; quod fieri non potest. quare fieri non potest, ut *ABΓΔ*, *AZ* circum eandem diametrum posita non sint. ergo parallelogramma *ABΓΔ*, *AZ* circum eandem diametrum posita sunt.

Ergo si a parallelogrammo aufertur parallelogrammum toti simile et similiter positum et communem angulum habens, circum eandem diametrum positum est ac totum; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Omnium parallelogrammorum eidem rectae adplicatorum et deficientium figuris parallelogrammis similibus et similiter positis ei, quae in dimidia describitur, maximum est parallelogrammum dimidiae adplicatum defectui simile.

Sit recta *AB* et in duas partes aequales secetur in *Γ*, et rectae *AB* adplicetur parallelogrammum *AΔ* deficiens figura parallelogramma *ΔB* in dimidia rectae *AB*, hoc est in *ΓB*, descripta. dico, omnium parallelogrammorum rectae *AB* adplicatorum et figuris

---

BVp. 6. *ἐστίν* P. 10. *ἔχον γωνίαν* V. *αὐτήν*] supra m. 1 p. 12. *λ'* Fp. 17. *τε ἐστι* p. 18. *παραλαμβανόμενον* P; corr. m. rec. *παραλληλόγραμμον*] m. rec. P. *ὅμοιον*] corr. ex *ὅμοι* P. 19. *ὂν τῷ*] *ὂν τό* φ in ras. *ἐλλείματι* p. 21. *τήν*] *τὴν αὐτήν* P. *AΔ*] *Δ* in ras. m. 2 V; *AB* φ. 23. *ΔB*] *ΔΘ* φ (non F). Post hoc uocab. add. Theon: *ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφέντι* (F; pro *ὁμοίῳ* Bpφ, V m. 2 hab. *ὅμοιον*; pro *ἀναγραφέντι* Bp: *ἀναγραφέν*, V *κειμεν* seq. ras.; -*τι* in F punctis del.). *ἀναγραφέντι*] P; *τῷ* Theon (BFVp). *ἡμισείας*] *ἡμισείας ἀναγραφέντι* FV. *AB*] *AΔ* φ (non F). *τουτέστιν* P. 25. *εἴδεσι*] φ (aliud uerbum habuit F); *εἴδεσιν* P. 26. *παραλληλογράμμοις*] om. P.

τῷ ΔΒ μέγιστόν ἐστι τὸ ΑΔ. παραβεβλήσθω γὰρ παρὰ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν τὸ ΑΖ παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ ΖΒ ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ΔΒ· λέγω, ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΔ τοῦ ΑΖ.

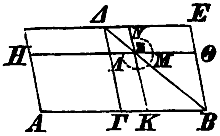
Ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΔΒ παραλληλόγραμμον τῷ ΖΒ παραλληλογράμμῳ, περὶ τὴν αὐτήν εἰσι διάμετρον. ἤχθω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΔΒ, καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα.

Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΓΖ τῷ ΖΕ, κοινὸν δὲ τὸ ΖΒ, ὅλον ἄρα τὸ ΓΘ ὅλῳ τῷ ΚΕ ἐστιν ἴσον. ἀλλὰ τὸ ΓΘ τῷ ΓΗ ἐστιν ἴσον, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ. καὶ τὸ ΗΓ ἄρα τῷ ΕΚ ἐστιν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΓΖ· ὅλον ἄρα τὸ ΑΖ τῷ ΛΜΝ γνώμονί ἐστιν ἴσον· ὥστε τὸ ΔΒ παραλληλόγραμμον, τουτέστι τὸ ΑΔ, τοῦ ΑΖ παραλληλογράμμου μεῖζόν ἐστιν.

Πάντων ἄρα τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβληθέν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. *τῷ*] *τό* F. *παραβελήσθω* p. 2. *ΑΒ*] Β e corr. m. 1 p. 3. *παραλληλογράμῳ* p. 7. *περὶ ἄρα τήν* Bp. 10. *ἴσον*] supra m. 1 V. ΖΕ] corr. ex ΖΘ m. rec. P. *δέ*] P; *προσκείσθω* Theon (BFVp). 11. *ΓΘ*] e corr. P m. rec. *ΚΕ*] corr. ex *ΚΘ* m. rec. P. 12. *ΓΘ*] corr. ex *ΓΕ* P m. rec. 13. *ΓΒ*] PF; *ἐστιν ἴση* supra add. V; *ΓΒ ἴση ἐστίν* Bp. *ΕΚ*] e corr. P m. rec. 14. *ὅλον*] seq. ras. 2—3 litt. F. 16. *ΑΖ*] inter *Α* et Ζ ras. 1 litt. F. 17. *ἐστι* B. 18. *αὐτήν*] om. p. 19. *παραλληλογράμμων* — 22: *δεῖξαι*] *καὶ τὰ ἑξῆς* p. 22. *δεῖξαι*] seq. in omnibus codd. demonstratio alia, quam in appendicem reiecimus; u. p. 161 not. 2.



similibus et similiter positis figurae ΔB deficientium maximum esse $A\Delta$. adplicetur enim rectae AB parallelogrammum AZ deficiens figura parallelogramma ZB simili et similiter posita figurae ΔB. dico, esse $A\Delta > AZ$.

nam quoniam $\Delta B \sim ZB$, circum eandem diametrum sunt posita [prop. XXVI]. ducatur eorum diametrus ΔB, et describatur figura.[1]) iam quoniam $\Gamma Z = ZE$ [I, 43] et commune est ZB, erit $\Gamma\Theta = KE$. sed $\Gamma\Theta = \Gamma H$, quoniam $A\Gamma = \Gamma B$ [prop. I]. quare etiam $H\Gamma = EK$. commune adiiciatur ΓZ. itaque $AZ = \Lambda MN$. quare $\Delta B > AZ$, h. e. $A\Delta > AZ$.

Ergo omnium parallelogrammorum eidem rectae adplicatorum et deficientium figuris parallelogrammis similibus et similiter positis ei, quae in dimidia describitur, maximum est, quod dimidiae adplicatur; quod erat demonstrandum.[2])

---

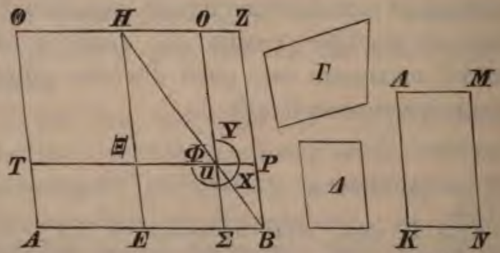
1) H. e. producantur HZ ad Θ et KZ usque ad ΔE; cfr. II, 7, 8.

2) Itaque is solus casus tractatur, ubi $AK > A\Gamma$, nec opus est alterum, ubi $AK < A\Gamma$, propria demonstratione ostendere nec hoc moris est Euclidis. sane in codd. omnibus additur demonstratio huius quoque casus. sed apertissime interpolata est; nam primum ante lin. 18 sq., non post eas inserenda erat, deinde iam ab initio in praeparatione duo casus respiciendi erant nec hoc unquam neglexit Euclides, ubi plures casus habet; ita etiam in altero casu eaedem litterae, quae in priore, usurpatae essent, quod iure postulat Simsonus p. 380. Campanus VI, 26 utrumque casum demonstrat.

κη΄.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι· δεῖ δὲ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον [ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν] μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένου ὁμοίου τῷ ἐλλείμματι [τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν].

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ *ΑΒ*, τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παρὰ τὴν *ΑΒ* παραβαλεῖν, τὸ *Γ* μὴ μεῖζον [ὂν] τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς *ΑΒ* ἀναγραφομένου ὁμοίου τῷ ἐλλείμματι, ᾧ δὲ δεῖ ὅμοιον



ἐλλείπειν, το *Δ*· δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν *ΑΒ* τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ *Γ* ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ ὄντι τῷ *Δ*.

Τετμήσθω ἡ *ΑΒ* δίχα κατὰ τὸ *Ε* σημεῖον, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς *ΕΒ* τῷ *Δ* ὅμοιον καὶ ὁμοίως

1. κη΄] om. F; λβ΄ p. 2. εὐθεῖαν] mg. m. 1 P. 3. παραβάλλειν V. 5. τῷ] ὄντι τῷ V. δέ] δή PBFVp;

XXVIII.

Datae rectae datae figurae rectilineae aequale parallelogrammum adplicare deficiens figura parallelogramma datae simili. oportet autem, figuram rectilineam datam[1]) maiorem non esse figura in dimidia recta descripta defectui simili.[2])

Sit data recta *AB*, et data figura rectilinea, cui aequalem figuram rectae *AB* adplicare oportet, *Γ* non maior figura in dimidia *AB* descripta simili defectui, ea autem, cui similem figuram deficere oportet, sit *Δ*. oportet igitur datae rectae *AB* datae figurae rectilineae *Γ* aequale parallelogrammum adplicare deficiens figura parallelogramma simili figurae *Δ*.

secetur enim *AB* in duas partes aequales in puncto *E*, et in *EB* describatur figurae *Δ* similis et

---

1) Uerba a Theone lin. 6 interpolata ideo parum necessaria sunt, quod *τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον* ad *τῷ δοθέντι* (sc. *εἴδει*) lin. 5 referri non possunt, sed necessario a quouis lectore ad *τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ* lin. 2 trahuntur.

2) Hunc *διορισμόν* statim praebet prop. 27. — Campanum VI, 27: „quod secundum eiusdem suum esse parallelogrammo super dimidiam datae lineae collocato minime maius existat" non intellego, uidetur tamen potius cum P consentire.

---

corr. Augustus. 6. *ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν*] add. Theon (BFVp); m. rec. P. *παραβάλλειν* FV. 7. *ἀναγραφομένου*] P; *παραβαλλομένου* Theon (BFVp). *ὁμοίου*] P; *ὁμοίων ὄντων* Theon (BFVp), P m. rec. *τῷ ἐλλείμματι*] P; *τῶν ἐλλειμμάτων* Theon (BFVp), P m. rec. 8. *τοῦ τε* — 9: *ἐλλείπειν*] add. Theon (BFVp); m. rec. P. 12. *ὄν*] om. P. *τοῦ*] *τῷ* φ. *τῆς AB*] P; om. Theon (BFVp). 13. *ἀναγραφομένου*] P; *παραβαλλομένου* Theon (BFVp). *ὁμοίου τῷ ἐλλείμματι*] P; *ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων* Theon (BFVp). 18. *τό E*] euan. F.

κείμενον τὸ *ΕΒΖΗ*, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ *ΑΗ* παραλληλόγραμμον.

Εἰ μὲν οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ *ΑΗ* τῷ *Γ*, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· παραβέβληται γὰρ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν *ΑΒ* τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ *Γ* ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ *ΑΗ* ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ *ΗΒ* ὁμοίῳ ὄντι τῷ *Δ*. εἰ δὲ οὔ, μεῖζόν ἔστω τὸ *ΘΕ* τοῦ *Γ*. ἴσον δὲ τὸ *ΘΕ* τῷ *ΗΒ*· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ *ΗΒ* τοῦ *Γ*. ᾧ δὴ μεῖζόν ἐστι τὸ *ΗΒ* τοῦ *Γ*, ταύτῃ τῇ ὑπεροχῇ ἴσον, τῷ δὲ *Δ* ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ αὐτὸ συνεστάτω τὸ *ΚΛΜΝ*. ἀλλὰ τὸ *Δ* τῷ *ΗΒ* [ἐστιν] ὅμοιον· καὶ τὸ *ΚΜ* ἄρα τῷ *ΗΒ* ἐστιν ὅμοιον. ἔστω οὖν ὁμόλογος ἡ μὲν *ΚΛ* τῇ *ΗΕ*, ἡ δὲ *ΛΜ* τῇ *ΗΖ*. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ *ΗΒ* τοῖς *Γ*, *ΚΜ*, μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΗΒ* τοῦ *ΚΜ*· μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν *ΗΕ* τῆς *ΚΛ*, ἡ δὲ *ΗΖ* τῆς *ΛΜ*. κείσθω τῇ μὲν *ΚΛ* ἴση ἡ *ΗΞ*, τῇ δὲ *ΛΜ* ἴση ἡ *ΗΟ*, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ *ΞΗΟΠ* παραλληλόγραμμον· ἴσον ἄρα καὶ ὅμοιόν ἐστι [τὸ *ΗΠ*] τῷ *ΚΜ* [ἀλλὰ τὸ *ΚΜ* τῷ *ΗΒ* ὅμοιόν ἐστιν]. καὶ τὸ *ΗΠ* ἄρα τῷ *ΗΒ* ὅμοιόν ἐστιν· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρόν ἐστι τὸ *ΗΠ* τῷ *ΗΒ*. ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ *ΗΠΒ*, καὶ καταγεγράφθω το σχῆμα.

---

1. *ΕΒΖΗ*] *ΒΕΖΗ* F? 2. Post παραλληλόγραμμον add. Theon: τὸ δὴ *ΑΗ* ἤτοι ἴσον ἐστὶ τῷ *Γ* ἢ μεῖζον αὐτοῦ διὰ τὸν διορισμόν (BVp, F mg. m. 1; pro διορισμόν habent FV ὁρισμόν; in V corr. m. 2). 3. ἐστίν P; in F cum τὸ *ΑΗ* euan. 6. *ΑΗ*] euan. F. 8. δέ] δ' F. ἔστω] PF; ἔσται Bp; ἔστι V. δὲ τό] δὲ τοῦ B. 9. τῷ] τό B. *ΗΒ*] *Η* supra m. 1 V. δή] δὲ uel δεῖ B; δεῖ p. 12. ἐστιν] om. P. 13. *ΚΜ*] inter *Κ* et *Μ* una litt. (ε?) euan. F. 14. *ΚΛ*] *ΛΚ* Bp. 15. *ΗΒ*] e corr. m. 1 p. 17. *ΚΛ*] *ΛΚ* Bp.

similiter posita $EBZH$ [prop. XVIII], et expleatur parallelogrammum AH. iam si $AH = \Gamma$, effectum erit propositum. nam datae rectae AB datae figurae rectilineae Γ aequale parallelogrammum adplicatum est AH deficiens figura parallelogramma HB simili figurae Δ. sin minus, sit $\Theta E > \Gamma$.[1]) sed $\Theta E = HB$. itaque $HB > \Gamma$. iam excessui, quo maius est HB figura Γ, aequale et parallelogrammo Δ simile et similiter positum idem construatur $K\Lambda MN$ [prop. XXV]. sed $\Delta \sim HB$. quare etiam $KM \sim HB$ [prop. XXI]. iam correspondeant inter se $K\Lambda$, HE et ΛM, HZ. et quoniam $HB = \Gamma + KM$, erit $HB > KM$. quare etiam $HE > K\Lambda$, $HZ > \Lambda M$.[2]) ponatur $H\Xi = K\Lambda$ et $HO = \Lambda M$, et expleatur parallelogrammum $\Xi HO\Pi$. itaque aequale et simile[3]) est parallelogrammo KM. quare etiam $H\Pi \sim HB$ [prop. XXI, cfr. lin. 13]. itaque $H\Pi$, HB circum eandem diametrum posita sunt [prop. XXVI]. sit eorum diametrus $H\Pi B$, et describatur figura [p. 161 not. 1].

1) Ex hypothesi; quare debuit esse ἔσται lin. 8, sed ἔστω ferri posse negare non ausim.

2) Nam per prop. 20 erit $HB : KM = HE^2 : K\Lambda^2 = HZ^2 : \Lambda M^2$. iam cum $HB > KM$, erit $HE^2 > K\Lambda^2$, $HZ^2 > \Lambda M^2$, h. e. $HE > K\Lambda$, $HZ > \Lambda M$.

3) Quia $HB \sim KM$, erit $\angle\, OH\Xi = K\Lambda M$. itaque $H\Pi$, KM aequiangula sunt. quare et similia sunt (def. 1) et aequalia (prop. 14). cfr. p. 144, 11.

τῇ μὲν $K\Lambda$] Bp; τῇ $K\Lambda$ μέν PF; μὲν τῇ $K\Lambda$ V. 18. HO] corr. ex $H\Theta$ m. rec. P; O e corr. m. 2 V; $H\Theta$ F? 20. τὸ $H\Pi$] om. P. τῷ] e corr. P. ἀλλὰ τὸ KM τῷ HB ὅμοιόν ἐστιν] τὸ $H\Pi$. ἀλλὰ τὸ KM τῷ HB ὅμοιόν ἐστι supra m. rec. P. KM] K in ras. m. 2 V. 21. ἐστι BVp. ἔστι BFV, comp. p.

ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ BH τοῖς $Γ$, KM, ὧν τὸ $HΠ$ τῷ KM ἐστιν ἴσον, λοιπὸς ἄρα ὁ $ΥΧΦ$ γνώμων λοιπῷ τῷ $Γ$ ἴσος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ $ΟΡ$ τῷ $ΞΣ$, κοινὸν προσκείσθω τὸ $ΠΒ$· ὅλον ἄρα τὸ $ΟΒ$ ὅλῳ τῷ $ΞΒ$ ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ $ΞΒ$ τῷ $ΤΕ$ ἐστιν ἴσον, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ $ΑΕ$ πλευρᾷ τῇ $ΕΒ$ ἐστιν ἴση· καὶ τὸ $ΤΕ$ ἄρα τῷ $ΟΒ$ ἐστιν ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ $ΞΣ$· ὅλον ἄρα τὸ $ΤΣ$ ὅλῳ τῷ $ΦΧΥ$ γνώμονί ἐστιν ἴσον. ἀλλ' ὁ $ΦΧΥ$ γνώμων τῷ $Γ$ ἐδείχθη ἴσος· καὶ τὸ $ΤΣ$ ἄρα τῷ $Γ$ ἐστιν ἴσον.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν $ΑΒ$ τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ $Γ$ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ $ΣΤ$ ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ $ΠΒ$ ὁμοίῳ ὄντι τῷ $Δ$ [ἐπειδήπερ τὸ $ΠΒ$ τῷ $HΠ$ ὅμοιόν ἐστιν]· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κθ'.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ $ΑΒ$, τὸ δὲ δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παρὰ τὴν $ΑΒ$ παραβαλεῖν, τὸ $Γ$, ᾧ δὲ δεῖ ὅμοιον ὑπερβάλλειν, τὸ $Δ$· δεῖ δὴ παρὰ τὴν $ΑΒ$ εὐθεῖαν τῷ $Γ$ εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ $Δ$.

---

1. BH] in ras. m. 2 V; HB p. 2. ἴσον ἐστίν p. λοιπόν P, corr. m. rec. $ΥΧΦ$] $ΥΦΧ$ P V. 3. ἐστιν ἴσος F. ἐστίν] ἐστί V, comp. p. ἐστί] ἐστίν P. 5. $ΟΒ$] euan. F. 6. ἴσον ἐστίν B. Ante ἐπεί add. φ: ἐπῐ. 7. $ΟΒ$] $Ο$ in

iam quoniam $BH = \Gamma + KM$, quorum $H\Pi = KM$, erit etiam $\Upsilon X\Phi = \Gamma$. et quoniam $OP = \Xi\Sigma$ [I, 43], commune adiiciatur ΠB. itaque $OB = \Xi B$. sed $\Xi B = TE$, quoniam $AE = EB$ [prop. I]. quare etiam $TE = OB$. commune adiiciatur $\Xi\Sigma$. itaque $T\Sigma = \Phi X\Upsilon$. sed demonstratum est, esse $\Phi X\Upsilon = \Gamma$. quare etiam $T\Sigma = \Gamma$.

Ergo datae rectae AB datae figurae rectilineae Γ aequale parallelogrammum adplicatum est ΣT deficiens figura parallelogramma ΠB, quae figurae Δ similis est[1]); quod oportebat fieri.

XXIX.

Datae rectae datae figurae rectilineae aequale parallelogrammum adplicare excedens figura parallelogramma simili datae.

Sit data recta AB, data autem figura rectilinea, cui aequalem figuram rectae AB adplicare oportet, sit Γ, ea autem, cui similem figuram excedere oportet, sit Δ. oportet igitur rectae AB figurae rectilineae Γ aequale parallelogrammum adplicare excedens figura parallelogramma simili figurae Δ.

---

1) Nam $\Pi B \sim HB$ (prop. 24) $\sim \Delta$. uerba ἐπειδήπερ — ἐστιν, ubi sine causa de $H\Pi$ mentio iniicitur, spuria sunt. alia res est p. 170, 7.

---

ras. m. 2 V. 8. $T\Sigma$] TB corr. ex $T\Gamma$ m. 1 p. 9. ἀλλά Bp. 10. $T\Sigma$] $A\Pi$ P. 11. ἄρα] om. F. 13. Supra ΣT ras. est in V. 14. τῷ] (tert.) postea insert. m. 1 F. 16. κθ′] λγ′ p et F, corr. m. rec. 18. παραλληλόγραμμον] παραλληλο- sustulit resarcinatio in F. 22. δεῖ] δή Fp. 23. ὑπερβαλεῖν F. δεῖ δή] sustulit lac. pergameni F. 24. παρά — εὐθυγράμμῳ] mg. m. 1 F. ἴσον] in ras. F.

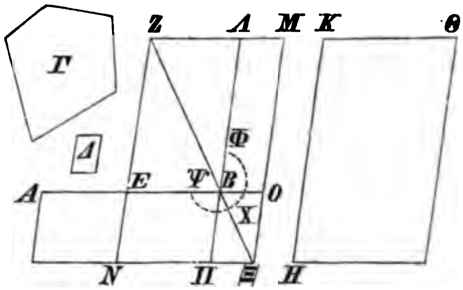
Τετμήσθω ἡ ΑΒ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΕΒ τῷ Δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΖ, καὶ συναμφοτέροις μὲν τοῖς ΒΖ, Γ ἴσον, τῷ δὲ Δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ αὐτὸ συνεστάτω τὸ ΗΘ. ὁμόλογος δὲ ἔστω ἡ μὲν ΚΘ τῇ ΖΛ, ἡ δὲ ΚΗ τῇ ΖΕ. καὶ ἐπεὶ μεῖζόν ἐστι τὸ ΗΘ τοῦ ΖΒ, μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν ΚΘ τῆς ΖΛ, ἡ δὲ ΚΗ τῆς ΖΕ. ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΖΛ, ΖΕ, καὶ τῇ μὲν ΚΘ ἴση ἔστω ἡ ΖΛΜ, τῇ δὲ ΚΗ ἴση ἡ ΖΕΝ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΜΝ· τὸ ΜΝ ἄρα τῷ ΗΘ ἴσον τέ ἐστι καὶ ὅμοιον. ἀλλὰ τὸ ΗΘ τῷ ΕΛ ἐστιν ὅμοιον· καὶ τὸ ΜΝ ἄρα τῷ ΕΛ ὅμοιόν ἐστιν· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρόν ἐστι τὸ ΕΛ τῷ ΜΝ. ἤχθω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΖΞ, καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα.

Ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΗΘ τοῖς ΕΛ, Γ, ἀλλὰ τὸ ΗΘ τῷ ΜΝ ἴσον ἐστίν, καὶ τὸ ΜΝ ἄρα τοῖς ΕΛ, Γ ἴσον ἐστίν. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΕΛ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΨΧΦ γνώμων τῷ Γ ἐστιν ἴσος. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΕΒ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΝ τῷ ΝΒ, τουτέστι τῷ ΛΟ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ΕΞ· ὅλον ἄρα τὸ

---

3. ΒΖ] corr. ex ΗΖ m. 2 V. 4. ΒΖ, Γ] Ζ et Γ e corr. p; ΗΖ, Γ V. Δ] e corr. F. 5. ΗΘ] PF; ΗΘ· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΗΘ τῷ ΖΒ Bp, V mg. m. 2. 6. ΖΕ] ΕΖ F. 8. ΚΘ] ΘΚ F. 10. ΚΗ] corr. ex ΚΒ m. rec. P. 11. τε] om. V. ἐστιν P. 12. τό] (alt.) τῷ F, sed corr. 13. ΕΛ] Λ F. ἐστιν ὅμοιον V. ἐστιν] P, comp. p; ἐστι BFV. 14. ἐστι] supra F. αὐτῶν] αὐτῶν ἡ V. 16. ἐπεὶ οὖν FV. τό] (prius) τῷ F. 17. ἐστί PBV, comp. p. 18. ἐστί BV, comp. p. ΕΛ] mutat. in ΘΛ m. 1 F. 20. ΑΕ] in ras. m. 2 V. τουτέστιν P; comp. p. 21. ΛΟ] Ο e corr. m. 1 F.

secetur AB in duas partes aequales in puncto E, et in EB figurae Δ simile et similiter positum construatur parallelogrammum BZ, et $BZ + \Gamma$ magni-



tudini aequale, parallelogrammo Δ autem simile et similiter positum idem construatur $H\Theta$ [prop. XXV]. correspondeant[1]) autem $K\Theta$, $Z\Lambda$ et KH, ZE. et quoniam $H\Theta > ZB$, erit etiam $K\Theta > Z\Lambda$ et $KH > ZE$ [p. 165 not. 2]. producantur $Z\Lambda$, ZE, et sit

$$Z\Lambda M = K\Theta,\ ZEN = KH,$$

et expleatur parallelogrammum MN. itaque MN et aequale et simile est parallelogrammo $H\Theta$ [p. 165 not. 3]. sed $H\Theta \sim E\Lambda$. quare etiam $MN \sim E\Lambda$ [prop. XXI]. itaque circum eandem diametrum posita sunt $E\Lambda$, MN [prop. XXVI]. ducatur eorum diametrus $Z\Xi$, et describatur figura.

iam quoniam $H\Theta = E\Lambda + \Gamma$ et $H\Theta = MN$, erit etiam $MN = E\Lambda + \Gamma$. subtrahatur, quod commune est, $E\Lambda$. itaque est $\Psi X\Phi = \Gamma$. et quoniam $AE = EB$, erit $AN = NB = \Lambda O$ [I, 43]. commune adiiciatur

1) Sc. in ΘH, $E\Lambda$ parallelogrammis, quae figurae Δ similia sunt; unde etiam inter se similia sunt (prop. 21).

ΑΞ ἴσον ἐστὶ τῷ *ΦΧΨ* γνώμονι. ἀλλὰ ὁ *ΦΧΨ* γνώμων τῷ *Γ* ἴσος ἐστίν· καὶ τὸ *ΑΞ* ἄρα τῷ *Γ* ἴσον ἐστίν.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν *ΑΒ* τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ *Γ* ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ *ΑΞ* ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ τῷ *ΠΟ* ὁμοίῳ ὄντι τῷ *Δ*, ἐπεὶ καὶ τῷ *ΕΛ* ἐστιν ὅμοιον τὸ *ΟΠ*· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λ'.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ *ΑΒ*· δεῖ δὴ τὴν *ΑΒ* εὐθεῖαν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς *ΑΒ* τετράγωνον τὸ *ΒΓ*, καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν *ΑΓ* τῷ *ΒΓ* ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ *ΓΔ* ὑπερβάλλον εἴδει τῷ *ΑΔ* ὁμοίῳ τῷ *ΒΓ*.

Τετράγωνον δέ ἐστι τὸ *ΒΓ*· τετράγωνον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ *ΑΔ*. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ *ΒΓ* τῷ *ΓΔ*, κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ *ΓΕ*· λοιπὸν ἄρα τὸ *ΒΖ* λοιπῷ τῷ *ΑΔ* ἐστιν ἴσον. ἔστι δὲ αὐτῷ καὶ ἰσογώνιον· τῶν *ΒΖ*, *ΑΔ* ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ *ΖΕ* πρὸς τὴν *ΕΔ*, οὕτως ἡ *ΑΕ* πρὸς τὴν *ΕΒ*. ἴση δὲ ἡ μὲν *ΖΕ* τῇ *ΑΒ*, ἡ δὲ *ΕΔ* τῇ *ΑΕ*. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ *ΒΑ* πρὸς

---

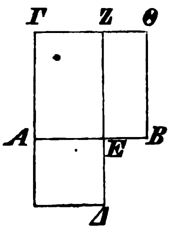
1. ἀλλ' F. 2. ἴσος] ἴσον φ (non F). ἐστίν] F, comp. p; ἐστί PBV. 3. ἐστί B. 4. ἄρα] supra comp. F. εὐθεῖάν ἐστι F. 7. τῷ] (alt.) τό F, et V, corr. m. 2. 9. λδ'] p; F, sed corr. m. rec. 11. τεμεῖν] supra scr. ν m. 1 F. 14. γάρ ἀπό FV. Post *ΑΒ* ras. magna F. 15. *ΑΓ*] corr. ex *ΑΒ* m. 1 F. 20. *ΒΖ*] corr. ex *ΒΓ* m. 1 p. 21. τῷ] τό φ

$E\Xi$. itaque $A\Xi = \Phi X \Psi$. sed $\Phi X \Psi = \Gamma$. quare etiam $A\Xi = \Gamma$.

Ergo datae rectae AB datae figurae rectilineae Γ aequale adplicatum est parallelogrammum $A\Xi$ excedens figura parallelogramma ΠO, quae similis est figurae Δ, quia $O\Pi \sim E\Lambda$ [prop. XXIV]; quod oportebat fieri.

XXX.

Datam rectam terminatam secundum rationem extremam ac mediam secare.



Sit data recta terminata AB. oportet igitur rectam AB secundum extremam ac mediam rationem secare.

describatur enim in AB quadratum $B\Gamma$, et rectae $A\Gamma$ adplicetur parallelogrammum $\Gamma\Delta$ quadrato $B\Gamma$ aequale et excedens figura $A\Delta$ simili figurae $B\Gamma$ [prop. XXIX]. quadratum autem est $B\Gamma$; itaque etiam $A\Delta$ quadratum est. et quoniam $B\Gamma = \Gamma\Delta$, subtrahatur, quod commune est, ΓE. quare $BZ = A\Delta$. uerum etiam aequiangulum ei est.[1]) quare in parallelogrammis BZ, $A\Delta$ latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt [prop. XIV]. itaque $ZE : E\Delta = AE : EB$. sed $ZE = AB$[2]) et

1) Nam utrumque rectangulum est.
2) Nam $ZE = A\Gamma$ (I, 34) et $A\Gamma = AB$.

(non F). ἴσον ἐστίν F. 23. τήν] om. BFp. 24. AE] AB φ. τήν] om. BFp. ZE τῇ $A\Gamma$, τουτέστι τῇ AB Theon (BFVp). 25. AE] AB φ.

τὴν *ΑΕ*, οὕτως ἡ *ΑΕ* πρὸς τὴν *ΕΒ*. μείζων δὲ ἡ *ΑΒ* τῆς *ΑΕ*· μείζων ἄρα καὶ ἡ *ΑΕ* τῆς *ΕΒ*.

Ἡ ἄρα *ΑΒ* εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ *Ε*, καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμά ἐστι τὸ *ΑΕ*· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λα'.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ *ΑΒΓ* ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ *ΒΑΓ* γωνίαν· λέγω, ὅτι το ἀπὸ τῆς *ΒΓ* εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν *ΒΑ*, *ΑΓ* εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Ἤχθω κάθετος η *ΑΔ*.

Ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ *ΑΒΓ* ἀπὸ τῆς πρὸς τῷ *Α* ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν *ΒΓ* βάσιν κάθετος ἦκται η *ΑΔ*, τὰ *ΑΒΔ*, *ΑΔΓ* πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ τῷ *ΑΒΓ* καὶ ἀλλήλοις. καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ *ΑΒΓ* τῷ *ΑΒΔ*, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ *ΓΒ* πρὸς τὴν *ΒΑ*, οὕτως ἡ *ΑΒ* πρὸς τὴν *ΒΔ*. καὶ ἐπεὶ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. ὡς ἄρα ἡ *ΓΒ*

XXXI. Proclus p. 426, 14.

4. κατά] κα p. καὶ τό] καί p. ἐστιν P, comp. p. 5. τό] ἡ P. Sequitur alia demonstratio, u. app. 6. λα'] non liquet in F; om. p. 10. εἴδεσιν PB. τε] om. BFVp.

$E\Delta = AE$. itaque $BA : AE = AE : EB$. sed $AB > AE$. quare etiam [V, 14] $AE > EB$.

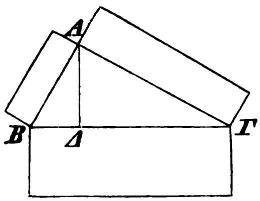
Ergo recta AB secundum extremam ac mediam rationem secta est in E [def. 3], et maior eius pars est AE; quod oportebat fieri.

XXXI.

In triangulis rectangulis figura descripta in latere sub recto angulo subtendenti aequalis est figuris in lateribus rectum angulum comprehendentibus similibus et similiter descriptis.

Sit triangulus rectangulus $AB\Gamma$ angulum $BA\Gamma$ rectum habens. dico, figuram in $B\Gamma$ descriptam aequalem esse figuris in BA, $A\Gamma$ similibus et similiter descriptis.

ducatur perpendicularis $A\Delta$. iam quoniam in triangulo rectangulo $AB\Gamma$ ab angulo recto ad A posito ad basim $B\Gamma$ perpendicularis ducta est $A\Delta$, trianguli $AB\Delta$, $A\Delta\Gamma$ ad perpendicularem positi et toti $AB\Gamma$ et inter se similes sunt [prop. VIII]. et quoniam $AB\Gamma \sim AB\Delta$, erit [def. 1] $\Gamma B : BA = AB : B\Delta$. et quoniam tres rectae proportionales sunt, erit ut prima ad tertiam, ita figura in prima descripta ad figuram in secunda similem et similiter descriptam



13. ὑπὸ τό p. 14. εἴδεσιν P. 15. ὁμοίως] ὁμοίοις V. 18. τῷ] τό FV, sed corr. m. 2. 19. $A\Delta\Gamma$] corr. ex $A\Delta B$ m. rec. P. ἄρα πρός V. 20. ἐστιν P. 25. τό] (alt.) om. F; inser. m. 2, sed euan.

πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΑ. ὥστε καὶ ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὰς ΒΔ, ΔΓ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τὰ ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα. ἴση δὲ ἡ ΒΓ ταῖς ΒΔ, ΔΓ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβʹ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ἐπ᾽ εὐθείας ἔσονται.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΓΕ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΒΑ, ΑΓ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς ΔΓ, ΔΕ ἀνάλογον ἔχοντα, ὡς μὲν τὴν ΑΒ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως τὴν ΔΓ πρὸς τὴν ΔΕ, παράλληλον δὲ τὴν

---

2. ἀναγραφόμενον] -γρ- in ras. φ. 4. τὸ ἀπὸ τῆς ΓΑ — 6: εἶδος πρός] om. p. 5. ΒΔ, ΔΓ] ΔΒ, ΔΓ φ. 6. τῶν] τῆς φ. 9. ΒΑ] Α e corr. m. 2 V. εἴδεσιν P. ἀναγραφομένος (sic) P. 11. ἐν ἄρα] in ras. post ras. 3 litt. m. 1 B. τριγώνοις] om. p. 13. ἐστι] ταῖς φ. 14. εἴδεσιν P. Sequitur alia demonstratio, u. app. 16. λη′ F p. 17. συν-

[prop. XIX coroll.]. quare ut $\Gamma B : B\Delta$, ita figura in ΓB descripta ad figuram in BA similem et similiter descriptam. eadem de causa erit etiam ut $B\Gamma : \Gamma\Delta$, ita figura in $B\Gamma$ descripta ad figuram in ΓA descriptam.[1]) quare etiam ut $B\Gamma : B\Delta + \Delta\Gamma$, ita figura in $B\Gamma$ descripta ad figuras in BA et $A\Gamma$ similes et similiter descriptas.[2]) sed $B\Gamma = B\Delta + \Delta\Gamma$. itaque etiam figura in $B\Gamma$ descripta aequalis est figuris in BA, $A\Gamma$ similibus et similiter descriptis.[3])

Ergo in triangulis rectangulis figura descripta in latere sub recto angulo subtendenti aequalis est figuris in lateribus rectum angulum comprehendentibus similibus et similiter descriptis; quod oportebat fieri.

XXXII.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus proportionalia habentes in uno angulo coniunguntur, ita ut correspondentia latera etiam parallela sint, reliqua latera triangulorum in eadem recta erunt posita.

Sint duo trianguli $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ duo latera BA, $A\Gamma$ duobus lateribus $\Delta\Gamma$, ΔE proportionalia habentes, ita ut sit $AB : A\Gamma = \Delta\Gamma : \Delta E$, et AB parallelum

---

1) Nam $AB\Gamma \sim A\Delta\Gamma$. itaque $B\Gamma : \Gamma A = \Gamma A : \Gamma\Delta$.

2) Sint figurae in $B\Gamma$, $A\Gamma$, AB descriptae a, b, c. demonstrauimus $B\Gamma : B\Delta = a : c$, $B\Gamma : \Gamma\Delta = a : b$. itaque

$$B\Gamma : a = \Gamma\Delta : b = B\Delta : c. \quad \Gamma\Delta : B\Delta = b : c.$$
$$\Gamma\Delta + B\Delta : B\Delta = b + c : c.$$
$$\Gamma\Delta + B\Delta : b + c = B\Delta : c = B\Gamma : a. \quad B\Gamma : \Gamma\Delta + B\Delta = a : b + c.$$

3) Nam $B\Gamma : a = \Gamma\Delta + B\Delta : b + c = B\Gamma : b + c$. quare $a = b + c$ [V, 9].

τεθῇ] προστεθῇ V, corr. m. 2. 20. τοῦ τριγώνου V. 23. $\Delta\Gamma$] $\Gamma\Delta$ V. ΔE] ΓE P. 24. AB] BA FV. $A\Gamma$] A e corr. m. 2 V. 25. οὕτω P. $\Delta\Gamma$] e corr. m. 2 V.

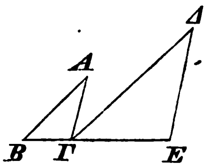
μὲν *ΑΒ* τῇ *ΔΓ*, τὴν δὲ *ΑΓ* τῇ *ΔΕ*· λέγω, ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἡ *ΒΓ* τῇ *ΓΕ*.

Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ *ΑΒ* τῇ *ΔΓ*, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ *ΑΓ*, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ *ΒΑΓ*, *ΑΓΔ* ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ *ΓΔΕ* τῇ ὑπὸ *ΑΓΔ* ἴση ἐστίν. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ *ΒΑΓ* τῇ ὑπὸ *ΓΔΕ* ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ δύο τρίγωνά ἐστι τὰ *ΑΒΓ*, *ΔΓΕ* μίαν γωνίαν τὴν πρὸς τῷ *Α* μιᾷ γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ *Δ* ἴσην ἔχοντα, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὡς τὴν *ΒΑ* πρὸς τὴν *ΑΓ*, οὕτως τὴν *ΓΔ* πρὸς τὴν *ΔΕ*, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ *ΑΒΓ* τρίγωνον τῷ *ΔΓΕ* τριγώνῳ· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ *ΑΒΓ* γωνία τῇ ὑπὸ *ΔΓΕ*. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ *ΑΓΔ* τῇ ὑπὸ *ΒΑΓ* ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ *ΑΓΕ* δυσὶ ταῖς ὑπὸ *ΑΒΓ*, *ΒΑΓ* ἴση ἐστίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ *ΑΓΒ*· αἱ ἄρα ὑπὸ *ΑΓΕ*, *ΑΓΒ* ταῖς ὑπὸ *ΒΑΓ*, *ΑΓΒ*, *ΓΒΑ* ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ *ΒΑΓ*, *ΑΒΓ*, *ΑΓΒ* δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ *ΑΓΕ*, *ΑΓΒ* ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ *ΑΓ* καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ *Γ* δύο εὐθεῖαι αἱ *ΒΓ*, *ΓΕ* μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ *ΑΓΕ*, *ΑΓΒ* δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ *ΒΓ* τῇ *ΓΕ*.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν

---

3. *ΔΓ*] *ΑΓ* φ (non F). 4. αἱ] mutat. in καί m. rec. F, καί p. 5. *ΒΑΓ*] "*ΑΒΓ*' F. εἰσί V p. 6. *ΑΓΔ*] "*Α*'*ΓΔ* F. ἐστιν ἴση V. 10. δέ] comp. supra m. 1 F. 11. *ΒΑ*] *ΑΒ* P. *ΑΓ*] in ras. m. rec. V, *ΓΑ* F. 12. ἐστίν P. *ΔΓΕ*] P; "*Δ*'*ΓΕ* F; *ΓΔΕ* Bp et in ras. m. 2 V. 13. *ΔΓΕ* γωνίᾳ V. 14. *ΒΑΓ*] *ΓΑ* supra scr. *Β* m. 1 F. 15. ἴση ἐστίν] P, V m. 1, comp. p; ἴση ἐστί BF; ἴσαι εἰσίν V m. 2. 17. *ΒΑΓ*]



lateri $\Delta\Gamma$, $A\Gamma$ autem lateri ΔE parallelum. dico, $B\Gamma$ et ΓE in eadem recta esse.

nam quoniam AB rectae $\Delta\Gamma$ parallela est, et in eas incidit recta $A\Gamma$, alterni anguli $BA\Gamma$, $A\Gamma\Delta$ aequales sunt [I, 29]. eadem de causa etiam

$\angle \Gamma\Delta E = A\Gamma\Delta$. quare etiam $\angle BA\Gamma = \Gamma\Delta E$.

et quoniam duo trianguli sunt $AB\Gamma$, $\Delta\Gamma E$ unum angulum, qui ad A positus est, uni angulo, qui ad Δ positus est, aequalem habentes et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia,

$BA : A\Gamma = \Gamma\Delta : \Delta E$, erit $\triangle\ AB\Gamma$

triangulo $\Delta\Gamma E$ aequiangulus [prop. VI]. quare

$$\angle AB\Gamma = \Delta\Gamma E.$$

sed demonstratum est, esse etiam $\angle A\Gamma\Delta = BA\Gamma$. quare erit $\angle A\Gamma E = AB\Gamma + BA\Gamma$. communis adiiciatur $\angle A\Gamma B$. itaque

$$A\Gamma E + A\Gamma B = BA\Gamma + A\Gamma B + \Gamma BA.$$

uerum $BA\Gamma + AB\Gamma + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt. quare etiam $A\Gamma E + A\Gamma B$ duobus rectis aequales sunt. itaque ad rectam $A\Gamma$ et punctum eius Γ duae rectae $B\Gamma$, ΓE non ad eandem partem positae angulos deinceps positos $A\Gamma E$, $A\Gamma B$ duobus rectis aequales efficiunt; itaque $B\Gamma$ et ΓE in eadem recta sunt [I, 14].

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus

P; $B''A'\Gamma$ F; ΓAB BVp. $A\Gamma B$] $AB\Gamma$ P. ΓBA] supra scr. F; $A\Gamma B$ P. 18. ἀλλ' αἱ — 19: εἰσίν] om. P. $AB\Gamma$] $A\Gamma B$ V. $A\Gamma B$] ΓBA V. 19. εἰσί BVp. 20. εἰσί BV.

τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ'.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς περιφερείαις, ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Ἔστωσαν ἴσοι κύκλοι οἱ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αὐτῶν τοῖς Η, Θ γωνίαι ἔστωσαν αἱ ὑπὸ ΒΗΓ, ΕΘΖ, πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΕΔΖ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ περιφέρειαν, οὕτως ἥ τε ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΖ.

Κείσθωσαν γὰρ τῇ μὲν ΒΓ περιφερείᾳ ἴσαι κατὰ τὸ ἑξῆς ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΓΚ, ΚΛ, τῇ δὲ ΕΖ περιφερείᾳ ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ ΖΜ, ΜΝ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΚ, ΗΛ, ΘΜ, ΘΝ.

Ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶν αἱ ΒΓ, ΓΚ, ΚΛ περιφέρειαι

XXXIII. Cfr. Zenodorus ap. Theon. in Ptolem. p. 11 Bas.

---

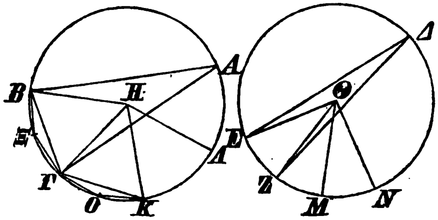
3. πλευραί] om. p. 5. λθ' p et F, corr. m. rec. 7. λόγον ἔχουσι V. τὰς περιφερείας, corr. m. 2 V. 8. ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις] mg. m. rec. P. 9. ὦσιν PB. βεβηκυῖαι] post hoc uocabulum add. Theon: ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς ἅτε (οἵτε F) πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι (συνεστάμενοι F) (BFVp), P m. rec. 12. ΒΗΓ] litt. ΗΓ in ras. F. ΕΘΖ] Ε in ras. m. 1 B. 16. Post ΕΔΖ add. Theon: καὶ ἔτι (ἔστι comp. p) ὁ ΗΒΞΓ (in ras. m. 2 V, ΗΒΖΓ P et seq. ras. F) τομεὺς πρὸς τὸν ΘΕΠΖ (in ras. m. 2 V) τομέα (BFVp);

aequalia habentes in uno angulo coniunguntur, ita ut correspondentia latera etiam parallela sint, reliqua latera triangulorum in eadem recta erunt posita; quod erat demonstrandum.

XXXIII.

In circulis aequalibus anguli eandem habent rationem quam arcus, in quibus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus positi sunt.[1])

Sint aequales circuli $ AB\Gamma $, $ \Delta EZ $, et ad centra eorum H, Θ positi sint anguli $ BH\Gamma $, $ E\Theta Z $, ad ambitus



autem $ B\Lambda\Gamma $, $ E\Delta Z $. dico, esse

arc. $ B\Gamma $: arc. $ EZ = \angle\, BH\Gamma : E\Theta Z = B\Lambda\Gamma : E\Delta Z $.

ponantur enim deinceps arcui $ B\Gamma $ aequales quotlibet arcus $ \Gamma K $, $ K\Lambda $, arcui autem $ EZ $ quotlibet aequales $ ZM $, $ MN $, et ducantur $ HK $, $ H\Lambda $, $ \Theta M $, $ \Theta N $.

iam quoniam arcus $ B\Gamma = \Gamma K = K\Lambda $, erit etiam

1) De interpolationibus Theonis lin. 9 et lin. 16 cfr. p. 183 not. 1; om. Campanus VI, 32.

m. rec. P. 21. ἴσαι] καί P, corr. m. rec. εἰσίν] om. p. ΓΚ] ''Κ'Γ F.

ἀλλήλαις, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΓ, ΓΗΚ, ΚΗΛ γωνίαι ἀλλήλαις· ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς ΒΓ, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΒΗΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁσαπλασίων ἐστὶν ἡ ΝΕ περιφέρεια τῆς ΕΖ, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ἡ υπὸ ΝΘΕ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΘΖ. εἰ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΒΛ περιφέρεια τῇ ΕΝ περιφερείᾳ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΗΛ τῇ ὑπὸ ΕΘΝ, καὶ εἰ μείζων ἐστὶν ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς ΕΝ περιφερείας, μείζων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΘΝ, καὶ εἰ ἐλάσσων, ἐλάσσων. τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν, δύο μὲν περιφερειῶν τῶν ΒΓ, ΕΖ, δύο δὲ γωνιῶν τῶν ὑπὸ ΒΗΓ, ΕΘΖ, εἴληπται τῆς μὲν ΒΓ περιφερείας καὶ τῆς ὑπὸ ΒΗΓ γωνίας ἰσάκις πολλαπλασίων ἥ τε ΒΛ περιφέρεια καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία, τῆς δὲ ΕΖ περιφερείας καὶ τῆς ὑπὸ ΕΘΖ γωνίας ἥ τε ΕΝ περιφέρεια καὶ ἡ ὑπὸ ΕΘΝ γωνία. καὶ δέδεικται, ὅτι εἰ ὑπερέχει ἡ ΒΛ περιφέρεια τῆς ΕΝ περιφερείας, ὑπερέχει καὶ ἡ ὑπὸ ΒΗΛ γωνία τῆς ὑπο ΕΘΝ γωνίας, καὶ εἰ ἴση, ἴση, καὶ εἰ ἐλάσσων, ἐλάσσων. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ. ἀλλ' ως ἡ ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ, οὕτως η ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΖ· διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ περιφέρειαν, οὕτως ἥ τε ὑπὸ ΒΗΓ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΘΖ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ πρὸς τὴν ὑπὸ ΕΔΖ.

---

1. *ἴσαι ἀλλήλαις* PV; in P *ἴσαι* del. m. rec. *εἰσίν* PBF. 2. ΒΛ] Λ eras. F. 3. *ἐστίν* P. 5. *ἐστί* F. 6. *ὑπὸ* ΕΘΖ] ΕΘΖ BFp. 8. *ἐστίν* P. *εἰ*] in ras. P. 10. *ἐστίν* P.

$\angle\, BH\Gamma = \Gamma HK = KH\Delta$ [III, 27]. itaque quoties multiplex est $B\Delta$ arcus $B\Gamma$, toties multiplex est etiam $\angle\, BH\Delta$ anguli $BH\Gamma$. eadem de causa quoties multiplex est NE arcus EZ, toties multiplex est etiam $\angle\, N\Theta E$ anguli $E\Theta Z$. iam si $B\Delta = EN$, erit etiam $\angle\, BH\Delta = E\Theta N$, et si $B\Delta > EN$, erit etiam $\angle\, BH\Delta > E\Theta N$, et si $B\Delta < EN$, erit

$$\angle\, BH\Delta < E\Theta N.$$

ergo datis quattuor magnitudinibus, duobus arcubus $B\Gamma$, EZ et duobus angulis $BH\Gamma$, $E\Theta Z$, sumpti sunt arcus $B\Gamma$ et anguli $BH\Gamma$ aeque multiplices arcus $B\Delta$ et angulus $BH\Delta$, arcus autem EZ et anguli $E\Theta Z$ arcus EN et angulus $E\Theta N$. et demonstratum est, si arcus $B\Delta$ arcum EN superet, etiam $\angle\, BH\Delta$ angulum $E\Theta N$ superare, et si aequalis sit, aequalem esse, et si minor, minorem. itaque [V def. 5] erit arc. $B\Gamma$: arc. $EZ = \angle\, BH\Gamma : E\Theta Z$. sed

$$\angle\, BH\Gamma : E\Theta Z = \angle\, B\Delta\Gamma : E\Delta Z \text{ [V, 15]};$$

nam uterque utroque duplo maior est [III, 20]. quare etiam

$$\text{arc. } B\Gamma : \text{arc. } EZ = \angle\, BH\Gamma : E\Theta Z = B\Delta\Gamma : E\Delta Z.$$

---

11. *ἐλάττων ἐλάττων* F. 12. *μέν*] supra F. *δέ*] supra F. 13. $E\Theta Z$] ΘEZ F. 17. *γωνία*] add. m. 2 F. 20. *γωνίας*] P; om. Theon (BFVp). *ἐλάττων* F. 21. *ἐλάσσων*] comp. F. *ἡ*] om. V. 22. $BH\Gamma$] Γ add. m. 2 V. 24. *διπλασίων* V. 25. *γάρ ἐστιν* Bp. 27. *ὑπὸ* $E\Theta Z$] $E\Theta Z$ P. *ὑπό*] *ὑ-* supra m. 1 P.

Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς περιφερείαις, ἐφ᾽ ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. Ἐν] inter ε et ν ras. 1 litt. V; ἐ seq. ras. 2 litt. F. 2. βεβήκασι p. 3. ἐάν τε — 4: βεβηκυῖαι] καὶ τὰ ἑξῆς p. 3. κέντροις] κύκλοις B. τὰς περιφερείας V. 4. ὦσιν B. In fine libri *Εὐκλείδου στοιχείων* ϛʹ PB, *Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως* ϛʹ F.

Ergo in circulis aequalibus anguli eandem habent rationem quam arcus, in quibus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus positi sunt; quod erat demonstrandum.[1])

---

1) Sequitur additamentum Theonis in BFVp, de quo ipse profitetur comm. in Ptolemaeum I p. 201 ed. Halma = p. 50 ed. Basil.; om. P m. 1 (add. manus recens in mg.) et Campanus; huc pertinent etiam additamenta p. 178, 9 et 16. demonstratio u. in app.

ζ'.

Ὅροι.

α'. Μονάς ἐστιν, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται.

β'. Ἀριθμὸς δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.

γ'. Μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα.

δ'. Μέρη δέ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.

ε'. Πολλαπλάσιος δὲ ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

ϛ'. Ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν ὁ δίχα διαιρούμενος.

ζ'. Περισσὸς δὲ ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα ἢ [ὁ] μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ.

η'. Ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν.

θ'. Ἀρτιάκις δὲ περισσός ἐστιν ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

Def. 3—5: Psellus p. 7. 6—7: Martianus Capella VII, 748. 8. Iamblichus in Nicom. p. 27. Philop. in Nicom. ed. Hoche 1864 p. 16. 9. Iamblichus p. 31.

---

1. ὅροι] om. PB. numeros om. codd. 2. ἐστι PBFp. ἣν] ὃ BFV. 10. ἐλάττονος V. 12. ὁ] om. P. 14. προσυπακουστέον· μόνον P mg. m. 1. 16. ἐστιν] ἀριθμός ἐστιν P, ἐστιν ἀριθμός p. κἀνταῦθα προσυπακουστέον· μόνον mg. m. 1 P. τοῦ ἀρτίου deleto τοῦ V.

VII.

Definitiones.

1. Unitas est ea, secundum quam unaquaeque res una nominatur.

2. Numerus autem est multitudo ex unitatibus composita.

3. Pars est minor numerus maioris, ubi maiorem metitur.

4. Partes autem, ubi non metitur.

5. Multiplex autem maior minoris, ubi minor eum metitur.

6. Par numerus est, qui in duas partes aequales diuiditur.

7. Impar autem, qui in duas partes aequales non diuiditur, siue qui unitate differt a pari numero.

8. Pariter par est numerus, quem par numerus secundum parem numerum metitur.[1])

9. Pariter autem impar est, quem par numerus secundum imparem numerum metitur.[2])

---

1) Def. 8 scriptor nescio quis, qui Philoponi commentarium in Nicomachum retractauit, apud Hoche Philop. 1865 p. V in quibusdam *ἀντιγράφοις* ita inuenit expressam: *ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστιν ἀριθμὸς ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ κατὰ ἄρτιον ἀριθμὸν μόνως μετρούμενος*, de qua scriptura falsa u. Studien p. 200.

2) De def. *ι'* interpolata u. Studien p. 198 sq.; om. ed Basil. et Gregorius.

[ι'. *Περισσάκις ἄρτιός ἐστιν ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν*].

ια'. *Περισσάκις δὲ περισσὸς ἀριθμός ἐστιν ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.*

ιβ'. *Πρῶτος ἀριθμός ἐστιν ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος.*

ιγ'. *Πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.*

ιδ'. *Σύνθετος ἀριθμός ἐστιν ὁ ἀριθμῷ τινι μετρούμενος.*

ιε'. *Σύνθετοι δὲ πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν οἱ ἀριθμῷ τινι μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.*

ιϛ'. *Ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται, ὅταν, ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηταί τις.*

ιζ'. *Ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος ἐπίπεδος καλεῖται, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.*

ιη'. *Ὅταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος στερεός ἐστιν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.*

---

12. Iamblichus p. 42. Martianus Capella VII, 751. Philop. in anal. post. fol. 15^v. 13. Alexander Aphrod. in anal. pr. fol. 87. Martianus Capella VII, 751. Philop. in anal. post. fol. 15^v. 14. Philop. in anal. post. fol. 15^v. 16—17. Psellus p. 6. 18—20. Psellus p. 7.

---

1. δὲ ἄρτιος P, litt. ἀρτ- in ras. ἄρτιος ἀριθμός p. προσυπακουστέον· καί κατὰ ἄρτιον mg. m. 1 P. 3. ἀριθμός]

10. Impariter autem impar numerus est, quem impar numerus secundum imparem numerum metitur.

11. Primus numerus est, quem unitas sola metitur.

12. Primi inter se numeri sunt, quos unitas sola communis mensura metitur.

13. Compositus numerus est, quem numerus aliquis metitur.

14. Compositi inter se numeri sunt, quos numerus aliquis communis mensura metitur.

15. Numerus numerum multiplicare dicitur, ubi quot sunt in eo unitates, toties componitur numerus multiplicatus, et oritur aliquis numerus.

16. Ubi autem duo numeri inter se multiplicantes numerum aliquem efficiunt, numerus inde ortus planus uocatur, latera autem eius numeri inter se multiplicantes.

17. Ubi autem tres numeri inter se multiplicantes numerum aliquem efficiunt, numerus inde ortus solidus est, latera autem eius numeri inter se multiplicantes.

18. Quadratus numerus est aequaliter aequalis, siue qui duobus aequalibus numeris comprehenditur.

---

om. V. 8. *δὲ πρός* P. 14. *πολυπλασιάζειν* PBp. 16. *πολλαπλασιαζόμενος*] -*ζόμενος* e corr. m. 2 p. 18. *ποιῶσιν* PB. 22. *ποιῶσιν* B. *ἔστιν*] F, comp. p; *ἔστι* P, Psellus; *καλεῖται* BV. 23. Supra *οἱ* in P m. rec. *δύο*.

ιθ'. Τετράγωνος ἀριθμός ἐστιν ὁ ἰσάκις ἴσος ἢ [ὁ] ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

κ'. Κύβος δὲ ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις ἢ [ὁ] ὑπο τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

κα'. Ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν, ὅταν ὁ πρῶτος τοῦ δευτέρου καὶ ὁ τρίτος τοῦ τετάρτου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιος ἢ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσιν.

κβ'. Ὅμοιοι ἐπίπεδοι καὶ στερεοὶ ἀριθμοί εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς.

κγ'. Τέλειος ἀριθμός ἐστιν ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν.

α'.

Δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἀνθυφαιρουμένου δὲ ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, ἐὰν ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρῇ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως οὗ λειφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Δύο γὰρ [ἀνίσων] ἀριθμῶν τῶν *ΑΒ*, *ΓΔ* ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρείτω τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως οὗ λειφθῇ μονάς· λέγω, ὅτι οἱ *ΑΒ*, *ΓΔ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, τουτέστιν ὅτι τοὺς *ΑΒ*, *ΓΔ* μονὰς μόνη μετρεῖ.

Εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ *ΑΒ*, *ΓΔ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω, καὶ

23. Martianus Capella VII, 753.

2. ὁ] om. PB. 3. ὁ] om. P. 4. ἴσων] om. P; mg. m. 1 V, supra m. 2 B; hab. Psellus, Fp. ἀριθμῶν ἴσων P. 6. Ante ἰσάκις in F add. ᾖ; idem V supra scr. m. 1. 10.

19. Cubus autem est aequaliter aequalis aequaliter, siue qui tribus aequalibus numeris comprehenditur.

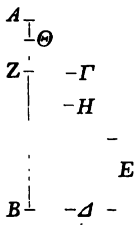
20. Numeri proportionales sunt, ubi primus secundi et tertius quarti aut aeque multiplex est aut eadem pars aut eaedem partes.

21. Similes numeri plani et solidi sunt, qui latera proportionalia habent.

22. Perfectus numerus est, qui partibus suis aequalis est.

I.

Datis duobus numeris inaequalibus et minore semper uicissim a maiore subtracto, si reliquus nunquam proxime antecedentem metitur, donec relinquitur unitas, numeri ab initio dati primi erunt inter se.



Nam duorum numerorum *AB*, *ΓΔ* minore semper uicissim a maiore subtracto reliquus ne metiatur unquam proxime antecedentem, donec relinquitur unitas. dico, numeros *AB*, *ΓΔ* inter se primos esse, hoc est, unitatem solam numeros *AB*, *ΓΔ* metiri.

nam si *AB*, *ΓΔ* inter se primi non erunt, aliquis numerus eos metietur. metiatur et sit *E*. et *ΓΔ*

ἑαυτοῦ] αὐτοῖς V, corr. in αὐτοῦ m. 2. 12. α′] om. V. 13. δύο] P; ἐὰν δύο Theon (BFVp). ἐκκειμένων] ἐκ- eras. F. ἀνθυφαιρομένου V; corr. m. 2. 14. δέ] P; om. Theon (BFVp). 15. ἐάν] P; om. Theon (BFVp). Post λειπόμενος ras. 2 litt. V. 16. ληφθῇ V. 19. ἀνίσων] om. P. τῶν] τῶ F, ν add. m. 2. ἀνθυφαιρομένου F. 21. πρό] supra m. 2 V. 22. ληφθῇ V. 23. εἰσί Vp. 26. ἀριθμὸς αὐτούς F. μετρήτω P, corr. m. rec.

ἔστω ὁ Ε· καὶ ὁ μὲν ΓΔ τὸν ΒΖ μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΖΑ, ὁ δὲ ΑΖ τὸν ΔΗ μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΗΓ, ὁ δὲ ΗΓ τὸν ΖΘ μετρῶν λειπέτω μονάδα τὴν ΘΑ.

Ἐπεὶ οὖν ὁ Ε τὸν ΓΔ μετρεῖ, ὁ δὲ ΓΔ τὸν ΒΖ μετρεῖ, καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν ΒΖ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ΒΑ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΑΖ μετρήσει. ὁ δὲ ΑΖ τὸν ΔΗ μετρεῖ· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν ΔΗ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ΔΓ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΓΗ μετρήσει. ὁ δὲ ΓΗ τὸν ΖΘ μετρεῖ· καὶ ο Ε ἄρα τὸν ΖΘ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ΖΑ· καὶ λοιπὴν ἄρα τὴν ΑΘ μονάδα μετρήσει ἀριθμὸς ὤν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς ΑΒ, ΓΔ ἀριθμοὺς μετρήσει τις ἀριθμός· οἱ ΑΒ, ΓΔ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β'.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ ΑΒ, ΓΔ. δεῖ δὴ τῶν ΑΒ, ΓΔ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

---

1. ΒΖ] PF; *ΑΒ* BVp, P m. rec.; *γρ. τὸν ΑΒ* F mg. m. 1. 2. *ΔΗ*] PF; *ΔΓ* BVp, P m. rec., *γρ. τὸν ΔΓ* mg. m. 1 F. 3. *ΗΓ*] *ΓΗ* P. *ΗΓ*] *ΓΗ* P. ΖΘ] PF; Ζ*Α* Bp et *Α* in ras. V, P m. rec., F m. 2. 5. *ΓΔ*] *ΔΓ* V in ras., p. ΒΖ] Ζ*Β* P. 6. *ΒΖ*] Ζ*Β* P. 7. *τόν*] *τό* p. *ΒΑ*] *ΑΒ* Pp. *ἄρα*] supra comp. F. *τόν*] *τό* p. *μετρήσει ὁ* Ε V. 9. *μετρεῖ*] (prius) PF; *μετρήσει* BVp, F e corr. m. 1. *τόν*] *τό* p. *ΔΓ*] *ΓΔ* P. 10. *τόν*] *τό* p. *μετρήσει ὁ* Ε V. 11. *μετρεῖ*] (prius) supra m. 2 V. *καί*] bis F. 21.

numerum BZ metiens relinquat[1]) se ipso minorem ZA, AZ autem numerum ΔH metiens se ipso minorem relinquat $H\Gamma$, $H\Gamma$ autem numerum $Z\Theta$ metiens relinquat unitatem ΘA.

iam quoniam E metitur $\Gamma\Delta$, et $\Gamma\Delta$ metitur BZ, etiam E metitur BZ. uerum etiam totum BA metitur; quare etiam reliquum AZ metietur. sed AZ metitur ΔH. quare etiam E metitur ΔH. uerum etiam totum $\Delta\Gamma$ metitur. quare etiam reliquum ΓH metietur. sed ΓH metitur $Z\Theta$. quare etiam E metitur $Z\Theta$. uerum etiam totum ZA metitur. quare etiam quae relinquitur, unitatem $A\Theta$ metietur, cum ipse numerus sit; quod fieri non potest. itaque non metietur numeros AB, $\Gamma\Delta$ numerus aliquis. ergo AB, $\Gamma\Delta$ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.[2])

II.

Datis duobus numeris non inter se primis maximam mensuram communem inuenire.

Sint duo numeri dati non primi inter se AB, $\Gamma\Delta$. oportet igitur numerorum AB, $\Gamma\Delta$ maximam mensuram communem inuenire.

---

1) Sc. ex AB. neque enim dubitari potest, quin BZ in P et optimo Theoninorum seruatum uera sit scriptura, cum μετρεῖν semper apud Euclidem significet: sine residuo metiri, cfr. lin. 5, 8. eadem est ratio lin. 2—3 et p. 192, 11 sq.

2) Retinui in libris VII—IX figuras codd., id quod ipsa res suadere uidebatur, uelut statim ratio prop. I; nam ii, qui pro lineis puncta substituunt, et in alias difficultates incurrunt et ad certos numeros confugere coguntur, quod ab Euclide alienissimum est.

Post prius $\Gamma\Delta$ add. V: καὶ ἔστω ἐλάσσων ὁ $\Gamma\Delta$. 22. κοινόν] κοι- in ras V.

Εἰ μὲν οὖν ὁ ΓΔ τὸν ΑΒ μετρεῖ, μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν, ο ΓΔ ἄρα τῶν ΓΔ, ΑΒ κοινὸν μέτρον ἐστίν. καὶ φανερόν, ὅτι καὶ μέγιστον· οὐδεὶς γὰρ μείζων τοῦ ΓΔ τὸν ΓΔ μετρήσει.

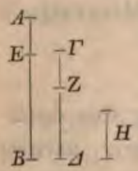
Εἰ δὲ οὐ μετρεῖ ὁ ΓΔ τὸν ΑΒ, τῶν ΑΒ, ΓΔ ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος λειφθήσεταί τις ἀριθμός, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ. μονὰς μὲν γὰρ οὐ λειφθήσεται· εἰ δὲ μή, ἔσονται οἱ ΑΒ, ΓΔ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. λειφθήσεταί τις ἄρα ἀριθμός, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ. καὶ ὁ μὲν ΓΔ τὸν ΒΕ μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΕΑ, ὁ δὲ ΕΑ τὸν ΔΖ μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΖΓ, ὁ δὲ ΓΖ τὸν ΑΕ μετρείτω. ἐπεὶ οὖν ὁ ΓΖ τὸν ΑΕ μετρεῖ, ὁ δὲ ΑΕ τὸν ΔΖ μετρεῖ, καὶ ὁ ΓΖ ἄρα τὸν ΔΖ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν· καὶ ὅλον ἄρα τὸν ΓΔ μετρήσει. ὁ δὲ ΓΔ τὸν ΒΕ μετρεῖ· καὶ ὁ ΓΖ ἄρα τὸν ΒΕ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΕΑ· καὶ ὅλον ἄρα τὸν ΒΑ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΓΔ· ὁ ΓΖ ἄρα τοὺς ΑΒ, ΓΔ μετρεῖ. ὁ ΓΖ ἄρα τῶν ΑΒ, ΓΔ κοινὸν μέτρον ἐστίν. λέγω δή, ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ ΓΖ τῶν ΑΒ, ΓΔ μέγιστον κοινὸν μέτρον, μετρήσει τις τοὺς ΑΒ, ΓΔ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ ΓΖ. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Η. καὶ ἐπεὶ ὁ Η τὸν ΓΔ μετρεῖ, ὁ δὲ ΓΔ τὸν ΒΕ με-

---

2. *ΓΔ, ΑΒ*] *ΑΒ, ΓΔ* P. *ἐστι* BFV; comp. p. 5. *δέ*] *δ'* F. 6. *αἰεί* Theon (BFVp). *ἐλάττονος* FV. 7. *ληφθήσεται* Vp, corr. m. 1. 8. *ληφθήσεται* p; P, corr. m. rec. 10. *ληφθήσεται* p. *ἄρα*] supra m. 1 F. *ἄρα τις* V. *ὅς*] supra m. 1 F; mg. m. rec. B. 11. *ΒΕ*] PF; *ΑΒ* BVp, P m. rec., *γρ. τὸν ΑΒ* mg. m. 1 F. 12. *ΔΖ*] PF; *ΓΔ* p; *ΔΓ* B, V in ras. m. 2, P m. rec; *τὸν ΔΓ* F mg. m. 1. 13.

iam si ΓΔ metitur AB, et etiam se ipsum metitur, ΓΔ communis erit mensura numerorum ΓΔ, AB. et adparet, eum etiam maximam esse. neque enim ullus numerus numero ΓΔ maior metietur ΓΔ.

at si ΓΔ non metitur AB, minore numerorum AB, ΓΔ semper uicissim a maiore subtracto relinquetur numerus aliquis, qui proxime antecedentem metietur. unitas enim non relinquetur; sin minus, AB, ΓΔ inter se primi erunt [prop. I]; quod contra hypothesim est. ergo numerus aliquis relinquetur, qui proxime antecedentem metietur. et ΓΔ metiens BE relinquat se ipso minorem EA, EA autem ΔZ metiens relinquat se ipso minorem ZΓ, ΓZ autem AE metiatur. iam quoniam ΓZ metitur AE, AE autem ΔZ metitur, etiam ΓZ metietur ΔZ. uerum etiam se ipsum metitur. quare etiam totum ΓΔ metietur. sed ΓΔ metitur BE; quare etiam ΓZ metitur BE. uerum etiam EA metitur. quare etiam totum BA metietur. uerum etiam ΓΔ metitur. ergo ΓZ metitur AB, ΓΔ. itaque ΓZ communis est mensura numerorum AB, ΓΔ. dico iam, eum etiam maximam esse. nam si ΓZ numerorum AB, ΓΔ communis mensura maxima non est, aliquis numerus maior numero ΓZ numeros AB, ΓΔ metietur. metiatur, et sit H. et quoniam H metitur ΓΔ, ΓΔ autem BE



ZΓ] ΓZ BVp. δέ] om. B. 14. Ante ἐπεί in V est: ὁ δὲ EA (in ras. m. 2) ἑαυτοῦ ἐλάσσονα οὐ μετρεῖ τὸ (τὸν m. 2) ΓZ. 21. ἐστί BV, comp. p.

τρεῖ, καὶ ὁ Η ἄρα τὸν ΒΕ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ΒΑ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΑΕ μετρήσει. ὁ δὲ ΑΕ τὸν ΔΖ μετρεῖ· καὶ ὁ Η ἄρα τὸν ΔΖ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν ΔΓ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΓΖ μετρήσει ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς ΑΒ, ΓΔ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει μείζων ὢν τοῦ ΓΖ· ὁ ΓΖ ἄρα τῶν ΑΒ, ΓΔ μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ'.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ Α, Β, Γ· δεῖ δὴ τῶν Α, Β, Γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Εἰλήφθω γὰρ δύο τῶν Α, Β τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ Δ· ὁ δὴ Δ τὸν Γ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον· μετρεῖ δὲ καὶ τοὺς Α, Β· ὁ Δ ἄρα τοὺς Α, Β, Γ μετρεῖ· ὁ Δ ἄρα τῶν Α, Β, Γ κοινὸν μέτρον ἐστίν. λέγω δή, ὅτι καὶ μέγιστον.

---

3. μετρεῖ· καί] corr. ex μετρήσει m. 1 p. τὸν ΔΖ ἄρα F. μετρήσει] μετρεῖ P. 4. τόν] corr. ex τό m. 1 p. ΔΓ] ΓΔ p. 5. ἐστίν] om. B. 8. ἐστιν PV. 10. τοῦτο P, sed corr. 12. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] P; om. BFVp. 19. μέτρον] bis p. 20. δύο γάρ p. 22. μετρεῖ] (alt.) om. F. 24. ἐστίν] comp. Fp; ἐστί PBV. δή] om. P.

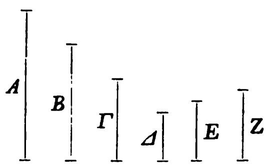
metitur, etiam *H* metitur *BE*. uerum etiam totum *BΑ* metitur. quare etiam reliquum *ΑE* metietur. sed *ΑE* metitur *ΔZ*. quare etiam *H* metietur *ΔZ*. uerum etiam totum *ΔΓ* metitur. quare etiam reliquum *ΓZ* metietur maior minorem; quod fieri non potest. ergo numeros *AB*, *ΓΔ* non metietur numerus maior numero *ΓZ*. ergo *ΓZ* maxima est communis mensura numerorum *AB*, *ΓΔ*.

Corollarium.

Hinc manifestum est, si numerus duos numeros metiatur, eum etiam maximam eorum mensuram communem mensurum esse.[1]) — quod erat demonstrandum.

III.

Datis tribus numeris non primis inter se maximam mensuram communem inuenire.



Sint tres numeri dati non primi inter se *A*, *B*, *Γ*. oportet igitur numerorum *A*, *B*, *Γ* maximam mensuram communem inuenire.

sumatur enim duorum numerorum *A*, *B* maxima mensura communis *Δ* [prop. II]. *Δ* igitur aut metitur *Γ* aut non metitur. prius metiatur. metitur autem etiam *A*, *B*. *Δ* igitur numeros *A*, *B*, *Γ* meti-

1) Nam *H* et *AB*, *ΓΔ* et communem eorum mensuram maximam *ΓZ* metitur (p. 194, 5).

εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ Δ τῶν Α, Β, Γ μέγιστον κοινὸν μέτρον, μετρήσει τις τοὺς Α, Β, Γ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ Δ. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Ε. ἐπεὶ οὖν ὁ Ε τοὺς Α, Β, Γ μετρεῖ, καὶ τοὺς Α, Β ἄρα μετρήσει· καὶ τὸ τῶν Α, Β ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν Α, Β μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ Δ· ὁ Ε ἄρα τὸν Δ μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς Α, Β, Γ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει μείζων ὢν τοῦ Δ· ὁ Δ ἄρα τῶν Α, Β, Γ μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον.

Μὴ μετρείτω δὴ ὁ Δ τὸν Γ· λέγω πρῶτον, ὅτι οἱ Γ, Δ οὔκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. ἐπεὶ γὰρ οἱ Α, Β, Γ οὔκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. ὁ δὴ τοὺς Α, Β, Γ μετρῶν καὶ τοὺς Α, Β μετρήσει, καὶ τὸ τῶν Α, Β μέγιστον κοινὸν μέτρον τὸν Δ μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Γ· τοὺς Δ, Γ ἄρα ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει· οἱ Δ, Γ ἄρα οὔκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. εἰλήφθω οὖν αὐτῶν τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ Ε. καὶ ἐπεὶ ὁ Ε τὸν Δ μετρεῖ, ὁ δὲ Δ τοὺς Α, Β μετρεῖ, καὶ ὁ Ε ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Γ· ὁ Ε ἄρα τοὺς Α, Β, Γ μετρεῖ· ὁ Ε ἄρα τῶν Α, Β, Γ κοινόν ἐστι μέτρον. λέγω δή, ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ Ε τῶν Α, Β, Γ τὸ μέγιστον κοινὸν

---

1. γάρ] corr. ex γα m. 2 P. κοινὸν μέγιστον V. 3. ὤν] om. V. 4. οὖν] om. BFp. 7. E] corr. ex Γ m. 2 F. 8. ἐστίν] om. Fp. 9. ἀριθμός] om. F. τις] om. P. ὤν] om. P. 12. μή] supra F. 13. Γ, Δ] Δ, Γ BVp. 15. ἀριθμὸς αὐτούς F. τούς] corr. ex τοῦ m. rec. F. 17. τόν] τό FV. μετρήσει τὸν Δ p. 18. ἀριθμούς] m. 2 V; om. BF. ἀριθμός] F, ἀριθμούς φ. 21. μετρεῖ] (alt.)

tur. quare *Δ* communis mensura est numerorum *A*, *B*, *Γ*. dico, eundem maximam esse. nam si *Δ* numerorum *A*, *B*, *Γ* maxima mensura communis non est, numerus aliquis numero *Δ* maior numeros *A*, *B*, *Γ* metietur. metiatur et sit *E*. iam quoniam *E* numeros *A*, *B*, *Γ* metitur, etiam *A*, *B* metietur. quare etiam maximam mensuram communem numerorum *A*, *B* metietur [prop. II coroll.]. uerum maxima mensura communis numerorum *A*, *B* est *Δ*. itaque *E* metitur *Δ* maior minorem; quod fieri non potest. itaque numeros *A*, *B*, *Γ* non metietur numerus maior numero *Δ*. ergo *Δ* maxima est mensura communis numerorum *A*, *B*, *Γ*.

iam ne metiatur *Δ* numerum *Γ*. dico primum, numeros *Γ*, *Δ* non esse primos inter se. nam quoniam *A*, *B*, *Γ* primi non sunt inter se, numerus aliquis eos metietur. qui autem *A*, *B*, *Γ* metitur, etiam *A*, *B* metietur, et *Δ* maximam mensuram communem numerorum *A*, *B* metietur [prop. II coroll.]. uerum etiam *Γ* metitur. quare numeros *Δ*, *Γ* numerus aliquis metietur. itaque *Δ*, *Γ* primi non sunt inter se. sumatur igitur eorum maxima mensura communis *E* [prop. II]. et quoniam *E* metitur *Δ*, *Δ* autem *A*, *B* metitur, etiam *E* metitur *A*, *B*. uerum etiam *Γ* metitur. *E* igitur *A*, *B*, *Γ* metitur. quare *E* numerorum *A*, *B*, *Γ* communis est mensura. iam dico, eundem maximam esse. nam si *E* numerorum *A*, *B*, *Γ*

---

bis F. *καὶ ὁ E ἄρα τοὺς A, B μετρεῖ*] mg. m. 2 B. 23. *Γ*] insert. m. rec. B. *κοινόν*] bis P, sed. corr. 24. *δή*] om. P. 25. *τό*] om. p.

μέτρον, μετρήσει τις τοὺς Α, Β, Γ ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ Ε. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Ζ. καὶ ἐπεὶ ὁ Ζ τοὺς Α, Β, Γ μετρεῖ, καὶ τοὺς Α, Β μετρεῖ· καὶ τὸ τῶν Α, Β ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν Α, Β μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ Δ· ὁ Ζ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Γ· ὁ Ζ ἄρα τοὺς Δ, Γ μετρεῖ· καὶ τὸ τῶν Δ, Γ ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν Δ, Γ μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ Ε· ὁ Ζ ἄρα τὸν Ε μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς Α, Β, Γ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει μείζων ὢν τοῦ Ε· ὁ Ε ἄρα τῶν Α, Β, Γ μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δʹ.

Ἅπας ἀριθμὸς παντὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος ἤτοι μέρος ἐστὶν ἢ μέρη.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, ΒΓ, καὶ ἔστω ἐλάσσων ὁ ΒΓ· λέγω, ὅτι ὁ ΒΓ τοῦ Α ἤτοι μέρος ἐστὶν ἢ μέρη.

Οἱ Α, ΒΓ γὰρ ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ οὔ. ἔστωσαν πρότερον οἱ Α, ΒΓ πρῶτοι πρὸς

---

1. ἀριθμούς] om. P. 4. ἄρα] om. V. μέτρον] om. P. 7. τόν] τό F, sed corr. τό] supra m. 1 P. Δ, Γ] e corr. m. 2 V. 11. ἀριθμούς] comp. F; om. Vp. 13. ἔστιν V. Post μέτρον add. BV: τριῶν ἄρα ἀριθμῶν δοθέντων ηὕρηται τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον. δεῖξαι] P; ποιῆσαι Theon (BFVp). Seq. in p, B in mg. imo m. 1, V mg. m. 2: πόρισμα. ἐκ δή (eras. B) τούτου (τούτων V) φανερόν, ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς τρεῖς ἀριθμοὺς μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει. ὁμοίως δὲ καὶ πλειόνων ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν (om. Vp) κοινὸν μέτρον εὑρίσκεται καὶ τὸ πόρισμα προχωρήσει. Praeterea V in textu

maxima non est mensura communis, numerus aliquis maior numero *E* numeros *Δ*, *B*, *Γ* metietur. metiatur et sit *Z*. et quoniam *Z* numeros *Δ*, *B*, *Γ* metitur, etiam *Δ*, *B* metitur; quare etiam maximam numerorum *Δ*, *B* mensuram communem metietur [prop. II coroll.]. uerum numerorum *Δ*, *B* maxima mensura communis est *Δ*. *Z* igitur *Δ* metitur. uerum etiam *Γ* metitur. *Z* igitur *Δ*, *Γ* metitur. quare etiam numerorum *Δ*, *Γ* maximam mensuram communem metitur. uerum numerorum *Δ*, *Γ* maxima mensura communis est *E*. *Z* igitur *E* metitur maior minorem; quod fieri non potest. itaque numeros *Δ*, *B*, *Γ* non metietur numerus maior numero *E*. ergo *E* maxima est communis mensura numerorum *Δ*, *B* *Γ*; quod erat demonstrandum.[1])

IV.

Minor numerus maioris semper aut pars est aut partes.

Sint duo numeri *Δ*, *BΓ*, et minor sit *BΓ*. dico *BΓ* numeri *Δ* aut partem aut partes esse.

nam *Δ*, *BΓ* aut primi sunt inter se aut non primi. prius *Δ*, *BΓ* primi sint inter se. diuiso igitur *BΓ*

1) Cfr. p. 194, 12. proprie nec δεῖξαι nec ποιῆσαι, sed εὑρεῖν dicendum erat (Studien p. 62); nam propp. II—III πορίσματα sunt (ib. p. 61). inde consecuta est uariatio scripturae.

habet: τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ πλειόνων ἀριθμῶν δοθέντων τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρήσομεν. 15. Ἅπας] Ἅ littera initialis add. m. 2, ut semper fere, V; eras. B; habent Ppφ. 17. ἐλάττων F. 18. λέγω ὅτι] in ras. φ. ὁ *BΓ* τοῦ *Δ*] eras. F. 21. πρότεροι V. οἱ *Δ*, *BΓ*] mg. V.

ἀλλήλους. διαιρεθέντος δὴ τοῦ ΒΓ εἰς τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας ἔσται ἑκάστη μονὰς τῶν ἐν τῷ ΒΓ μέρος τι τοῦ Α· ὥστε μέρη ἐστὶν ὁ ΒΓ τοῦ Α.

Μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ Α, ΒΓ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· ὁ δὴ ΒΓ τὸν Α ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. εἰ μὲν οὖν ὁ ΒΓ τὸν Α μετρεῖ, μέρος ἐστὶν ὁ ΒΓ τοῦ Α. εἰ δὲ οὔ, εἰλήφθω τῶν Α, ΒΓ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ Δ, καὶ διῃρήσθω ὁ ΒΓ εἰς τοὺς τῷ Δ ἴσους τοὺς ΒΕ, ΕΖ, ΖΓ. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν Α μετρεῖ, μέρος ἐστὶν ὁ Δ τοῦ Α· ἴσος δὲ ὁ Δ ἑκάστῳ τῶν ΒΕ, ΕΖ, ΖΓ· καὶ ἕκαστος ἄρα τῶν ΒΕ, ΕΖ, ΖΓ τοῦ Α μέρος ἐστίν· ὥστε μέρη ἐστὶν ὁ ΒΓ τοῦ Α.

Ἅπας ἄρα ἀριθμὸς παντὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος ἤτοι μέρος ἐστὶν ἢ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ᾖ, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

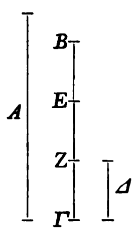
Ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α [ἀριθμοῦ] τοῦ ΒΓ μέρος ἔστω, καὶ ἕτερος ὁ Δ ἑτέρου τοῦ ΕΖ τὸ αὐτὸ μέρος, ὅπερ ὁ Α τοῦ ΒΓ· λέγω, ὅτι καὶ συναμφότερος ὁ Α, Δ συναμφοτέρου τοῦ ΒΓ, ΕΖ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὁ Α τοῦ ΒΓ.

Ἐπεὶ γάρ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ ΒΓ, τὸ αὐτὸ

---

1. δή] γάρ, supra scr. δή F. ἑαυτῷ p et F (corr. φ). 2. τι] F; τό φ. 4. οἱ Α, ΒΓ] om. V. ἀλλήλους οἱ Α, ΒΓ V. 7. τὸ μέγιστον BFp. 8. ὁ ΒΓ] F; ΑΒΓ φ. τῷ] corr. ex τό p. 9. καί] om. BFp. 10. δέ] δή P. ἑκατέρῳ Vφ. 11. καί] F; ὁ φ. ἄρα τοῦ V. 13. ἐλάττων φ. 18. ᾖ] P; om. BFVp. 21. ἀριθμοῦ] om. P. μέρος] F, μόνος φ.

in suas unitates unaquaeque unitas in $B\Gamma$ comprehensa pars aliqua erit numeri A; quare $B\Gamma$ numeri A partes erunt.

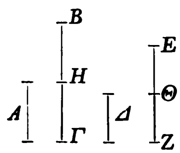


iam ne sint A, $B\Gamma$ inter se primi. itaque $B\Gamma$ aut metitur A aut non metitur. iam si $B\Gamma$ metitur A, pars est $B\Gamma$ numeri A. sin minus, sumatur numerorum A, $B\Gamma$ maxima mensura communis Δ [prop. II], et diuidatur $B\Gamma$ in partes numero Δ aequales, BE, EZ, $Z\Gamma$. et quoniam Δ metitur A, pars est Δ numeri A. sed $\Delta = BE = EZ = Z\Gamma$. quare etiam unusquisque numerorum BE, EZ, $Z\Gamma$ pars est numeri A. quare $B\Gamma$ partes sunt numeri A.

Ergo minor numerus maioris semper aut pars est aut partes; quod erat demonstrandum.

V.

Si numerus numeri pars est, et alius numerus alius numeri eadem pars, etiam uterque utriusque eadem pars erit, quae unus unius.



nam numerus A numeri $B\Gamma$ pars sit, et alius numerus Δ alius numeri EZ eadem pars sit, quae A numeri $B\Gamma$. dico, etiam $A + \Delta$ numeri $B\Gamma + EZ$ eandem partem esse, quae sit A numeri $B\Gamma$.

nam quoniam quae pars est A numeri $B\Gamma$, eadem

22. μέρος] μέρος ἐστίν (-ιν m. 2 e corr.) V. 23. λέγω — 25: $B\Gamma$] mg. m. 2 V. 24. EZ] F, BZ φ. 26. ὅ] supra m. 1 V. τὸ αὐτό] τοῦτο P.

μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Δ τοῦ ΕΖ, ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ ΒΓ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Α, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ ΕΖ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Δ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΒΓ εἰς τοὺς τῷ Α ἴσους τοὺς ΒΗ, ΗΓ, ὁ δὲ ΕΖ εἰς τοὺς τῷ Δ ἴσους τοὺς ΕΘ, ΘΖ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ, ΗΓ τῷ πλήθει τῶν ΕΘ, ΘΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ μὲν ΒΗ τῷ Α, ὁ δὲ ΕΘ τῷ Δ, καὶ οἱ ΒΗ, ΕΘ ἄρα τοῖς Α, Δ ἴσοι. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ ΗΓ, ΘΖ τοῖς Α, Δ. ὅσοι ἄρα [εἰσὶν] ἐν τῷ ΒΓ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Α, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τοῖς ΒΓ, ΕΖ ἴσοι τοῖς Α, Δ. ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ὁ ΒΓ τοῦ Α, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ ΒΓ, ΕΖ συναμφοτέρου τοῦ Α, Δ. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ ΒΓ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ Α, Δ συναμφοτέρου τοῦ ΒΓ, ΕΖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ς'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ᾖ, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ τοῦ Γ μέρη ἔστω, καὶ ἕτερος ὁ ΔΕ ἑτέρου τοῦ Ζ τὰ αὐτὰ μέρη, ἅπερ ὁ ΑΒ τοῦ Γ· λέγω, ὅτι καὶ συναμφότερος ὁ ΑΒ, ΔΕ

1. ἐστίν F. καί] in ras. m. 2 p, insert. m. 2 F. Δ] corr. ex Α m. 2 p. ἄρα] ἄρα ἀριθμοί V. 2. ἀριθμοί] om. V. Α] Δ φ. εἰσιν PB. 7. Post Δ add. Theon: ὁ ΒΗ ἄρα τῷ Α ἴσος ἐστί (ἐστίν B) (BFVp). 8. ἄρα] om. Theon (BFVp). ἴσοι] om. Theon (BFVp). τὰ αὐτά] ταῦτα V. Post δή add. Theon: καὶ ὁ ΗΓ τῷ Α ἴσος (F, ἴσον φ) ἐστίν (ἐστί V, comp. p) (BFVp). In V praeterea add. καὶ ὁ ΘΖ τῷ Δ. οἱ ΗΓ, ΘΖ τοῖς Α, Δ] ὁ ΗΓ τῷ Α ἴσος ἐστίν, ὁ δὲ ΘΖ τῷ Δ P; ὁ ΗΓ τοῖς ΑΔ φ (non F). In emendatione praeiuit

pars est etiam Δ numeri EZ, quot sunt in $B\Gamma$ numeri numero A aequales, totidem etiam in EZ numeri sunt numero Δ aequales. diuidatur $B\Gamma$ in numeros numero A aequales BH, $H\Gamma$, EZ autem in $E\Theta$, ΘZ numero Δ aequales. erit igitur multitudo numerorum BH, $H\Gamma$ multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ aequalis. et quoniam est $BH = A$, $E\Theta = \Delta$, erunt $BH + E\Theta = A + \Delta$. eadem de causa etiam

$$H\Gamma + \Theta Z = A + \Delta.$$

itaque quot sunt in $B\Gamma$ numeri numero A aequales, totidem sunt etiam in $B\Gamma + EZ$ numeris $A + \Delta$ aequales. quare quoties multiplex est $B\Gamma$ numeri A, toties multiplex est etiam $B\Gamma + EZ$ numerorum $A + \Delta$. itaque quae pars est A numeri $B\Gamma$, eadem pars etiam $A + \Delta$ sunt numerorum $B\Gamma + EZ$; quod erat demonstrandum.

VI.

Si numerus numeri partes sunt, et alius numerus alius numeri eaedem partes, etiam uterque utriusque eaedem partes erunt, quae unus unius.

Nam numerus AB partes sint numeri Γ, et alius ΔE alius Z eaedem partes, quae AB numeri Γ.

Augustus. 9. τοῖς] ἄρα τοῖς V. Δ] Δ ἴσοι εἰσίν V. ὅσοι] ὅσ- in ras. m. 2 F; ἴση φ (non F). εἰσίν] om. P. 10. εἴσιν PB. 12. ἐστίν P. 13. ὅ] om. φ (non F). μέρος] F, μέν φ. 15. δεῖξαι] ποιῆσαι V. 17. μέρος p. 21. ἀριθμοῦ] ἀριθμόν φ (non F). 22. ΔE] E supra m. 1 V. 23. ὅτι συναμφότεροι οἱ p.

μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Δ τοῦ ΕΖ, ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ ΒΓ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Α, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ ΕΖ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Δ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΒΓ εἰς τοὺς τῷ Α ἴσους τοὺς ΒΗ, ΗΓ, ὁ δὲ ΕΖ εἰς τοὺς τῷ Δ ἴσους τοὺς ΕΘ, ΘΖ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ, ΗΓ τῷ πλήθει τῶν ΕΘ, ΘΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ μὲν ΒΗ τῷ Α, ὁ δὲ ΕΘ τῷ Δ, καὶ οἱ ΒΗ, ΕΘ ἄρα τοῖς Α, Δ ἴσοι. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ ΗΓ, ΘΖ τοῖς Α, Δ. ὅσοι ἄρα [εἰσὶν] ἐν τῷ ΒΓ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Α, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τοῖς ΒΓ, ΕΖ ἴσοι τοῖς Α, Δ. ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ὁ ΒΓ τοῦ Α, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ ΒΓ, ΕΖ συναμφοτέρου τοῦ Α, Δ. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ ΒΓ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ Α, Δ συναμφοτέρου τοῦ ΒΓ, ΕΖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ς'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ᾖ, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ τοῦ Γ μέρη ἔστω, καὶ ἕτερος ὁ ΔΕ ἑτέρου τοῦ Ζ τὰ αὐτὰ μέρη, ἅπερ ὁ ΑΒ τοῦ Γ· λέγω, ὅτι καὶ συναμφότερος ὁ ΑΒ, ΔΕ

---

1. ἐστίν F. καί] in ras. m. 2 p, insert. m. 2 F. Δ] corr. ex Α m. 2 p. ἄρα] ἄρα ἀριθμοί V. 2. ἀριθμοί] om. V. Α] Δ φ. εἴσιν PB. 7. Post Δ add. Theon: ὁ ΒΗ ἄρα τῷ Α ἴσος ἐστί (ἐστίν B) (BFVp). 8. ἄρα] om. Theon (BFVp). ἴσοι] om. Theon (BFVp). τὰ αὐτά] ταῦτα V. Post δ add. Theon: καὶ ὁ ΗΓ τῷ Α ἴσος (F, ἴσον φ) ἐστίν (ἐστί V comp. p) (BFVp). In V praeterea add. καὶ ὁ ΘΖ τῷ Δ. οἱ ΗΓ, ΘΖ τοῖς Α, Δ] ὁ ΗΓ τῷ Α ἴσος ἐστίν, ὁ δὲ Θ τῷ Δ P; ὁ ΗΓ τοῖς ΑΔ φ (non F). In emendatione praeiu

συναμφοτέρου τοῦ Γ, Ζ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὁ ΑΒ τοῦ Γ.

Ἐπεὶ γάρ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ Γ, τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ὁ ΔΕ τοῦ Ζ, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ μέρη τοῦ Γ, τοσαῦτά ἐστι καὶ ἐν τῷ ΔΕ μέρη τοῦ Ζ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΑΒ εἰς τὰ τοῦ Γ μέρη τὰ ΑΗ, ΗΒ, ὁ δὲ ΔΕ εἰς τὰ τοῦ Ζ μέρη τὰ ΔΘ, ΘΕ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΑΗ, ΗΒ τῷ πλήθει τῶν ΔΘ, ΘΕ. καὶ ἐπεί, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΔΘ τοῦ Ζ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ο ΑΗ τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ ΑΗ, ΔΘ συναμφοτέρου τοῦ Γ, Ζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΗΒ τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ ΗΒ, ΘΕ συναμφοτέρου τοῦ Γ, Ζ. ἃ ἄρα μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ Γ, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ ΑΒ, ΔΕ συναμφοτέρου τοῦ Γ, Ζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

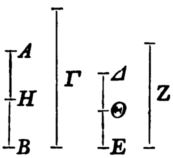
Ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ τοῦ ΓΔ μέρος ἔστω, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ὁ ΑΕ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΓΖ· λέγω, ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ ΑΒ ὅλου τοῦ ΓΔ.

---

4. ΔΕ] Ε e corr. m. 2 F. 5. ἐστι] om. B. 6. ΑΗ] Α corr. ex Δ F. 7. ΔΕ] ΕΔ p. 10. ἐστίν BF. 11. ἐστίν] ἐστὶν καί F, sed καί del. καί] καὶ ὁ p. 13. δή] del. m. 2 P. ἐστί V. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστί] καὶ ὁ ΕΘ τοῦ Ζ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶ τὸ ΗΒ τοῦ Γ P. 14. καί] καὶ ὁ p. 15. ἃ] supra m. 1 V. 16. ἐστίν PB. 18. ζ'] om. V, in

dico, etiam $AB + \Delta E$ numerorum $\Gamma + Z$ easdem partes esse, quae sit AB numeri Γ.

nam quoniam quae partes est AB numeri Γ, eaedem est ΔE numeri Z, quot sunt in AB partes numeri Γ, totidem etiam in ΔE sunt partes numeri Z. diuidatur AB in AH, HB partes numeri Γ, ΔE autem in $\Delta\Theta$, ΘE partes numeri Z. itaque multitudo numerorum AH, HB multitudini numerorum $\Delta\Theta$, ΘE aequalis erit. et quoniam quae pars est AH numeri Γ, eadem est etiam $\Delta\Theta$ numeri Z, $AH + \Delta\Theta$ eadem pars erit numerorum $\Gamma + Z$, quae AH numeri Γ [prop. V]. eadem de causa etiam quae pars est HB numeri Γ, eadem pars est $HB + \Theta E$ numerorum $\Gamma + Z$. ergo quae partes est AB numeri Γ, eaedem partes sunt $AB + \Delta E$ numerorum $\Gamma + Z$; quod erat demonstrandum.



VII.

Si numerus numeri eadem pars est, quae ablatus numerus ablati, etiam reliquus reliqui eadem pars erit, quae totus totius.

Nam numerus AB numeri $\Gamma\Delta$ eadem sit pars, quae ablatus numerus AE ablati ΓZ. dico, etiam reliquum EB reliqui $Z\Delta$ eandem esse partem, quae totus AB sit totius $\Gamma\Delta$.

---

quo haec prop. a. m. 1 solo signo : ∼ a priore dirempta erat; corr. m. 2. 20. ὃ] supra m. 1 P. 21. ὃ] supra m. 1 P, om. F. ὅλον] in ras. F. 23. AE] A eras. V. 24. καί] καὶ ὁ BFVp. 25. ὅλος] ὁ ὅλος B.

Ὃ γὰρ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἔστω καὶ ὁ ΕΒ τοῦ ΓΗ. καὶ ἐπεί, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΕΒ τοῦ ΓΗ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΗΖ. ὃ δὲ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ὑπόκειται καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΗΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ τοῦ ΓΔ· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΗΖ τῷ ΓΔ. κοινὸς ἀφῃρήσθω ὁ ΓΖ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΗΓ λοιπῷ τῷ ΖΔ ἐστιν ἴσος. καὶ ἐπεί, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος [ἐστὶ] καὶ ὁ ΕΒ τοῦ ΗΓ, ἴσος δὲ ὁ ΗΓ τῷ ΖΔ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΕΒ τοῦ ΖΔ. ἀλλὰ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ ΑΒ ὅλου τοῦ ΓΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ηʹ.

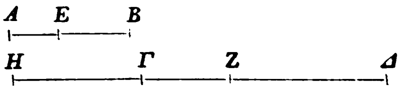
Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ τοῦ ΓΔ μέρη ἔστω, ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ὁ ΑΕ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΓΖ· λέγω,

---

7. ἐστίν PB, comp. p. ΗΖ] corr. ex ΗΓ m. 1 F. 8. καί] καὶ ὁ ΑΒ Theon (BFVp); ὁ ΑΒ add. in mg. m. rec. P. Post ΓΔ add. Theon: ὁ ΑΒ ἄρα ἑκατέρου τῶν ΗΖ, ΓΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν (BFVp); idem P, mg. m. rec. ΗΖ] ΖΗ Vp. 9. κοινῶς P, corr. m. 1 et insuper m. rec. 10. ἴσος ἐστί V. 11. ἐστί] om. P. 12. ΗΓ] Γ in ras. F. δέ] δὲ καί Vp. ὁ ΗΓ τῷ ΔΖ F in ras. ἄρα] om. F. 13. ἐστίν P. ΕΒ τοῦ ΖΔ] ΑΒ τοῦ ΓΔ F, corr. m. 2. 14. ἀλλ' P, corr. m. 1.

nam quae pars est *ΑΕ* numeri *ΓΖ*, eadem pars sit *ΕΒ* numeri *ΓΗ*. et quoniam quae pars est *ΑΕ* numeri *ΓΖ*, eadem pars est *ΕΒ* numeri *ΓΗ*, etiam *ΑΒ* numeri *ΗΖ* eadem pars est, quae *ΑΕ* numeri *ΓΖ* [prop. V]. supposuimus autem, *ΑΒ* numeri *ΓΔ* eandem partem esse, quae sit *ΑΕ* numeri *ΓΖ*. itaque quae pars est *ΑΒ* numeri *ΗΖ*, eadem idem pars est numeri *ΓΔ*. itaque *ΗΖ* = *ΓΔ*. subtrahatur, qui communis est, *ΓΖ*. itaque *ΗΓ* = *ΖΔ*. et quoniam quae pars est *ΑΕ* numeri *ΓΖ*, eadem est *ΕΒ* numeri *ΗΓ*, et *ΗΓ* = *ΖΔ*, quae pars est *ΑΕ* numeri *ΓΖ*, eadem est *ΕΒ* numeri *ΖΔ*. uerum quae pars est *ΑΕ* numeri *ΓΖ*, eadem est *ΑΒ* numeri *ΓΔ*. ergo etiam reliquus *ΕΒ* reliqui *ΖΔ* eadem pars est, quae totus *ΑΒ* totius *ΓΔ*; quod erat demonstrandum.



VIII.

Si numerus numeri partes sunt eaedem, quae ablatus numerus ablati, etiam reliquus reliqui eaedem partes erunt, quae totus totius.

Nam numerus *ΑΒ* numeri *ΓΔ* eaedem partes sint, quae ablatus *ΑΕ* ablati *ΓΖ*. dico, etiam reliquum

---

ἀλλὰ ὅ] in ras. m. 2 F; ὃ ἄρα post ras. plus quam 2 linn. V. *ΑΕ*] *ΕΒ* V; e corr. F. *ΓΖ*] in ras. F; *ΖΔ* V. 15. Post *ΓΔ* add. Bp: ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ *ΕΒ* τοῦ *ΖΔ*, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ *ΑΒ* τοῦ *ΓΔ*; idem P mg. m. rec. καὶ λοιπὸς ἄρα] καί mutat in ὅ et in mg. add. ἄρα μέρος ἐστίν F m. 2 (λοιπὸς ἄρα in init. lin. seq. (a m. 1) intactum relinquitur). 16. ἐστί V. 17. *ΓΔ*] *ΒΓ* F. 21. ὁ] om. Pp; m. 2 F. 22. *ΓΔ*] *Γ* add. m. rec. P.

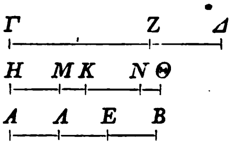
ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ ΑΒ ὅλου τοῦ ΓΔ.

Κείσθω γὰρ τῷ ΑΒ ἴσος ὁ ΗΘ. ἃ ἄρα μέρη ἐστὶν ὁ ΗΘ τοῦ ΓΔ, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΗΘ εἰς τὰ τοῦ ΓΔ μέρη τὰ ΗΚ, ΚΘ, ὁ δὲ ΑΕ εἰς τὰ τοῦ ΓΖ μέρη τὰ ΑΛ, ΛΕ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΗΚ, ΚΘ τῷ πλήθει τῶν ΑΛ, ΛΕ. καὶ ἐπεί, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΗΚ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΛ τοῦ ΓΖ, μείζων δὲ ὁ ΓΔ τοῦ ΓΖ, μείζων ἄρα καὶ ὁ ΗΚ τοῦ ΑΛ. κείσθω τῷ ΑΛ ἴσος ὁ ΗΜ. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΗΚ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΗΜ τοῦ ΓΖ· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΜΚ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ ΗΚ ὅλου τοῦ ΓΔ. πάλιν ἐπεί, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΚΘ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΕΛ τοῦ ΓΖ, μείζων δὲ ὁ ΓΔ τοῦ ΓΖ, μείζων ἄρα καὶ ὁ ΘΚ τοῦ ΕΛ. κείσθω τῷ ΕΛ ἴσος ὁ ΚΝ. ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΚΘ τοῦ ΓΔ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΚΝ τοῦ ΓΖ· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΝΘ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὅλος ὁ ΚΘ ὅλου τοῦ ΓΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ λοιπὸς ὁ ΜΚ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ὤν, ὅπερ ὅλος ὁ ΗΚ ὅλου τοῦ ΓΔ· καὶ συναμφότερος ἄρα ὁ ΜΚ, ΝΘ τοῦ ΔΖ τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ ΘΗ ὅλου

1. καί] καὶ ὁ V. ΖΔ] Δ add. m. 2 F. 2. ὅλος] ὁ ὅλος B. 4. ἐστί] ἐστίν F. 8. ΛΕ] in ras. V. 9. ΗΚ] Κ postea insert. V. ἐστίν PV. καί] om. P. 11. ΗΜ] ΜΗ Vp. 11. ἐστίν PF. 16. ἐστίν F. τοῦ ΓΖ] m. 2 supra scr. F. 17. ΘΚ] ΚΘ P. 18. ΚΝ] corr. ex ΚΗ m. rec. p; mutat. in ΚΗ m. 2 V. 19. μεμέρος P; corr. m. 2. ἐστίν F. καὶ λοιπός] λοιπός V. 20. ΝΘ] corr. ex ΗΘ m. rec. p. ΖΔ] Δ eras. V. ὅπερ] m. 2 V. 21. ἐδείχθη δέ — 23: ΓΔ] mg. V. 21. καί] καὶ ὁ BFV. ὁ] om. p.

EB reliqui $Z\Delta$ easdem partes esse, quae sit totus AB totius $\Gamma\Delta$.

ponatur enim $H\Theta = AB$. itaque quae partes est $H\Theta$ numeri $\Gamma\Delta$, eaedem est etiam AE numeri ΓZ. diuidatur $H\Theta$ in HK, $K\Theta$ partes numeri $\Gamma\Delta$, AE autem in $A\Lambda$, ΛE partes numeri ΓZ. itaque multitudo numerorum HK, $K\Theta$ multitudini numerorum $A\Lambda$, ΛE aequalis est. et quoniam quae pars est HK numeri $\Gamma\Delta$, eadem est $A\Lambda$ numeri ΓZ, et



$\Gamma\Delta > \Gamma Z$, erit etiam $HK > A\Lambda$. ponatur $HM = A\Lambda$. itaque quae pars est HK numeri $\Gamma\Delta$, eadem est HM numeri ΓZ. quare etiam reliquus MK reliqui $Z\Delta$ eadem pars est, quae totus HK totius $\Gamma\Delta$ [prop. VII]. rursus quoniam quae pars est $K\Theta$ numeri $\Gamma\Delta$, eadem est $E\Lambda$ numeri ΓZ, et $\Gamma\Delta > \Gamma Z$, erit etiam $\Theta K > E\Lambda$. ponatur $KN = E\Lambda$. itaque quae pars est $K\Theta$ numeri $\Gamma\Delta$, eadem est KN numeri ΓZ. quare etiam reliquus $N\Theta$ reliqui $Z\Delta$ eadem pars est, quae totus $K\Theta$ totius $\Gamma\Delta$ [prop. VII]. demonstrauimus autem, esse etiam reliquum MK reliqui $Z\Delta$ eandem partem, quae totus HK totius sit $\Gamma\Delta$. quare etiam $MK + N\Theta$ eaedem partes sunt numeri ΔZ, quae totus ΘH totius

22. ὤν] om. p, ὄν V. HK] KH P. 23. $\Gamma\Delta$] $\Delta\Gamma$ FVp. MK] eras. V. $N\Theta$] corr. ex $H\Theta$ m. 2 p. 24. ΔZ] ΛZ F; $Z\Delta$ Vp. ΘH] $H\Theta$ FVp.

τοῦ *ΓΔ*. ἴσος δὲ συναμφότερος μὲν ο *MK*, *NΘ* τῷ *EB*, ὁ δὲ *ΘH* τῷ *BA*· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ *EB* λοιποῦ τοῦ *ZΔ* τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ *AB* ὅλου τοῦ *ΓΔ*· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θʹ.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ᾖ, καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται ἢ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ *A* ἀριθμοῦ τοῦ *BΓ* μέρος ἔστω, καὶ ἕτερος ὁ *Δ* ἑτέρου τοῦ *EZ* τὸ αὐτὸ μέρος, ὅπερ ὁ *A* τοῦ *BΓ*· λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ *A* τοῦ *Δ* ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ *BΓ* τοῦ *EZ* ἢ μέρη.

Ἐπεὶ γὰρ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ *A* τοῦ *BΓ*, το αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ *Δ* τοῦ *EZ*, ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ *BΓ* ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ *A*, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ *EZ* ἴσοι τῷ *Δ*. διῃρήσθω ὁ μὲν *BΓ* εἰς τοὺς τῷ *A* ἴσους τοὺς *BH*, *HΓ*, ὁ δὲ *EZ* εἰς τοὺς τῷ *Δ* ἴσους τοὺς *EΘ*, *ΘZ*· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν *BH*, *HΓ* τῷ πλήθει τῶν *EΘ*, *ΘZ*.

Καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ *BH*, *HΓ* ἀριθμοὶ ἀλλήλοις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ *EΘ*, *ΘZ* ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις,

---

1. *ΓΔ*] *ΔΓ* BF. δέ] V corr. ex δή; δή PBFp. μὲν ὁ] ὁ μέν V. *MK*, *NΘ*] mutat. in *HM*, *KN* m. 2 V; λοιπὸς ἄρα ὁ *MK*, *NΘ* τῷ *EB* ἴσος ἐστίν mg. m. 2 V. 2. τῷ] e corr. m. 1 F. *EB*] *BE* V m. 1, *AE* m. 2. *ΘH*] *ΘN* p. *BA*] mutat. in *MK* m. rec. p. 3. *ZΔ*] corr. ex *ΔZ* m. 2 V, *ΔZ* F. 6. Post ἕτερος ras. 5 litt., dein τοῦ πρώτου μείζονος τοῦ δευτέρου punctis del. F; totam protasin ita, ut apud nos legitur, in mg. repetit m. 2. 7. ᾖ] P; om. BFVp. 9.

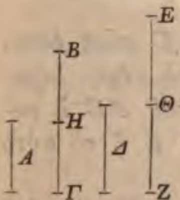
$\Gamma\Delta$. sed $MK + N\Theta = EB$[1]) et $\Theta H = B\Delta$. ergo etiam reliquus EB reliqui $Z\Delta$ eaedem partes sunt, quae totus ΔB totius $\Gamma\Delta$; quod erat demonstrandum.

IX.

Si numerus numeri pars est et alius numerus alius numeri eadem pars, etiam permutatim, quae pars uel partes primus est tertii, eadem pars uel partes erit secundus quarti.

Nam numerus A numeri $B\Gamma$ pars sit, et alius Δ alius numeri EZ eadem pars sit, quae A numeri $B\Gamma$. dico, etiam permutatim numerum $B\Gamma$ eandem partem uel partes esse numeri EZ, quae pars uel partes sit A numeri Δ.

Nam quoniam quae pars est A numeri $B\Gamma$, eadem est Δ numeri EZ, quot sunt in $B\Gamma$ numeri numero A aequales, totidem etiam in EZ sunt numero Δ aequales. diuidatur $B\Gamma$ in numeros BH, $H\Gamma$ numero A aequales, EZ autem in $E\Theta$, ΘZ numero Δ aequales. itaque multitudo numerorum BH, $H\Gamma$ multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ aequalis est. et quoniam $BH = H\Gamma$ et $E\Theta = \Theta Z$, et multitudo numerorum



1) Nam $HM + MK + KN + N\Theta = A\Lambda + \Lambda E + EB$, et $HM = A\Lambda$, $KN = E\Lambda$.

ἔσται] ἐστι comp. p. 11. Post ἔστω add. V: ἢ τὰ αὐτὰ μέρη punctis del. μέρος ἔσται p. 13. Post $B\Gamma$ add. BVp, F mg. m. 2: ἐλάττων δὲ ἔστω ὁ A τοῦ Δ (Δ in ras. m. 1 B). ὅ] supra ὅ scr. ὅπερ m. 1 p. 14. ἐστίν F. 17. ἐστίν PF. καί] om. P. 18. εἰσιν PB. 21. ἔσται] ἐστί F, corr. m. 2. 24. εἰσίν P. $E\Theta$] EZ p.

καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ, ΗΓ τῷ πλήθει τῶν ΕΘ, ΘΖ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΒΗ τοῦ ΕΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΗΓ τοῦ ΘΖ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὥστε καὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΒΗ τοῦ ΕΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ ΒΓ συναμφοτέρου τοῦ ΕΖ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἴσος δὲ ὁ μὲν ΒΗ τῷ Α, ὁ δὲ ΕΘ τῷ Δ· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Δ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΒΓ τοῦ ΕΖ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ι'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ᾖ, καὶ ἐναλλάξ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου ἢ το αὐτὸ μέρος.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ τοῦ Γ μέρη ἔστω, καὶ ἕτερος ὁ ΔΕ ἑτέρου τοῦ Ζ τὰ αὐτὰ μέρη· λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλάξ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ ΔΕ ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὸ αὐτὸ μέρος.

Ἐπεὶ γάρ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ Γ, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ ΔΕ τοῦ Ζ, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΑΒ μέρη τοῦ Γ, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ ΔΕ μέρη τοῦ Ζ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΑΒ εἰς τὰ τοῦ Γ μέρη τὰ ΑΗ, ΗΒ, ὁ δὲ ΔΕ εἰς τὰ τοῦ Ζ μέρη τὰ ΔΘ, ΘΕ· ἔσται

---

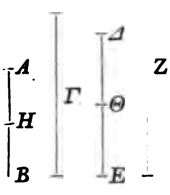
2. ΕΘ] corr. ex ΕΖ m. 1 F. 4. ὥστε] -τε in ras. V. 7. δέ] δή P. 12. ᾖ] P; om. BFVp. 13. Ante ἢ in p del. καί. μέρος] corr. ex μέρη p. 14. ἔσται μέρη V. καί] m. 2 F. 16. ΑΒ] inter Α et Β duae litt. eras. V. ἔστω] φ, ἔσται? F. 17. Post μέρη add. BFVp: ἔστω δέ (δέ m. 2 F; ἐλάττων δὲ ἔστω B) ὁ ΑΒ τοῦ ΔΕ ἐλάσσων (m.

BH, *HΓ* multitudini numerorum *EΘ*, *ΘZ* aequalis est, erit etiam *HΓ* numeri *ΘZ* eadem pars uel partes, quae *BH* numeri *EΘ*. quare etiam quae pars uel partes est *BH* numeri *EΘ*, eadem pars uel partes est *BΓ* numeri *EZ* [prop. V et VI]. sed *BH* = *A*, *EΘ* = *Δ*. ergo quae pars uel partes est *A* numeri *Δ*, eadem pars uel partes est etiam *BΓ* numeri *EZ*; quod erat demonstrandum.

X.

Si numerus numeri partes sunt, et alius numerus alius numeri eaedem partes, etiam permutatim quae partes uel pars primus est tertii, eaedem partes uel pars est secundus quarti.

Numerus enim *AB* numeri *Γ* partes sint, et alius *ΔE* alius numeri *Z* eaedem partes. dico, etiam permutatim numerum *Γ* easdem partes uel partem esse numeri *Z*, quae *AB* numeri *ΔE*.



nam quoniam quae partes est *AB* numeri *Γ*, eaedem est etiam *ΔE* numeri *Z*, quot sunt in *AB* partes numeri *Γ*, totidem partes numeri *Z* in *ΔE* sunt. diuidatur *AB* in *AH*, *HB* partes numeri *Γ*, *ΔE* autem in *ΔΘ*, *ΘE* partes numeri *Z*. erit

---

2 F, om. B). 18. ᾱ] om. F. 19. ἐστίν F. τοῦ] om. p. 21. ᾱ] m. 2 B. 22. ἄρα] m. 2 F. 24. *Γ*] in ras. 4 litt. e corr. F. 25. *HB*] *H* e corr. V. *ΔE*] *E* in ras. P. *ΔΘ*] *Δ* e corr. p; post ras. 2 litt. V; *AΘ* F (sed *A* e corr.). *ΘE*] *E* eras.; fuit *EΘ* F.

καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ, ΗΓ τῷ τῶν ΕΘ, ΘΖ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΒΗ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΗΓ το τὰ αὐτὰ μέρη· ὥστε καὶ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΕΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συνα ὁ ΒΓ συναμφοτέρου τοῦ ΕΖ ἢ τὰ αὐτὰ μέ δὲ ὁ μὲν ΒΗ τῷ Α, ὁ δὲ ΕΘ τῷ Δ· ὃ ἄ ἐστὶν ὁ Α τοῦ Δ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ὁ ΒΓ τοῦ ΕΖ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὅπερ ἔδει

ι'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, κα ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ᾖ, καὶ ἐναλλάξ ἐστὶν ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου ἢ μέρος, μέρη ἔσται καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρ αὐτὸ μέρος.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ ΑΒ ἀριθμοῦ τοῦ Γ καὶ ἕτερος ὁ ΔΕ ἑτέρου τοῦ Ζ τὰ αὐτὰ μ ὅτι καὶ ἐναλλάξ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ ρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ μέρος.

Ἐπεὶ γάρ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ ΔΕ τοῦ Ζ, ὅσα ἄρα ἐ ΑΒ μέρη τοῦ Γ, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ Δ Ζ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΑΒ εἰς τὰ τοῦ Γ μ ΗΒ, ὁ δὲ ΔΕ εἰς τὰ τοῦ Ζ μέρη τὰ ΔΘ

2. ΕΘ] corr. ex ΕΖ m. 1 F. 4. ὥστε] 7. δέ] δή P. 12. ᾖ] P; om. BFVp. 13. del. καί. μέρος] corr. ex μέρη p. 14. : καί] m. 2 F. 16. ΑΒ] inter Α et Β duae ἔστω] φ, ἔσται? F. 17. Post μέρη add. BF (δέ m. 2 F; ἐλάττων δὲ ἔστω B) ὁ ΑΒ τοῦ ΔΕ

δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΑΗ, ΗΒ τῷ πλήθει τῶν ΔΘ, ΘΕ. καὶ ἐπεί, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ Γ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΔΘ τοῦ Ζ, καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΗΒ τοῦ ΘΕ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὥστε καί [ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΗΒ τοῦ ΘΕ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· καὶ ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΒ τοῦ ΔΕ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ἀλλ' ὃ μέρος ἐστὶν ὁ ΑΗ τοῦ ΔΘ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐδείχθη καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ] ἃ [ἄρα] μέρη ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ ΔΕ ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Ζ ἢ τὸ αὐτὸ μέρος· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλος πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθεὶς πρὸς ἀφαιρεθέντα, καὶ ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλος πρὸς ὅλον.

Ἔστω ὡς ὅλος ὁ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸν ΓΔ, οὕτως ἀφαιρεθεὶς ὁ ΑΕ πρὸς ἀφαιρεθέντα τὸν ΓΖ· λέγω, ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ ΕΒ πρὸς λοιπὸν τὸν ΖΔ ἐστιν, ὡς ὅλος ὁ ΑΒ πρὸς ὅλον τὸν ΓΔ.

Ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΓΔ, οὕτως ὁ ΑΕ

---

1. δή] δέ p. ΑΗ, ΗΒ] in ras. φ. 2. ΔΘ, ΘΕ] eras. F. 3. καί] (alt.) Pp, B m. rec.; om. FV. 4. ΔΘ] ΘΔ P. 5. Γ] post ras. 1 litt. F. τὰ αὐτά] om. p. διὰ τὰ — 7: μέρη] om. V; ὥστε καὶ ὁ ΗΒ τοῦ ΘΕ τὸ αὐτό ἐστι μέρος ἢ μέρη, ὅπερ ὁ ἴσος τῷ ΗΒ, τουτέστιν ὁ ΑΗ, τῷ ἴσῳ τῷ ΔΘ, τουτέστιν τῷ ΘΕ p; idem V mg. m. 1 bis (μέρος ἐστίν, τοῦ ΗΒ τουτέστι). 6. ΗΒ] ΒΗ F. τὸ αὐτὸ μέρος] bis P,

igitur multitudo numerorum AH, HB multitudini numerorum $\Delta\Theta$, ΘE aequalis. et quoniam quae pars est AH numeri Γ, eadem est $\Delta\Theta$ numeri Z, permutatim quae pars uel partes est AH numeri $\Delta\Theta$, eadem pars uel partes est etiam Γ numeri Z [prop. IX]. eadem de causa etiam quae pars uel partes est HB numeri ΘE, eadem pars uel partes est Γ numeri Z. quare etiam quae partes uel pars est AB numeri ΔE, eaedem partes uel pars est etiam Γ numeri Z[1]; quod erat demonstrandum.

XI.

Si est ut totus ad totum, ita ablatus ad ablatum, etiam reliquus ad reliquum erit, ut totus ad totum.

Sit $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$. dico, esse etiam

$$EB : Z\Delta = AB : \Gamma\Delta.$$

quoniam est $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$, erit AE eadem

1) Nam AH eadem pars uel partes est numeri $\Delta\Theta$, quae HB numeri ΘE. ergo (prop. V et VI) AB numeri ΔE eadem pars uel partes est, quae AH numeri $\Delta\Theta$ siue quae Γ numeri Z. — sed quae hanc ipsam ratiocinationem continent uerba lin. 8—13, merito auctoritate codicis P Theoni tribuenda esse uideri possunt (Campanus in his libris arithmeticis tanto opere a Graecis discrepat, ut perraro ex eo documenta peti possint).

---

corr. m. 2. 7. *μέρος*] eras. F. *ἐστὶ καί*] om. F. 8. *ὃ μέρος* — 13: *μέρη καί*] mg. m. rec. P. 8. *ὃ ἄρα μέρος* F. 9. *ἄρα μέρος* Vp. HB *τοῦ* — 11: *καὶ ὁ*] om. Vp. HB] $H\Theta$ F. 10. $\Delta\Theta$] $A\Theta$ F. 11. AB] $A\Theta$ F. ΔE] AE F. 13. *ἄρα*] m. rec. P. 14. *ἐστίν*] *ἐστὶ καί* Vp. 15. *ἐστίν* P. 17. *ὡς*] om. p. 22. *ὁ λοιπὸς ὁ* V. Post *πρός* add. V: *ὅλον τὸν* $\Gamma\Delta$ *πρὸς τόν*, del. m. 1. $Z\Delta$] ΔZ P. 24. Post *ἐπεί* add. *γάρ* FV m. 2, P m. rec. *ὁ*] (alt.) in ras. m. 1 B.

πρὸς τὸν ΓΖ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη, ἅπερ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΕΒ πρὸς τὸν ΖΔ, οὕτως ὁ ΑΒ πρὸς τὸν ΓΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον, ἔσται ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους.

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως οἱ Α, Γ πρὸς τοὺς Β, Δ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Β ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Δ ἢ μέρη. καὶ συναμφότερος ἄρα ὁ Α, Γ συναμφοτέρου τοῦ Β, Δ τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, ἅπερ ὁ Α τοῦ Β. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως οἱ Α, Γ πρὸς τοὺς Β, Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

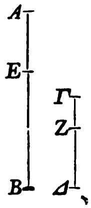
ιγ'.

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται.

XIII. Philop. in anal. post. fol. 18.

---

1 τόν] om. V. 2. ἐστίν F. 3. λοιπός] λοιπόν p. ΖΔ] ΔΖ P. 4. ἅπερ] -περ eras. F. ὁ] bis p. 12. ἀνάλογον] om. Vp, euan. F. 13. ὁ Γ] δέ φ. ὁ Γ — 14: Β, οὕτως]



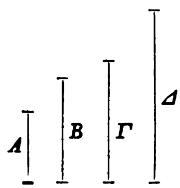
pars uel partes numeri ΓZ, quae AB numeri $\Gamma\Delta$ [def. 20]. quare etiam reliquus EB reliqui $Z\Delta$ eadem pars uel partes erit, quae AB numeri $\Gamma\Delta$ [prop. VII. VIII]. ergo

$$EB : Z\Delta = AB : \Gamma\Delta$$

[def. 20]; quod erat demonstrandum.

XII.

Si quotlibet numeri proportionales sunt, erunt, ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes.



Sint quotlibet numeri proportionales A, B, Γ, Δ, ita ut sit

$$A : B = \Gamma : \Delta.$$

dico, esse $A : B = A + \Gamma : B + \Delta$.

nam quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$, quae pars uel partes est A numeri B, eadem pars uel partes est etiam Γ numeri Δ [def. 20]. quare etiam $A + \Gamma$ eadem pars uel partes sunt numerorum $B + \Delta$, quae A numeri B [prop. V. VI]. ergo

$$A : B = A + \Gamma : B + \Delta \text{ [def. 20];}$$

quod erat demonstrandum.

XIII.

Si quattuor numeri proportionales sunt, etiam permutatim proportionales erunt.

---

om. p. 16. A] in ras. m. rec. P. τόν] τό φ. 17. ὅ] ἤ φ (non F). τοῦ] τόν φ. 19. ὁ] e corr. V, m. 2 F. 20. ἐστίν] comp. F, euan. Dein in F seq. 23 folia pergameni recentissimi (φ); incip. ἐστὶν ἤ κτλ., desin. IX, 15 fin.: δεῖξαι. 21. Post ἔστιν in B: ὅ, del. m. 2. 24. ὥσι Vpφ.

Ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Δ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Β ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Δ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἐναλλὰξ ἄρα, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Γ ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Β τοῦ Δ ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

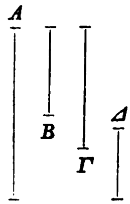
Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ Δ, Ε, Ζ, ὡς μὲν ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ὡς δὲ ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Ε. πάλιν, ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ. ὡς δὲ ὁ Β πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Δ· καὶ

---

9. Β] e corr. V. μέρη τὰ αὐτα p. 15. καί] om. Vpφ. λόγῳ] m. rec. B. 17. Γ] Γ, Δ p. 27. ὡς] om. p.

Sint quattuor numeri proportionales A, B, Γ, Δ, ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta$. dico, esse etiam permutatim $A : \Gamma = B : \Delta$.

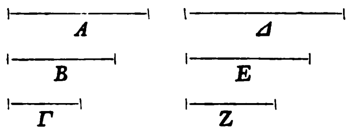


nam quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$, quae pars uel partes est A numeri B, eadem pars uel partes erit etiam Γ numeri Δ [def. 20]. itaque permutatim quae pars uel partes est A numeri Γ, eadem pars uel partes est etiam B numeri Δ [prop. X]. ergo $A : \Gamma = B : \Delta$ [def. 20]; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si quotlibet numeri dati sunt et alii iis numero aequales bini simul coniuncti et in eadem proportione, etiam ex aequo in eadem proportione erunt.

Sint quotlibet numeri A, B, Γ et alii iis numero aequales bini simul coniuncti in eadem proportione



Δ, E, Z, ita ut sit $A : B = \Delta : E$ et $B : \Gamma = E : Z$. dico, esse etiam ex aequo $A : \Gamma = \Delta : Z$.

nam quoniam est $A : B = \Delta : E$, permutatim erit $A : \Delta = B : E$ [prop. XIII]. rursus quoniam est

$$B : \Gamma = E : Z,$$

permutatim erit $B : E = \Gamma : Z$ [id.]. sed $B : E = A : \Delta$.

ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

Ἐὰν μονὰς ἀριθμόν τινα μετρῇ, ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἐναλλὰξ ἰσάκις ἡ μονὰς τὸν τρίτον ἀριθμὸν μετρήσει καὶ ὁ δεύτερος τὸν τέταρτον.

Μονὰς γὰρ ἡ Α ἀριθμόν τινα τὸν ΒΓ μετρείτω, ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ὁ Δ ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν τὸν ΕΖ μετρείτω· λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλὰξ ἰσάκις ἡ Α μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ ΒΓ τὸν ΕΖ.

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκις ἡ Α μονὰς τὸν ΒΓ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν ΕΖ, ὅσαι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ ΒΓ μονάδες, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ ΕΖ ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ Δ. διῃρήσθω ὁ μὲν ΒΓ εἰς τὰς ἐν ἑαυτῷ μονάδας τὰς ΒΗ, ΗΘ, ΘΓ, ὁ δὲ ΕΖ εἰς τοὺς τῷ Δ ἴσους τοὺς ΕΚ, ΚΛ, ΛΖ. ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ, ΗΘ, ΘΓ τῷ πλήθει τῶν ΕΚ, ΚΛ, ΛΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΒΗ, ΗΘ, ΘΓ μονάδες ἀλλήλαις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ ΕΚ, ΚΛ, ΛΖ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΒΗ, ΗΘ, ΘΓ μονάδων τῷ πλήθει τῶν ΕΚ, ΚΛ, ΛΖ ἀριθμῶν, ἔσται ἄρα ὡς ἡ ΒΗ μονὰς πρὸς τὸν ΕΚ ἀριθμόν, οὕτως ἡ ΗΘ μονὰς πρὸς τὸν ΚΛ ἀριθμὸν καὶ ἡ ΘΓ μονὰς πρὸς τὸν ΛΖ ἀριθμόν. ἔσται ἄρα καὶ ὡς εἷς

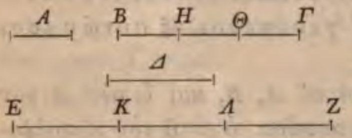
2. ἐναλλὰξ ἄρα] in ras. m. 1 p. Δ] in ras. φ. 6. ἀριθμόν] om. p. 7. ἀριθμόν] om. B. 8. μετρεῖ B. 9. τινα] e corr. V. μετρήτω B φ. 10. δέ] supra m. 1 V. ὁ Δ] supra m. 1 V. τινά] τινὰ μετρείτω V, τινὰ μετρήτω φ.

quare etiam $A : \Delta = \Gamma : Z$. ergo permutatim erit $A : \Gamma = \Delta : Z$ [id.]; quod erat demonstrandum.

XV.

Si unitas numerum aliquem metitur, et alius numerus alium numerum aequaliter metitur, etiam permutatim unitas tertium numerum et secundus quartum aequaliter metietur.

Nam unitas A numerum aliquem $B\Gamma$ metiatur, et alius numerus Δ alium numerum EZ aequaliter metiatur. dico, etiam permutatim unitatem A numerum Δ et $B\Gamma$ numerum EZ aequaliter metiri.



nam quoniam unitas A numerum $B\Gamma$ et Δ numerum EZ aequaliter metitur, quot sunt in $B\Gamma$ unitates, tot etiam in EZ numeri sunt numero Δ aequales. diuidatur $B\Gamma$ in unitates suas BH, $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ et EZ in numeros EK, $K\Lambda$, ΛZ numero Δ aequales. erit igitur multitudo numerorum BH, $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ multitudini numerorum EK, $K\Lambda$, ΛZ aequalis. et quoniam

$$BH = H\Theta = \Theta\Gamma$$

et etiam $EK = K\Lambda = \Lambda Z$, et multitudo unitatum BH, $H\Theta$, $\Theta\Gamma$ multitudini numerorum EK, $K\Lambda$, ΛZ aequalis est, erit $BH : EK = H\Theta : K\Lambda = \Theta\Gamma : \Lambda Z$.

---

11. *μετρείτω*] om. V φ. *ἰσάκις*] om. p. 12. *μετρεῖ ἰσάκις* p. 15. *εἰσίν* PB. *ἀριθμῷ* p. 16. *ὁ*] *ἡ* φ. *ἑαυτῷ*] PB, *αὐτῷ* Vpφ. 18. *δή*] *δέ* p. 19. $K\Lambda$] K e corr. V. 23. *τῶν* EK] *τῷ* M, EK φ. 24. *ὡς*] m. 2 V. *τόν*] om. p. *οὕτως*] in ras. m. 2 V. 25. $H\Theta$] in ras. m. 2 V. $K\Lambda$] in ras. m. 2 V. *καὶ ἡ — 26: ἀριθμόν*] mg. m. 2 V. 26. *ἀριθμόν*] om. B. *ἔσται*] *ἐστιν* comp. p.

τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΗ μονὰς πρὸς τὸν ΕΚ ἀριθμόν, οὕτως ὁ ΒΓ πρὸς τὸν ΕΖ. ἴση δὲ ἡ ΒΗ μονὰς τῇ Α μονάδι, ὁ δὲ ΕΚ ἀριθμὸς τῷ Δ ἀριθμῷ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α μονὰς πρὸς τὸν Δ ἀριθμόν, οὕτως ὁ ΒΓ πρὸς τὸν ΕΖ. ἰσάκις ἄρα ἡ Α μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ ΒΓ τὸν ΕΖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιϛ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, καὶ ὁ μὲν Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω, ὁ δὲ Β τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Γ τῷ Δ.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ Β ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Ε μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκις ἄρα ἡ Ε μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Γ. ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ Ε μονὰς τὸν Β ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Α τὸν Γ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Β τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ Α ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Β μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Ε μονὰς τὸν Β κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκις ἄρα ἡ Ε μονὰς τὸν Β ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Α τὸν Δ. ἰσάκις δὲ ἡ Ε μονὰς τὸν Β ἀριθμὸν ἐμέτρει καὶ ὁ Α τὸν Γ·

---

3. ἄρα] *ἄρα καί* p. πρός] bis P. 4. ὁ] *ἡ* p. μονάδι] -δι in ras. V. 7. ἡ] ὁ P. *Α*] supra m. 2 V. μο-

erit autem etiam, ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [prop. XII]. quare $BH : EK = B\Gamma : EZ$. sed $BH = A$, et $EK = \Delta$. quare erit $A : \Delta = B\Gamma : EZ$. ergo unitas A numerum Δ et $B\Gamma$ numerum EZ aequaliter metitur; quod erat demonstrandum.

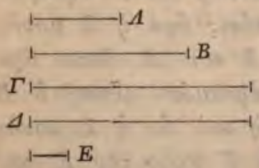
XVI.

Si duo numeri alter alterum multiplicans numeros aliquos efficiunt, numeri effecti inter se aequales erunt.

Sint duo numeri A, B, et sit

$$A \times B = \Gamma,\ B \times A = \Delta.$$

dico, esse $\Gamma = \Delta$.



nam quoniam $A \times B = \Gamma$, B numerum Γ secundum unitates numeri A metitur. uerum etiam unitas E numerum A secundum unitates eius metitur. itaque unitas E numerum A et B numerum Γ aequaliter metitur. itaque permutatim unitas E numerum B et A numerum Γ aequaliter metitur [prop. XV]. rursus quoniam $B \times A = \Delta$, A numerum Δ secundum unitates numeri B metitur. uerum etiam unitas E numerum B secundum unitates eius metitur. itaque unitas E numerum B et A numerum Δ aequaliter metitur. uerum unitas E numerum B et A numerum Γ aequa-

---

νάς] om. P. ἀριθμόν] om. P. μετρῇ φ. 11. ποιῶσιν B. 14. ποιήτω V, sed corr. 19. ἡ] supra m. 1 p. E] e corr. p. 20. αὐτῇ p. ἄρα] in ras. V. 21. ἰσάκις ἄρα P m. 1, corr. m. rec. 22. ἰσάκις] om. p. μονὰς ἰσάκις p. 23. A] in ras. m. 1 B. 25. τῷ] αὐτῷ P, corr. m. rec. 27. τὸν Δ — 28: καὶ ὁ A] om. p. 28. ἐμέτρει] P; μετρεῖ BVφ.

ἰσάκις ἄρα ὁ Α ἑκάτερον τῶν Γ, Δ μετρεῖ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ τῷ Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζʹ.

Ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας ποιῇ τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἕξουσι λόγον τοῖς πολλαπλασιασθεῖσιν.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α δύο ἀριθμοὺς τοὺς Β, Γ πολλαπλασιάσας τοὺς Δ, Ε ποιείτω· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ Β ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Ζ μονας τὸν Α ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκις ἄρα ἡ Ζ μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Δ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Ζ μονὰς πρὸς τὸν Α ἀριθμόν, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Δ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ Ζ μονὰς πρὸς τὸν Α ἀριθμόν, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Β πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Ε. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιηʹ.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἕξουσι λόγον τοῖς πολλαπλασιάσασιν.

---

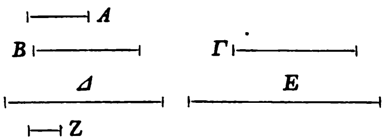
1. ὁ Α] om. p. τῶν] τόν p. 5. τὸν αὐτόν] supra V. 7. πολλαπλασιασθεῖσι p. 8. τούς] in ras. V. 11. τῷ] αὐτῷ P, αὐτῷ τῷ m. rec. 13. αὐτῇ p. 15. ἡ] supra m. 1 p. ἀριθμόν] om. P. 17. καὶ ὡς — 18: πρὸς τὸν Ε] om. P. 18.

liter metiebatur [p. 222, 22]. itaque A utrumque numerum Γ, Δ aequaliter metitur. ergo $\Gamma = \Delta$; quod erat demonstrandum.

XVII.

Si numerus duos numeros multiplicans numeros aliquos efficit, numeri ex iis effecti eandem rationem habebunt, quam habent numeri multiplicati.

Nam numerus A duos numeros B, Γ multiplicans numeros Δ, E efficiat. dico, esse $B : \Gamma = \Delta : E$.



quoniam enim A numerum B multiplicans Δ effecit, B numerum Δ metitur secundum unitates numeri A. uerum etiam Z unitas numerum A secundum unitates eius metitur. itaque unitas Z numerum A et B numerum Δ aequaliter metitur. quare $Z : A = B : \Delta$ [def. 20]. eadem de causa erit etiam $Z : A = \Gamma : E$. quare etiam $B : \Delta = \Gamma : E$. itaque permutando [prop. XIII] $B : \Gamma = \Delta : E$; quod erat demonstrandum.

XVIII.

Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes numeros aliquos efficiunt, numeri inde effecti eandem rationem habebunt, quam multiplicantes.

τὸν Δ] Δ V φ. 24. ἔχουσι P. πολλαπλασιάσασι p, πολλαπλασιάζουσι V φ. Dein seq. in V: δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B ἀριθμόν τινα τὸν Γ πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἕξουσι τοῖς πολλαπλασιασα (ras. 2 litt.); punctis del. m. 1.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β ἀριθμόν τινα τὸν Γ πολλαπλασιάσαντες τοὺς Δ, Ε ποιείτωσαν· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν. ἀριθμὸς δὴ ὁ Γ δύο ἀριθμοὺς τοὺς Α, Β πολλαπλασιάσας τοὺς Δ, Ε πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ πρώτου καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμὸς ἴσος ἔσται τῷ ἐκ δευτέρου καὶ τρίτου γενομένῳ ἀριθμῷ· καὶ ἐὰν ὁ ἐκ πρώτου καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμὸς ἴσος ᾖ τῷ ἐκ δευτέρου καὶ τρίτου, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται.

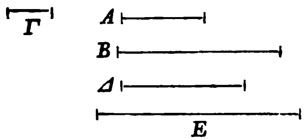
Ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ο Γ πρὸς τὸν Δ, καὶ ὁ μὲν Α τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω, ὁ δὲ Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω· λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ε τῷ Ζ.

Ὁ γὰρ Α τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιείτω. ἐπεὶ οὖν ὁ Α τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, τον δὲ Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, ἀριθμὸς δη ὁ Α δύο ἀριθμοὺς τοὺς Γ, Δ πολλαπλασιάσας

---

1. *τὸν Γ*] om. p. 2. *τὸν Γ τούς* p. *ποιήτωσαν* φ. 3. *ὡς ἔστιν* p. 5. *καί*] m. 2 V; om. p. *ἄρα*] del. V, om. φ. 6. *διὰ τὰ — 8: πεποίηκεν*] mg. m. 2 V, om. φ. 7. *δύο*]

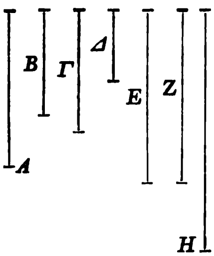
Duo enim numeri A, B numerum aliquem Γ multiplicantes Δ, E efficiant. dico, esse $A : B = \Delta : E$.



nam quoniam A numerum Γ multiplicans numerum Δ effecit, etiam Γ numerum A multiplicans numerum Δ effecit [prop. XVI]. eadem de causa etiam Γ numerum B multiplicans numerum E effecit. itaque numerus Γ duos numeros A, B multiplicans numeros Δ, E effecit. itaque erit $A : B = \Delta : E$ [prop. XVII]; quod erat demonstrandum.

XIX.

Si quattuor numeri proportionales sunt, numerus ex primo quartoque effectus aequalis erit numero ex secundo tertioque effecto; et si numerus ex primo quartoque effectus aequalis est numero ex secundo tertioque effecto, quattuor numeri proportionales erunt.



Sint quattuor numeri proportionales A, B, Γ, Δ, ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta$, et $A \times \Delta = E$, $B \times \Gamma = Z$. dico, esse $E = Z$.

nam sit $A \times \Gamma = H$. iam quoniam $A \times \Gamma = H$ et $A \times \Delta = E$, numerus A duos numeros Γ, Δ mul-

euan. V. 11. ιϑ΄] om. φ, ut semper deinceps. 18. ἀριϑμός] om. p. 14. ἐκ δευτέρου] PB, ἐκ τοῦ δευτέρου Vφ; δευτέρῳ p. τρίτῳ συγκειμένῳ ἀριϑμῷ p. 17. ἀριϑμοί] om. p. ἀνάλογοι p. 21. E] in ras. V. Post ποιείτω ras. 8 litt. V. 25. πεποίηκε Vφ. 26. δέ] supra V.

τοὺς Η, Ε πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ως ο Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ε. ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α προς τὸν Β, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ε. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Α τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ πεποίηκεν, δύο δὴ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β ἀριθμόν τινα τὸν Γ πολλαπλασιάσαντες τοὺς Η, Ζ πεποιήκασιν. ἔστιν ἄρα ὡς ο Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ζ. ἀλλὰ μὴν καὶ ὡς ο Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ζ. ὁ Η ἄρα πρὸς ἑκάτερον τῶν Ε, Ζ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ε τῷ Ζ.

Ἔστω δὴ πάλιν ἴσος ὁ Ε τῷ Ζ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ Ε τῷ Ζ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ζ. ἀλλ' ὡς μὲν ὁ Η πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὡς δὲ ο Η πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β. καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

2. *οὕτως ὁ Η — τὸν Δ*] mg. m. 2 V. 2. *Η*] *Δ* p. *ἀλλ' ὡς*] P; *ὡς δέ* Bpφ. 3. *καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως*] *οὕτως δέ* V, om. φ. *ὡς ἄρα*] *ὥσπερ* P. 4. *οὕτως καί* p. *ὁ Η πρὸς τὸν Ε*] om. φ. Post *Ε* in V add. m. 2: *ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β.* Hic φ mg.: *οὕτως δὲ καὶ ὁ Η πρὸς τὸν Ε ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β.* 6. *πεποίηκε* Vφ. 12. *ἑκάτερα* φ. 16. *ἐπεί*] del. m. rec. P, adscripto *λείπει*. Post *ἐπεί* add. Vpφ: *ὁ Α τοὺς* (*πρὸς τούς* p) *Γ, Δ πολλαπλασιάσας τοὺς Η, Ε πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Ε*; idem praemisso *ἐπεί* P mg. m. rec. et item praemisso *ἐπεί* et additis: *ἴσος δέ ἐστιν ὁ Ε τῷ Ζ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Ε* B mg. m. 2, deletis lin. 16: *ἴσος ἐστίν* — 17: *τὸν Ε*. *ἴσος*] *ἴσος δέ* Vpφ. 17. *ἐστίν*] mutat. in *δέ* m. rec. P. *Ε*]

tiplicans numeros H, E effecit. erit igitur

$$\Gamma : \Delta = H : E \text{ [prop. XVII].}$$

uerum $\Gamma : \Delta = A : B$. quare etiam $A : B = H : E$. rursus quoniam $A \times \Gamma = H$ et $B \times \Gamma = Z$, duo numeri A, B numerum aliquem Γ multiplicantes numeros H, Z effecerunt. itaque $A : B = H : Z$ [prop. XVIII]. uerum etiam $A : B = H : E$. quare etiam $H : E = H : Z$. H igitur ad utrumque E, Z eandem rationem habet. ergo $E = Z$ [V, 9].

Sit rursus $E = Z$. dico, esse $A : B = \Gamma : \Delta$.

nam iisdem comparatis quoniam $E = Z$, erit

$$H : E = H : Z \text{ [V, 7].}^{1)}$$

uerum $H : E = \Gamma : \Delta$ [prop. XVII] et $H : Z = A : B$ [prop. XVIII]. quare etiam $A : B = \Gamma : \Delta$; quod erat demonstrandum.

---

1) Cum Euclides plerasque propositiones libri V propria demonstratione usus de numeris iterum demonstrauerit, in quibusdam hoc neglexit, uelut V prop. 11 in his propositionibus saepissime utitur, p. 228, 13 eiusdem libri prop. 9, nostro loco prop. 7, et similiter in aliis.

---

e corr. m. 1 p. ἔστιν ἄρα — 18: τὸν Z] mg. m. 2 V. ἔστιν] ἔστι φ. E] Z φ. 18. Z] E φ. 19. Δ] in ras. V. Post Δ add. Vpφ: καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Z; idem inser. B m. 2, mg. m. rec. P. 20. καί] om. Vφ. 21. Sequitur in Vpφ propositio de tribus numeris proportionalibus; om. P m. 1 (in mg. adscripsit m. recens) et Campanus (u. p. 231 not.); in B in mg. legitur a manu 1. itaque Theoni tribuenda esse uideri potest; u. appendix.

κʹ.

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα.

Ἔστωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Β οἱ ΓΔ, ΕΖ· λέγω, ὅτι ἰσάκις ὁ ΓΔ τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ ΕΖ τὸν Β.

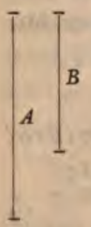
Ὁ ΓΔ γὰρ τοῦ Α οὔκ ἐστι μέρη. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω· καὶ ὁ ΕΖ ἄρα τοῦ Β τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὁ ΓΔ τοῦ Α. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ ΓΔ μέρη τοῦ Α, τοσαῦτά ἐστι καὶ ἐν τῷ ΕΖ μέρη τοῦ Β. διῃρήσθω ὁ μὲν ΓΔ εἰς τὰ τοῦ Α μέρη τὰ ΓΗ, ΗΔ, ὁ δὲ ΕΖ εἰς τὰ τοῦ Β μέρη τὰ ΕΘ, ΘΖ· ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΓΗ, ΗΔ τῷ πλήθει τῶν ΕΘ, ΘΖ. καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ ΓΗ, ΗΔ ἀριθμοὶ ἀλλήλοις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ ΕΘ, ΘΖ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν ΓΗ, ΗΔ τῷ πλήθει τῶν ΕΘ, ΘΖ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΓΗ πρὸς τὸν ΕΘ, οὕτως ὁ ΗΔ πρὸς τὸν ΘΖ. ἔσται ἄρα καὶ ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΓΗ πρὸς τὸν ΕΘ, οὕτως ὁ ΓΔ πρὸς τὸν ΕΖ· οἱ ΓΗ, ΕΘ ἄρα τοῖς ΓΔ, ΕΖ ἐν

---

1. κʹ] καʹ Vpφ, P m. rec.; in B non liquet. 8. τόν Α] corr. ex τὸ Α V. 9. ἔστιν B. 10. ἔστω ὁ ΓΔ τοῦ Α μέρη Vpφ. τοῦ Β] postea add. V. 11. ὅπερ B, corr. m. 2. 12. ἔστιν B. τοῦ] bis V. 14. ΘΖ] ΘΗ P; corr. m. rec. ἴσον δὴ ἔσται p. δή] in ras. φ. 16. καὶ ἐπεί — 19: τῶν ΕΘ, ΘΖ] del. V, om. φ. 16. ἴσοι εἰσίν] om. V. ἀλλήλοις] ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν V. 17. εἰσί] εἰσίν P, ἴσοι p. ἴσοι] om. p. 19. ΕΘ] Θ e corr. V. 22. ἅπαντες P, corr. m. rec.

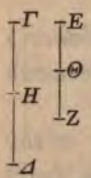
XX.[1]

Numeri minimi eorum, qui eandem ac ipsi rationem habent, numeros eandem rationem habentes aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem.



Sint enim $\Gamma\Delta$, EZ minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent, quam A, B. dico, $\Gamma\Delta$ numerum A et EZ numerum B aequaliter metiri.

nam $\Gamma\Delta$ numeri A non est partes. nam si fieri potest, sit. quare etiam EZ numeri B eaedem partes sunt, quae $\Gamma\Delta$ numeri A [prop. XIII, def. 20]. itaque quot sunt in $\Gamma\Delta$ partes numeri A, tot etiam sunt in EZ numeri B partes. diuidatur $\Gamma\Delta$ in ΓH, $H\Delta$ partes numeri A, EZ autem in $E\Theta$, ΘZ partes numeri B. erit igitur multitudo numerorum ΓH, $H\Delta$ multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ aequalis. et quoniam $\Gamma H = H\Delta$ et $E\Theta = \Theta Z$, et multitudo numerorum ΓH, $H\Delta$ aequalis est multitudini numerorum $E\Theta$, ΘZ, erit



$$\Gamma H : E\Theta = H\Delta : \Theta Z.$$

quare etiam ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [prop. XII]. quare $\Gamma H : E\Theta = \Gamma\Delta : EZ$. itaque ΓH, $E\Theta$

1) De propositione hic omissa haec habet Campanus VII, 20 add.: non proponit autem Euclides de tribus numeris continue proportionalibus, quod ille qui ex ductu primi in tertium producitur, sit aequalis quadrato medii, et si ille qui ex primo in tertium producitur, fuerit aequalis quadrato medii, quod illi tres numeri sint continue proportionales, sicut proponit in 16 sexti de tribus lineis. hoc enim facile demonstratur per hanc 20 cett.

τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν ἐλάσσονες ὄντες αὐτῶν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ὑπόκεινται γὰρ οἱ ΓΔ, ΕΖ ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. οὐκ ἄρα μέρη ἐστὶν ὁ ΓΔ τοῦ Α· μέρος ἄρα. καὶ ὁ ΕΖ τοῦ Β τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὁ ΓΔ τοῦ Α· ἰσάκις ἄρα ὁ ΓΔ τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ ΕΖ τὸν Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα'.

Οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Ἔστωσαν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ οἱ Α, Β· λέγω, ὅτι οἱ Α, Β ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Εἰ γὰρ μή, ἔσονταί τινες τῶν Α, Β ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς Α, Β. ἔστωσαν οἱ Γ, Δ.

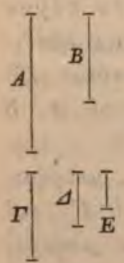
Ἐπεὶ οὖν οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάττων τὸν ἐλάττονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον, ἰσάκις ἄρα ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν Β. ὁσάκις δὴ ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ε. καὶ

1. ὄντες] om. φ. 2. ἐστίν] P, om. BVpφ. 3. τόν] om. B. αὐτόν] om. φ. 4. ΕΖ] P; ΕΖ ἄρα BVpφ. 5. ἰσάκις ἄρα ὁ ΓΔ τὸν Α] mg. φ. Sequitur propositio quaedam noua in BVpφ, a Theone interpolata; om. P (add. mg. m. rec.) et Campanus (u. p. 233 not.); u. app. 8. κα'] κγ' BVp, P m. rec. 10. εἰσιν PB. 12. εἰσιν P. 14. Post μή add. Theon: εἰσιν οἱ Α, Β ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς (BVpφ). 15. Β] corr. ex Γ m. 1 p. 18. ἐχόντων αὐτοῖς Vpφ. 19. ὅ τε] ὅτι φ. ἐλάσσων Vpφ. 20. ἐλάσσονα Vpφ. τουτέστι φ.

minores numeris *ΓΔ*, *EZ* in eadem proportione sunt; quod fieri non potest; nam supposuimus, *ΓΔ*, *EZ* minimos esse eorum, qui eandem habeant rationem. itaque *ΓΔ* non est partes numeri *A*. pars igitur erit [prop. IV]. et *EZ* numeri *B* eadem pars est ac *ΓΔ* numeri *A* [prop. XIII; def. 20]. ergo *ΓΔ* numerum *A* et *EZ* numerum *B* aequaliter metitur; quod erat demonstrandum.

XXI.[1])

Numeri inter se primi minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent.



Sint primi inter se numeri *A*, *B*. dico, numeros *A*, *B* minimos esse eorum, qui eandem rationem habeant.

nam si minus, erunt numeri aliqui minores numeris *A*, *B*, qui in eadem proportione sint ac *A*, *B*. sint *Γ*, *Δ*. iam quoniam numeri minimi eorum, qui eandem rationem habent, eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem, *Γ* numerum *A* et *Δ* numerum *B* aequaliter metitur. quoties igitur *Γ* numerum *A* metitur, tot sint in *E* unitates.

---

1) Propositionem omissae similem habet Campanus in additamento suo VII, 19: hic autem demonstrare uolumus aequam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirectae proportionalitatis, quam demonstrat Euclides per 23. quinti in quantitatibus in genere. dicimus ergo: si quotlibet numeri totidem aliis fuerint indirecte proportionales, extremi quoque in eadem proportione proportionales erunt, cett.

ὁ Δ ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ε μονάδας. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ε μονάδας, καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁ Ε καὶ τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας. ὁ Ε ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσονταί τινες τῶν Α, Β ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς Α, Β. οἱ Α, Β ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Ἔστωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς οἱ Α, Β· λέγω, ὅτι οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ γὰρ μή εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Γ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Δ, ὁσάκις δὲ ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ε.

Ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας, ὁ Γ ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α

XXII. Alexander Aphrod. in anal. pr. fol. 87.

---

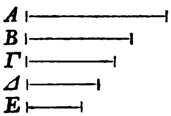
2. καὶ ἐπεί — μονάδας] om. P (abesse non possunt). E] supra φ. 4. τὰ αὐτά] ταῦτα B. ὁ Ε καί] καὶ ὁ Ε Vφ. 9. εἴσιν PB. 11. κδ' BVp, P m. rec. 12. αὐτῶν P, corr. m. 1. 13. αὐτοῖς] om. Alexander. 15. Post ἐχόντων in V ἀλλήλοις delet. 16. εἰσί φ. 17. εἴσιν B. πρῶτοι] οἱ Α, Β πρῶτοι Bp. ἀλλήλους οἱ Α, Β Vφ. 18.

quare etiam *Δ* numerum *B* metitur secundum unitates numeri *E*. et quoniam *Γ* numerum *A* secundum unitates numeri *E* metitur, etiam *E* numerum *A* metitur secundum unitates numeri *Γ* [prop. XV]. eadem de causa *E* etiam numerum *B* metitur secundum unitates numeri *Δ* [prop. XV]. itaque *E* numeros *A*, *B* metitur, qui primi sunt inter se; quod fieri non potest [def. 12]. itaque non erunt numeri quidam numeris *A*, *B* minores, qui in eadem proportione sint ac *A*, *B*. ergo *A*, *B* minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent; quod erat demonstrandum.

XXII.

Minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent, inter se primi sunt.

Minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent, sint *A*, *B*. dico, *A*, *B* numeros inter se primos esse.



nam si primi non sunt inter se, numerus aliquis eos metietur. metiatur et sit *Γ*. et quoties *Γ* numerum *A* metitur, tot unitates sint in *Δ*, quoties autem *Γ* numerum *B* metitur, tot unitates sint in *E*.

quoniam enim *Γ* numerum *A* secundum unitates numeri *Δ* metitur, *Γ* numerus numerum *Δ* multiplicans numerum *A* effecit [def. 15]. eadem de causa

---

αὐτούς] τοὺς *A*, *B* Theon (BVpφ). ἔστω] om. φ. 20. *B*] in ras. m. 2 P. 22. ἐπεὶ γάρ P, ἐπεὶ οὖν V m. 2, φ. 23. *Γ*] *Δ* V in ras., φ. *Δ*] *Γ* in ras. V, φ. Ante τόν ras. 1/4 lin. V.

πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ἀριθμὸς δὴ ὁ Γ δύο ἀριθμοὺς τοὺς Δ, Ε πολλαπλασιάσας τους Α, Β πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· οἱ Δ, Ε ἄρα τοῖς Α, Β ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν ἐλάσσονες ὄντες αὐτῶν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς Α, Β ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει. οἱ Α, Β ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κγ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ τὸν ἕνα αὐτῶν μετρῶν ἀριθμὸς πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ Α, Β, τὸν δὲ Α μετρείτω τις ἀριθμὸς ὁ Γ· λέγω, ὅτι καὶ οἱ Γ, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ Γ, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει [τις] τοὺς Γ, Β ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Δ. ἐπεὶ ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ, ὁ δὲ Γ τὸν Α μετρεῖ, καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Α μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Β· ὁ Δ ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς Γ, Β ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει. οἱ Γ, Β ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

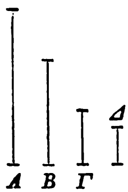
---

1. πεποίηκε V φ. Γ] mutat. in Ε V; Ε φ. Ε] Γ V in ras., φ. 2. ἀριθμός] mut. in ἀριθμοί V, ἀριθμοί φ. ὁ Γ δύο] οἱ Δ, Ε in ras. V, φ. 3. ἀριθμὸν τὸν Γ πολλαπλασιάσαντες V e corr., φ. πεποιήκασιν in ras. V, φ. 6. εἰσί p. 10. κε' B V p, P m. rec. 12. πρῶτος πρὸς τὸν λοιπόν p. 15. λέγω, ὅτι] λέγω post ras. P. 18. τις] m. rec. P. τοὺς Γ, Β] om. p. Post Β add. V: ἀριθμούς, idem

erit etiam $\Gamma \times E = B$. itaque numerus *Γ* duos numeros *Δ, E* multiplicans numeros *A, B* effecit. erit igitus $\Delta : E = A : B$ [prop. XVII]. itaque *Δ, E* numeris *A, B* minores in eadem proportione sunt; quod fieri non potest. itaque numeros *A, B* nullus numerus metietur. ergo numeri *A, B* inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXIII.

Si duo numeri inter se primi sunt, qui alterum eorum metitur numerus, ad reliquum primus erit.



Sint duo numeri inter se primi *A, B*, et numerum *A* metiatur numerus aliquis *Γ*. dico, etiam *Γ, B* inter se primos esse.

nam si *Γ, B* inter se primi non sunt, numerus aliquis *Γ, B* metietur. metiatur, et sit *Δ*. quoniam *Δ* numerum *Γ* metitur, et *Γ* numerum *A* metitur, etiam *Δ* numerum *A* metitur. uerum etiam numerum *B* metitur. *Δ* igitur numeros *A, B* metitur, qui primi sunt inter se; quod fieri non potest. itaque numeros *Γ, B* nullus numerus metietur. ergo *Γ, B* inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

φ mg. m. 1. ἀριθμὸς τοὺς *Γ, B* ἀριθμούς p. μετρήτω φ. 19. ἐπεί] καὶ ἐπεί V, ἐπεὶ εἰς φ. 21. τοὺς] corr. ex τό m. 1 P, τόν p. 23. *Γ, B*] (prius) *B, Γ* Vφ.

κδ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ὦσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος ἔσται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πρός τινα ἀριθμὸν τὸν Γ πρῶτοι ἔστωσαν, καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· λέγω, ὅτι οἱ Γ, Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

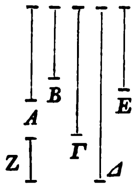
Εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ Γ, Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει [τις] τοὺς Γ, Δ ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Ε. καὶ ἐπεὶ οἱ Γ, Α πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, τὸν δὲ Γ μετρεῖ τις ἀριθμὸς ὁ Ε, οἱ Α, Ε ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ὁσάκις δὴ ὁ Ε τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ζ· καὶ ὁ Ζ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ε μονάδας. ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Ε, Ζ τῷ ἐκ τῶν Α, Β. ἐὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Ζ. οἱ δὲ Α, Ε πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον

---

1. κϛ' BVp, P m. rec. 2. Post ἀριθμοί add. V (in ras.) et φ: πρῶτοι. ἀριθμόν] mg. m. 2 V. πρῶτοι] om. Vφ. 3. ὦσι PVpφ. πρῶτος ἔσται πρὸς τὸν αὐτόν p. 7. ποιήτω φ, sed corr. Γ, Δ] e corr. m. 2 p. 10. τις] om. P;

XXIV.

Si duo numeri ad numerum aliquem primi sunt, etiam numerus ex iis productus ad eundem primus erit.



Nam duo numeri *A*, *B* ad numerum aliquem *Γ* primi sint, et sit $A \times B = \Delta$. dico, etiam *Γ*, *Δ* inter se primos esse.

nam si *Γ*, *Δ* inter se primi non sunt, numerus aliquis numeros *Γ*, *Δ* metietur. metiatur et sit *E*. et quoniam *Γ*, *A* inter se primi sunt, et numerum *Γ* numerus aliquis *E* metitur, numeri *A*, *E* inter se primi sunt [prop. XXIII]. quoties igitur *E* numerum *Δ* metitur, tot unitates sint in *Z*. quare etiam *Z* numerum *Δ* metitur secundum unitates numeri *E* [prop. XV]. itaque $E \times Z = \Delta$ [def. 15]. uerum etiam $A \times B = \Delta$. itaque $E \times Z = A \times B$. uerum ubi numerus ex extremis productus numero ex mediis producto aequalis est, quattuor numeri proportionales sunt [prop. XIX]. itaque $E : A = B : Z$. sed *A*, *E* primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [prop. XXI], minimi autem numeri eorum, qui eandem rationem habent, numeros eandem rationem habentes aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque *E* nume-

---

add. m. rec. Post *Δ* add. Vφ: *ἀριθμούς*. *ἀριθμός*] corr. ex *ἀριθμούς* m. rec. P. 11. *οἱ Γ, Δ*] corr. ex *ὁ Γ* φ, ex *οἱ Γ, Δ* p m. 2; *οἱ Α, Γ* P. 12. *εἰσί* Vpφ. *Α, Ε*] *Ε, Α* p. 13. *ἄρα*] om. Vφ. 19. *ἴσος*] *ἴσον* φ. 20. *οἱ*] *ἀεί*? P, del. m. rec. *ἀνάλογοι* p. 25. *ἐλάττων* P. 26. *ἐλάττονα* P.

καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· ὁ *Ε* ἄρα τὸν *Β* μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν *Γ*· ὁ *Ε* ἄρα τοὺς *Β*, *Γ* μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς *Γ*, *Δ* ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει. οἱ *Γ*, *Δ* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ *Α*, *Β*, καὶ ὁ *Α* ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* ποιείτω· λέγω, ὅτι οἱ *Β*, *Γ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Κείσθω γὰρ τῷ *Α* ἴσος ὁ *Δ*. ἐπεὶ οἱ *Α*, *Β* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἴσος δὲ ὁ *Α* τῷ *Δ*, καὶ οἱ *Δ*, *Β* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἑκάτερος ἄρα τῶν *Δ*, *Α* πρὸς τὸν *Β* πρῶτός ἐστιν· καὶ ὁ ἐκ τῶν *Δ*, *Α* ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν *Β* πρῶτος ἔσται. ὁ δὲ ἐκ τῶν *Δ*, *Α* γενόμενος ἀριθμός ἐστιν ὁ *Γ*. οἱ *Γ*, *Β* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κϛ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς δύο ἀριθμοὺς ἀμφότεροι πρὸς ἑκάτερον πρῶτοι ὦσιν, καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γενόμενοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ *Α*, *Β* πρὸς δύο ἀριθμοὺς τοὺς *Γ*, *Δ* ἀμφότεροι πρὸς ἑκάτερον πρῶτοι ἔστω-

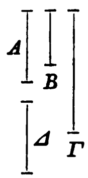
---

2. τούς] τόν p. *Β*, *Γ*] *Γ*, *Β* Bφ, in ras. V. 4. ἀριθμός] om. φ. 7. κζ' BVp, P m. rec. 12. *Α* ἑαυτόν] corr.

rum B metitur. uerum etiam numerum Γ metitur. itaque E numeros B, Γ metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. itaque numeros Γ, Δ nullus numerus metitur. ergo Γ, Δ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXV.

Si duo numeri inter se primi sunt, numerus ex altero eorum productus ad reliquum primus erit.



Sint duo numeri inter se primi A, B, et sit $A^2 = \Gamma$. dico, numeros B, Γ inter se primos esse.

ponatur enim $\Delta = A$. quoniam A, B inter se primi sunt, et $A = \Delta$, etiam Δ, B inter se primi sunt. itaque uterque Δ, A ad B primus est. quare etiam $\Delta \times A$ ad B primus erit [prop. XXIV]. uerum $\Delta \times A = \Gamma$. ergo Γ, B inter se primi sunt; quot erat demonstrandum.

XXVI.

Si duo numeri ad duos numeros singuli ad singulos primi sunt, etiam numeri ex iis producti inter se primi erunt.

Nam duo numeri A, B ad duos numeros Γ, Δ

---

ex *ΑΕ* αὐτόν B. 13. *B*, *Γ*] *Γ*, *B* P. εἰσί Vpφ. 14. καὶ ἐπεί Vφ; ἐπεὶ οὖν p. 15. ἴσος δέ — 16: ἀλλήλους εἰσίν] om. B, mg. m. 2 V. 16. *B*] in ras. Vp. πρός] ἀπ' αφ φ. 17. ἐστιν] PB; comp. p; ἐστι Vφ. 18. ἄρα] supra V, ἔτι φ. γινόμενος B. Post hoc uerbum ras. dimid. lin. V. 22. κη' BVp, P m. rec. 23. ἀριθμούς] om. p. 24. ὦσι PVpφ.

σαν, καὶ ὁ μὲν Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω, ὁ δὲ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω· λέγω, ὅτι οἱ Ε, Ζ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Ἐπεὶ γὰρ ἑκάτερος τῶν Α, Β πρὸς τὸν Γ πρῶτός ἐστιν, καὶ ὁ ἐκ τῶν Α, Β ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν Γ πρῶτος ἔσται. ὁ δὲ ἐκ τῶν Α, Β γενόμενός ἐστιν ὁ Ε· οἱ Ε, Γ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ Ε, Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἑκάτερος ἄρα τῶν Γ, Δ πρὸς τὸν Ε πρῶτός ἐστιν. καὶ ὁ ἐκ τῶν Γ, Δ ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν Ε πρῶτος ἔσται. ὁ δὲ ἐκ τῶν Γ, Δ γενόμενός ἐστιν ὁ Ζ. οἱ Ε, Ζ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, καὶ πολλαπλασιάσας ἑκάτερος ἑαυτὸν ποιῇ τινα, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται, κἂν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας, κἀκεῖνοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται [καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει].

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ

XXVII. Alexand. Aphrod. in anal. pr. fol. 87.

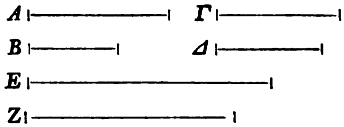
---

1. Ε — 2: πολλαπλασιάσας τόν] mg. m. 2 P. 5. ἐστι codd. ὁ] om. φ. γενόμενος ἄρα Vφ. 7. ὁ Ε ἐστιν p. εἰσί Vφ. 8. διὰ τά — 9: εἰσίν] πάλιν B. 8. τὰ αὐτά] ταῦτα Vφ. Ε, Δ] Δ, Ε P. 9. ἄρα] om. B. τῶν] τόν φ. 10. ἐστι BVφ; comp. p. 11. ἔσται] ἐστι comp. p. Γ, Δ] Δ, Γ Vφ. ὁ Ζ ἐστιν p. 14. κθ' BVp, P m. rec. 16. ὦσι Pp. 17. αὐτῶν] -ῶν in ras. φ. 21. τοῦτο] corr. ex τὸ αὐτό m. 2 B. 22. δύο] supra m. 2 V. ἀριθμοὶ δύο P.

singuli ad singulos primi sint, et sit

$$A \times B = E, \quad \Gamma \times \Delta = Z.$$

dico, etiam E, Z inter se primos esse.



nam quoniam uterque A, B ad Γ primus est, etiam $A \times B$ ad Γ primus erit [prop. XXIV]. sed $A \times B = E$. quare E, Γ inter se primi sunt. eadem de causa etiam E, Δ inter se primi sunt. itaque uterque Γ, Δ ad E primus est. itaque etiam $\Gamma \times \Delta$ ad E primus erit. sed $\Gamma \times \Delta = Z$. ergo E, Z inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Si duo numeri inter se primi sunt, et uterque se ipse multiplicans numerum aliquem effecerit, numeri ex iis effecti inter se primi erunt, et si numeri ab initio sumpti numeros productos multiplicantes numeros aliquos effecerint, ii quoque inter se primi erunt [et semper in extremis[1]) hoc accidit].

---

1) ἄκροι hoc loco satis insolenter positum est. neque enim aliud significat nisi: ultimos, ultimo loco productos. praeterea mirum est, haec uerba in demonstratione ne uerbo quidem respici, nedum demonstrentur. quare puto, uerba καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει lin. 20—21 ante Theonem interpolata esse; omisit Campanus VII, 28 (sed in demonstratione addit: sicque si infinities duceretur utrumque productorum in suum principium, essent omnes producti contra se primi; et non solum, sed quilibet eductus ab *a* ad quemlibet eductum a *b*).

Α, Β, καὶ ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω, τὸν δὲ Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω, ὁ δὲ Β ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω· λέγω, ὅτι οἵ τε Γ, Ε καὶ οἱ Δ, Ζ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, καὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, οἱ Γ, Β ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ οὖν οἱ Γ, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, καὶ ὁ Β ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, οἱ Γ, Ε ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, καὶ ὁ Β ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, οἱ Α, Ε ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ οὖν δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, Γ πρὸς δύο ἀριθμοὺς τοὺς Β, Ε ἀμφότεροι πρὸς ἑκάτερον πρῶτοί εἰσιν, καὶ ὁ ἐκ τῶν Α, Γ ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν ἐκ τῶν Β, Ε πρῶτός ἐστιν. καί ἐστιν ὁ μὲν ἐκ τῶν Α, Γ ὁ Δ, ὁ δὲ ἐκ τῶν Β, Ε ὁ Ζ. οἱ Δ, Ζ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, καὶ συναμφότερος πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν πρῶτος ἔσται· καὶ ἐὰν συναμφότερος πρὸς ἕνα τινὰ αὐτῶν πρῶτος ᾖ, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Συγκείσθωσαν γὰρ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ ΑΒ, ΒΓ· λέγω, ὅτι καὶ συναμφότερος ὁ ΑΓ πρὸς ἑκάτερον τῶν ΑΒ, ΒΓ πρῶτός ἐστιν.

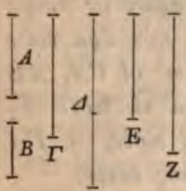
---

1. *μέν*] om. Vφ. 2. *ποιείτω*] *ποιεῖ* p. *ποιείτω τὸν Δ* Vφ (*ποιήτω*, sed corr., φ). 3. *μέν*] in ras. P. 5. *τε*]

Sint duo numeri inter se primi A, B et sit

$$A \times A = \Gamma \text{ et } A \times \Gamma = \Delta,$$
$$B \times B = E \text{ et } B \times E = Z.$$

dico, et Γ, E et Δ, Z inter se primos esse.



nam quoniam A, B inter se primi sunt, et $A \times A = \Gamma$, erunt Γ, B inter se primi [prop. XXV]. iam quoniam Γ, B inter se primi sunt, et $B \times B = E$, erunt Γ, E inter se primi [id.]. rursus quoniam A, B inter se primi sunt, et $B \times B = E$, erunt A, E inter se primi [id.]. iam quoniam duo numeri A, Γ ad duos numeros B, E singuli ad singulos primi sunt, etiam $A \times \Gamma$ ad $B \times E$ primus est [prop. XXVI]. et $A \times \Gamma = \Delta$, $B \times E = Z$. ergo Δ, Z inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXVIII.

Si duo numeri inter se primi sunt, etiam uterque simul ad utrumuis primus erit. et si uterque simul ad alterutrum primus est, etiam numeri ab initio sumpti inter se primi erunt.

Componantur enim duo numeri inter se primi AB, $B\Gamma$. dico, etiam $A\Gamma$ ad utrumuis AB, $B\Gamma$ primum esse.

---

om. Vφ. εἰσί Vφ. 6. ἐπεί — εἰσίν] mg. m. 1 V. εἰσί BVpφ. 8. εἰσί Vpφ. ἐπεὶ οὖν — 9: εἰσίν] om. p, mg. m. 1 V. 9. εἰσί BVpφ. 11. εἰσί V φ. 12. εἰσί PVpφ. 14. ἐπεί] καὶ ἐπεί B. 15. B] corr. ex A V. 16. εἰσι Vpφ. 17. τόν] τῶν φ. ἐστι Vφ, comp. p. 20. λ′ BVpφ, P m. rec. 22. ὦσι PVpφ. συναμφότερον αὐτῶν πρὸς ἑκάτερον Vφ. 26. συγκείσθωσαν φ. 28. τῶν] τόν P.

Εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ ΓΑ, ΑΒ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις τοὺς ΓΑ, ΑΒ ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Δ. ἐπεὶ οὖν ὁ Δ τοὺς ΓΑ, ΑΒ μετρεῖ, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΒΓ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΒΑ· ὁ Δ ἄρα τοὺς ΑΒ, ΒΓ μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς ΓΑ, ΑΒ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει· οἱ ΓΑ, ΑΒ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ ΑΓ, ΓΒ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ὁ ΓΑ ἄρα πρὸς ἑκάτερον τῶν ΑΒ, ΒΓ πρῶτός ἐστιν.

Ἔστωσαν δὴ πάλιν οἱ ΓΑ, ΑΒ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· λέγω, ὅτι καὶ οἱ ΑΒ, ΒΓ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ ΑΒ, ΒΓ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις τοὺς ΑΒ, ΒΓ ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Δ. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ ἑκάτερον τῶν ΑΒ, ΒΓ μετρεῖ, καὶ ὅλον ἄρα τὸν ΓΑ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΑΒ· ὁ Δ ἄρα τοὺς ΓΑ, ΑΒ μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς ΑΒ, ΒΓ ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει. οἱ ΑΒ, ΒΓ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κθ'.

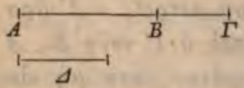
Ἅπας πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα ἀριθμόν, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν.

---

1. ΓΑ] ΑΓ p. 2. ΓΑ] Α e corr. p. ΑΒ] ΑΒ ἀριθμούς Vφ. ἀριθμός] mutat. in ἀριθμούς p. 5. Δ] in ras. φ. 8. διὰ τά — 9: εἰσίν] mg. V. 8. διά] seq. ras. 2 litt. φ. 9. οἱ] αἱ V, ὁ φ. ΑΓ, ΓΒ] in ras. p; ΓΑ, ΓΒ Vφ. ΓΑ] ΑΓ Vpφ. 10. τῶν] e corr. P. 12. καί] supra V. ΑΒ] e corr. p m. 1. 15. ΒΓ] ΒΓ ἀριθμούς Vφ. μετρήτω φ.

nam si *ΓA*, *AB* inter se primi non sunt, numerus aliquis numeros *ΓA*, *AB* metietur. metiatur et sit *Δ*.

iam quoniam *Δ* numeros *ΓA*, *AB* metitur, etiam reliquum *BΓ* metietur.[1]) uerum etiam *BA* metitur.



Δ igitur *AB*, *BΓ* numeros metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. itaque numeros *ΓA*, *AB* nullus numerus metitur. ergo *ΓA*, *AB* inter se primi sunt. eadem de causa etiam *AΓ*, *ΓB* inter se primi sunt. *ΓA* igitur ad utrumuis *AB* *BΓ* primus est.

iam rursus *ΓA*, *AB* inter se primi sint; dico, etiam *AB*, *BΓ* inter se primos esse.

nam si *AB*, *BΓ* inter se primi non sunt, numerus aliquis eos metietur. metiatur et sit *Δ*. et quoniam *Δ* utrumque *AB*, *BΓ* metitur, etiam totum *ΓA* metietur.[1]) uerum etiam *AB* metitur. *Δ* igitur *ΓA*, *AB* metitur, qui primi sunt inter se; quod fieri non potest. itaque numeros *AB*, *BΓ* nullus numerus metietur. ergo *AB*, *BΓ* inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXIX.

Quiuis numerus primus ad quemuis numerum, quem non metitur, primus est.

---

1) Neque hoc, neque quo lin. 17 utitur, usquam apud Euclidem demonstratum est; pro axiomatis ea habuit. cfr. Clavius II p. 12 nr. X et XII.

---

23. λα' BVpφ, P m. rec. 24. ἅπαντα] seq. lacuna 6 litt. V. 25. ὅν — ἐστιν] in ras. m. 1 p. μετρῇ P, corr. m. rec.

Ἔστω πρῶτος ἀριθμὸς ὁ Α καὶ τὸν Β μὴ μετρείτω· λέγω, ὅτι οἱ Β, Α πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ Β, Α πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω ὁ Γ. ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ, ὁ δὲ Α τὸν Β οὐ μετρεῖ, ὁ Γ ἄρα τῷ Α οὔκ ἐστιν ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τοὺς Β, Α μετρεῖ, καὶ τὸν Α ἄρα μετρεῖ πρῶτον ὄντα μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς Β, Α μετρήσει τις ἀριθμός. οἱ Α, Β ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρῇ τις πρῶτος ἀριθμός, καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει.

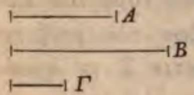
Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους τὸν Γ ποιείτωσαν, τὸν δὲ Γ μετρείτω τις πρῶτος ἀριθμὸς ὁ Δ· λέγω, ὅτι ὁ Δ ἕνα τῶν Α, Β μετρεῖ.

Τὸν γὰρ Α μὴ μετρείτω· καί ἐστι πρῶτος ὁ Δ· οἱ Α, Δ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ὁσάκις ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ε. ἐπεὶ οὖν ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ε μονάδας, ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Δ, Ε τῷ ἐκ

---

3. Β, Α] Α, Β p. 4. ἀριθμός] -ός in ras. φ. μετρήτω φ. ἐπεί] καὶ ὁ Γ οὔκ ἐστι μονάς. ἐπεὶ οὖν Vφ et om. καί p. Ante ἐπεί add. P m. rec. καί. 6. τῷ] e corr. P. Β, Α] in ras. φ; Β supra m. 1 V. 8. αὐτὸς οὐδὲ μονάς Vφp.

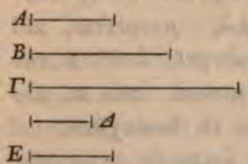
Sit numerus primus A et numerum B ne metiatur. dico, numeros B, A inter se primos esse.



nam si numeri B, A inter se primi non sunt, numerus aliquis eos metietur. metiatur numerus Γ. quoniam Γ numerum B metitur, A autem B non metitur, Γ et A iidem non sunt. et quoniam Γ numeros B, A metitur, etiam numerum A, qui primus est, metitur, quamquam idem non est; quod fieri non potest. itaque numeros B, A nullus numerus metietur. ergo A, B inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXX.

Si duo numeri inter se multiplicantes numerum aliquem effecerint, et numerum ex iis productum primus aliquis numerus metitur, etiam alterutrum numerorum ab initio sumptorum metietur.



Duo enim numeri A, B inter se multiplicantes numerum Γ efficiant, et numerum Γ metiatur primus aliquis numerus Δ. dico, Δ alterutrum A, B metiri.

nam numerum A ne metiatur. et Δ primus est. itaque A, Δ inter se primi sunt [prop. XXIX]. et quoties Δ numerum Γ metitur, tot unitates sint in E. iam quoniam Δ numerum Γ secundum unitates numeri E metitur, erit $\Delta \times E = \Gamma$ [def. 15]. uerum etiam $A \times B = \Gamma$. itaque $\Delta \times E = A \times B$. quare

9. B, A] A, B pφ. 11. λβ' BVpφ. 18. ἀριθμὸς πρῶτος Vφ. 20. μή] supra V. 21. A] in ras. φ. εἰσι Vpφ.

τῶν Α, Β. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Ε. οἱ δὲ Δ, Α πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· ὁ Δ ἄρα τὸν Β μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἐὰν τὸν Β μὴ μετρῇ, τὸν Α μετρήσει. ὁ Δ ἄρα ἕνα τῶν Α, Β μετρεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λα'.

Ἅπας σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Ἔστω σύνθετος ἀριθμὸς ὁ Α· λέγω, ὅτι ὁ Α ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Ἐπεὶ γὰρ σύνθετός ἐστιν ὁ Α, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Β. καὶ εἰ μὲν πρῶτός ἐστιν ὁ Β, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Γ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ, ὁ δὲ Β τὸν Α μετρεῖ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Α μετρεῖ. καὶ εἰ μὲν πρῶτός ἐστιν ὁ Γ, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμός. τοιαύτης δὴ γινομένης ἐπισκέψεως ληφθήσεταί τις πρῶτος ἀριθμός, ὃς μετρήσει. εἰ γὰρ οὐ ληφθήσεται, μετρήσουσι

---

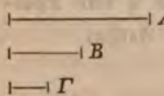
3. *καί*] om. p. *οἱ δὲ ἐλάχιστοι*] supra P, in mg. m. 1 Vφ. 4. *μείζων τόν*] mg. φ (*τόν* in ras.). 6. *τόν*] (prius) in ras. φ. 8. *Β μή*] in ras. p; *μή* supra V m. 2. Post *μετρῇ* ras. 1 litt. p. 9. Sequitur in BVpφ alia demonstratio prop. XXXI a Theone addita; u. app. 10. *λγ'* BVφ, P m. rec.; *λδ'* p. 14. *μετρῆται* P, corr. m. 2. 17. *δῆλον ἂν εἴη τὸ ζητούμενον* Theon (BVpφ). 20. *μετρεῖ*] (prius)

[prop. XIX] $\Delta : A = B : E$. uerum Δ, A primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [prop. XXI], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque Δ numerum B metitur. similiter demonstrabimus, Δ numerum, si B numerum non metiatur, numerum A metiri. ergo Δ alterutrum numerorum A, B metitur; quod erat demonstrandum.

XXXI.

Quemuis numerum compositum primus aliquis numerus metitur.

Sit numerus compositus A. dico, primum aliquem numerum numerum A metiri.



nam quoniam A compositus est, numerus aliquis eum metietur. metiatur et sit B. et si B primus est, factum erit id, quod iussi sumus.[1]) sin compositus est, numerus aliquis eum metietur. metiatur et sit Γ. et quoniam Γ numerum B metitur, et B numerum A metitur, etiam Γ numerum A metitur. et si Γ primus est, factum erit, quod iussi sumus; sin compositus,

1) Sc. primum numerum numerum A metientem inuenire. quamquam haec formula in problemata magis cadit, id quod magis etiam de p. 252, 12 ualet.

om. p. 21. δῆλον ἂν εἴη τὸ ζητούμενον Theon (BVpφ). 22. Post ἀριθμός add. p: μετρείτω καὶ ἔστω ὁ Γ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν B μετρεῖ ὁ δὲ B τὸν A μετρεῖ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν A μετρεῖ. 23. δή] corr. ex δέ V, δέ pφ. 24. ὅς] supra m. 2 P. Post μετρήσει add. Theon τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, (huc usque etiam P mg. m. rec.) ὃς καὶ τὸν A μετρήσει (BVpφ). εἰ] corr. ex ἤ m. rec. P. οὐ] μή August.

τὸν Α ἀριθμὸν ἄπειροι ἀριθμοί, ὧν ἕτερος ἑτέρου ἐλάσσων ἐστίν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον ἐν ἀριθμοῖς. ληφθήσεταί τις ἄρα πρῶτος ἀριθμός, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ὃς καὶ τὸν Α μετρήσει.

Ἅπας ἄρα σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβ'.

Ἅπας ἀριθμὸς ἤτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Ἔστω ἀριθμὸς ὁ Α· λέγω, ὅτι ὁ Α ἤτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Εἰ μὲν οὖν πρῶτός ἐστιν ὁ Α, γεγονὸς ἂν εἴη τό ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν πρῶτος ἀριθμός.

Ἅπας ἄρα ἀριθμὸς ἤτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ'.

Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ· δεῖ δὴ εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Β, Γ.

Οἱ Α, Β, Γ γὰρ ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν

---

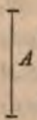
1. ὁ ἕτερος Vφ. τοῦ ἑτέρου BVpφ. 2. ἐστίν] (prius) om. B. 3. πρῶτος ἀριθμός] supra m. 2 V, ἀριθμὸς πρῶτος p. 7. λδ' BV, P m. rec.; λε' p. 8. πᾶς P. 11. ἐστι Vφ. 12. γεγονός] Pp, δῆλον BVφ. 13. ἐπιταχθέν] ζητούμενον Theon (BVpφ). 17. λε' BV, P m. rec.; λϛ' p. 19. τοὺς αὐτοὺς λόγους Bp. 22. τοὺς αὐτοὺς λόγους BVpφ.

numerus aliquis eum metietur. hac igitur ratiocinatione procedente inuenietur primus aliquis numerus, qui metietur.[1]) nam si non inuenietur, infiniti numeri numerum A metientur, alter semper altero deinceps minores; quod in numeris fieri non potest. itaque inuenietur primus aliquis numerus proxime antecedentem metiens, qui etiam numerum A metiatur.

Ergo quemuis numerum compositum primus aliquis numerus metitur; quod erat demonstrandum.

XXXII.

Quiuis numerus aut primus est, aut primus numerus eum metitur.



Sit numerus A. dico, numerum A aut primum esse aut primum aliquem numerum eum metiri. iam si primus est A, factum erit, quod iussi sumus; sin compositus, primus aliquis numerus eum metietur [prop. XXXI].

Ergo quiuis numerus aut primus est, aut primus numerus eum metitur; quod erat demonstrandum.

XXXIII.

Datis quotlibet numeris minimos eorum, qui eandem rationem habent, inuenire.

Dati sint quotlibet numeri A, B, Γ. oportet igitur minimos eorum inuenire, qui eandem rationem habeant ac A, B, Γ.

A, B, Γ enim aut inter se primi sunt aut non

---

1) Sc. numerum praecedentem et ea de causa numerum A (cfr. lin. 4). et puto, haec audiri posse. etsi fieri potest, ut haec uerba in P mero errore ob ὁμοιοτέλευτον exciderint.

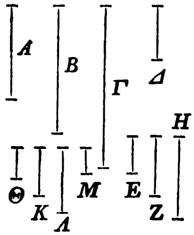
ἢ οὔ. εἰ μὲν οὖν οἱ Α, Β, Γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

εἰ δὲ οὔ, εἰλήφθω τῶν Α, Β, Γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ Δ, καὶ ὁσάκις ὁ Δ ἕκαστον τῶν Α, Β, Γ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν ἑκάστῳ τῶν Ε, Ζ, Η. καὶ ἕκαστος ἄρα τῶν Ε, Ζ, Η ἕκαστον τῶν Α, Β, Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας. οἱ Ε, Ζ, Η ἄρα τοὺς Α, Β, Γ ἰσάκις μετροῦσιν· οἱ Ε, Ζ, Η ἄρα τοῖς Α, Β, Γ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ Ε, Ζ, Η ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Β, Γ, ἔσονται [τινες] τῶν Ε, Ζ, Η ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς Α, Β, Γ. ἔστωσαν οἱ Θ, Κ, Λ· ἰσάκις ἄρα ὁ Θ τὸν Α μετρεῖ καὶ ἑκάτερος τῶν Κ, Λ ἑκάτερον τῶν Β, Γ. ὁσάκις δὲ ὁ Θ τὸν Α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Μ· καὶ ἑκάτερος ἄρα τῶν Κ, Λ ἑκάτερον τῶν Β, Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Μ μονάδας. καὶ ἐπεὶ ὁ Θ τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Μ μονάδας, καὶ ὁ Μ ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Θ μονάδας. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁ Μ καὶ ἑκάτερον τῶν Β, Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν ἑκατέρῳ τῶν Κ, Λ μονάδας· ὁ Μ ἄρα τοὺς Α, Β, Γ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Θ τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Μ μονάδας, ὁ Θ ἄρα τὸν Μ πολλαπλασιάσας τὸν Α

---

6. ἐν] om. P. 7. ἕκαστος] ἕκαστον p. 10. τοῖς] corr. ex τοι m. rec. P. εἰσί Vφ. 11. καί] καὶ οἱ p. 12. τοῖς] corr. ex τοι m. 1 P. 13. τινες] om. P. 16. Β, Γ] Γ, Β corr. ex Α, Β m. 1 p. δέ] δή? 18. τῶν Β, Γ] τὸν Γ, Β p. 20. Α] Θ p. 21. καὶ ὁ Μ Vφ.

primi. iam si *A*, *B*, *Γ* inter se primi sunt, minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent [prop. XXI].



sin minus, sumatur numerorum *A*, *B*, *Γ* maxima mensura communis *Δ* [prop. III][1], et quoties *Δ* singulos numeros *A*, *B*, *Γ* metitur, tot unitates sint in singulis *E*, *Z*, *H*. quare etiam singuli *E*, *Z*, *H* singulos *A*, *B*, *Γ* secundum unitates numeri *Δ* metiuntur [prop. XV]. itaque *E*, *Z*, *H* numeros *A*, *B*, *Γ* aequaliter metiuntur. itaque *E*, *Z*, *H* et *A*, *B*, *Γ* in eadem ratione sunt [def. 20]. iam dico, *E*, *Z*, *H* etiam minimos esse. nam si *E*, *Z*, *H* minimi non sunt eorum, qui eandem rationem habent ac *A*, *B*, *Γ*, erunt numeri numeris *E*, *Z*, *H* minores, qui in eadem ratione sint ac *A*, *B*, *Γ*. sint *Θ*, *K*, *Λ*. itaque *Θ* numerum *A* et uterque *K*, *Λ* utrumque *B*, *Γ* aequaliter metitur. quoties autem *Θ* numerum *A* metitur, tot unitates sint in *M*. quare etiam uterque *K*, *Λ* utrumque *B*, *Γ* secundum unitates numeri *M* metitur. et quoniam *Θ* numerum *A* secundum unitates numeri *M* metitur, etiam *M* numerum *A* secundum unitates numeri *Θ* metitur [prop. XV]. eadem de causa *M* etiam utrumque *B*, *Γ* secundum unitates utriusque *K*, *Λ* metitur. *M* igitur numeros *A*, *B*, *Γ* metitur. et quoniam *Θ* numerum *A* secundum unitates numeri *M* metitur, erit $\Theta \times M = A$ [def. 15]. eadem de

1) Cum πόρισμα prop. 3 spurium sit, Euclides tacite eam ad quotlibet numeros transtulit; cfr. p. 269 not.

πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Ε τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Ε, Δ τῷ ἐκ τῶν Θ, Μ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Μ πρὸς τὸν Δ. μείζων δὲ ὁ Ε τοῦ Θ· μείζων ἄρα καὶ ὁ Μ τοῦ Δ. καὶ μετρεῖ τοὺς Α, Β, Γ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ὑπόκειται γὰρ ὁ Δ τῶν Α, Β, Γ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον. οὐκ ἄρα ἔσονταί τινες τῶν Ε, Ζ, Η ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς Α, Β, Γ. οἱ Ε, Ζ, Η ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Β, Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λδʹ.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων εὑρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, Β· δεῖ δὴ εὑρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Οἱ Α, Β γὰρ ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ οὔ. ἔστωσαν πρότερον οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Α πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. οἱ Α, Β ἄρα τὸν Γ μετροῦσιν. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ Α, Β ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ. μετρείτωσαν τὸν Δ. καὶ ὁσάκις ὁ Α τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ε, ὁσάκις δὲ ὁ Β τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ζ· ὁ μὲν Α ἄρα τὸν Ε πολλα-

---

1. πεποίηκε Vφ. διὰ τά — 2: πεποίηκεν] om. p. 8. ὄντες ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ p. 9. εἴσιν P. 12. λϛʹ BV, P m. rec.; λζʹ p. 15. δύο ἀριθμοὶ οἱ δοθέντες p. 16. ἀριθμόν] om. Vφ. 19. τὸν Γ — 20: πολλαπλασιάσας] mg. m. 2 B. 20. ἄρα] comp. supra V, ἔτι φ. 21. καὶ οἱ P. μετροῦσι Vφ. 22.

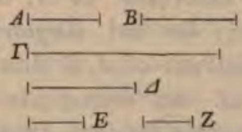
causa erit etiam $E \times \varDelta = A$. itaque $E \times \varDelta = \varTheta \times M$. quare erit [prop. XIX] $E : \varTheta = M : \varDelta$. uerum $E > \varTheta$. quare etiam $M > \varDelta$ [prop. XIII. V, 14]. et M numeros $A, B, \varGamma$ metitur; quod fieri non potest. nam suppositum est, $\varDelta$ maximam mensuram communem esse numerorum $A, B, \varGamma$. itaque non erunt numeri numeris E, Z, H minores, qui in eadem ratione sint ac $A, B, \varGamma$. ergo E, Z, H minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac $A, B, \varGamma$; quod erat demonstrandum.

XXXIV.

Datis duobus numeris, quem minimum metiuntur numerum, inuenire.

Sint duo numeri dati A, B. oportet igitur, quem minimum metiuntur numerum, inuenire.

A, B enim aut inter se primi sunt aut non primi. prius A, B inter se primi sint, et sit $A \times B = \varGamma$. quare etiam $B \times A = \varGamma$ [prop. XVI]. itaque A, B numerum $\varGamma$ metiuntur. iam dico, eos eum etiam



minimum metiri. nam si minus, A, B numerum aliquem numero $\varGamma$ minorem metientur. metiantur numerum $\varDelta$. et quoties A numerum $\varDelta$ metitur, tot unitates sint in E, quoties autem B numerum $\varDelta$ metitur, tot unitates sint in Z. itaque erit $A \times E = \varDelta$,

---

μετρήσουσιν PB. 25. ὁσάκις δέ] καὶ ὁσάκις Vφ, ὁσάκις δὲ καί p. Δ] e corr. m. 2 p.

πλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ δὲ Β τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Α, Ε τῷ ἐκ τῶν Β, Ζ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε. οἱ δὲ Α, Β πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· ὁ Β ἄρα τὸν Ε μετρεῖ, ὡς ἑπόμενος ἑπόμενον. καὶ ἐπεὶ ὁ Α τοὺς Β, Ε πολλαπλασιάσας τοὺς Γ, Δ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. μετρεῖ δὲ ὁ Β τὸν Ε· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ Α, Β μετροῦσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ. ὁ Γ ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν Α, Β μετρεῖται.

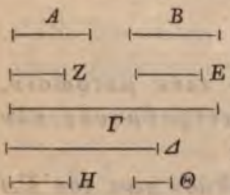
Μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Β οἱ Ζ, Ε· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Α, Ε τῷ ἐκ τῶν Β, Ζ. καὶ ὁ Α τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· οἱ Α, Β ἄρα τὸν Γ μετροῦσιν. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ Α, Β ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ. μετρείτωσαν τὸν Δ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Α τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Η, ὁσάκις δὲ ὁ Β τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Θ. ὁ μὲν Α ἄρα τὸν Η πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ δὲ Β τὸν Θ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἴσος

---

3. Α] (prius) corr. ex Δ V. 5. μετροῦσιν B. 9. Γ, Δ] Γ postea insert. m. 1 p, post Δ 1 litt. eras. 11. ἄρα] δὲ ἄρα p. τὸν Δ] τὴν Δ P. 13. μετρήσουσιν P. Post τοῦ Γ add. Theon: ὅταν οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν (BVpφ,

$B \times Z = \Delta$ [def. 15]. itaque $A \times E = B \times Z$. quare erit $A : B = Z : E$ [prop. XIX]. uerum A, B primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [prop. XXI], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX]. itaque B numerum E metitur, ut sequens sequentem. et quoniam A numeros B, E multiplicans numeros Γ, Δ effecit, erit $B : E = \Gamma : \Delta$ [prop. XVII]. uerum B numerum E metitur. quare etiam Γ numerum Δ metitur [def. 20], maior minorem; quod fieri non potest. itaque A, B nullum numerum numero Γ minorem metiuntur. ergo Γ numerum minimum metiuntur A, B.

Ne sint igitur A, B inter se primi, et sumantur Z, E minimi eorum, qui eandem rationem habent ac A, B [prop. XXXIII]. itaque $A \times E = B \times Z$ [prop. XIX]. et sit $A \times E = \Gamma$. itaque etiam $B \times Z = \Gamma$. quare A, B numerum Γ metiuntur. iam dico, eos eum etiam minimum metiri. nam si minus, A, B numerum aliquem numero Γ minorem metientur. metiantur numerum Δ. et quoties A numerum Δ metitur, tot unitates sint in H, quoties autem B numerum Δ metitur, tot unitates sint in Θ. itaque $A \times H = \Delta$, $B \times \Theta = \Delta$ [def. 15]. quare



P m. rec.) 15. δή] δέ p. 17. Z, E] corr. ex E, Z V. 19. τὸν Γ — πολλαπλασιάσας] mg. m. 1 p. ποιείτω — 20: τὸν Γ] mg. φ. 20. πεποίηκε p. μετροῦσι Vφ. 22. μετρήσουσιν PB, μετρήσουσι δή p. 24. H, ὁσάκις — 25: ἐν τῷ] om. p. 26. Δ] corr. ex A p. 27. ὁ δὲ B — πεποίηκεν] om. p.

πλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ δὲ Β τὸν Ζ πλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Α, Ε τῷ ἐκ τῶν Β, Ζ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρ Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε. οἱ δὲ Α, Β πρῶ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τ ζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· ὁ Β ἄρα μετρεῖ, ὡς ἑπόμενος ἑπόμενον. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ το πολλαπλασιάσας τοὺς Γ, Δ πεποίηκεν, ἔστιν ὁ Β πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. με ὁ Β τὸν Ε· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ ὁ τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα Β μετροῦσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν Α, Β μετρεῖται.

Μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς ἀλ καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτ γον ἐχόντων τοῖς Α, Β οἱ Ζ, Ε· ἴσος ἄρα ἐκ τῶν Α, Ε τῷ ἐκ τῶν Β, Ζ. καὶ ὁ Α τὸν Ε πλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Ζ πλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· οἱ Α, Β ἄρα τὸν τροῦσιν. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γ μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ Α, Β ἐλάσσονα ὄντα μετρείτωσαν τὸν Δ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Α τὸν τρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Η, ὁσ ὁ Β τὸν Δ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν ὁ μὲν Α ἄρα τὸν Η πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεπ ὁ δὲ Β τὸν Θ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν

---

3. Α] (prius) corr. ex Δ V. 5. μετροῦσιν B. 9 Γ postea insert. m. 1 p, post Δ 1 litt. eras. 11. ἄρα p. τὸν Δ] τὴν Δ P. 13. μετρήσουσιν P. Po add. Theon: ὅταν οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν

ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Α, Η τῷ ἐκ τῶν Β, Θ· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Η. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Η. οἱ δὲ Ζ, Ε ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· ὁ Ε ἄρα τὸν Η μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Α τοὺς Ε, Η πολλαπλασιάσας τοὺς Γ, Δ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ὁ δὲ Ε τὸν Η μετρεῖ· καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ Α, Β μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Γ. ὁ Γ ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν Α, Β μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λε΄.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα μετρῶσιν, καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος τὸν αὐτὸν μετρήσει.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β ἀριθμόν τινα τὸν ΓΔ μετρείτωσαν, ἐλάχιστον δὲ τὸν Ε· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Ε τὸν ΓΔ μετρεῖ.

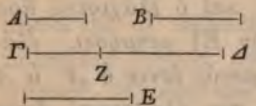
Εἰ γὰρ οὐ μετρεῖ ὁ Ε τὸν ΓΔ, ὁ Ε τὸν ΔΖ μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν ΓΖ. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Β τὸν Ε μετροῦσιν, ὁ δὲ Ε τὸν ΔΖ μετρεῖ, καὶ οἱ Α, Β ἄρα τὸν ΔΖ μετρήσουσιν. μετροῦσι δὲ καὶ

2. ὡς] insert. m. 1 p. Η] in ras. φ. 3. οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Ε] mg. φ. Post Ε add. P: ἀλλ' ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Η; del. m. rec. καὶ ὡς ἄρα] ἔστιν ἄρα ὡς p. 4. Ζ] Θ P, corr. m. rec. Ε] Η P, corr. m. rec. Θ] Ζ P, corr. m. rec. Η] Ε P, corr. m. rec. 8. τούς] τόν p. Ε, Η] Η, Ε B. 12. μετρήσουσιν B. 13.

$A \times H = B \times \Theta$. itaque $A : B = \Theta : H$ [prop. XIX]. uerum $A : B = Z : E$. itaque etiam $Z : E = \Theta : H$. uerum Z, E minimi sunt, minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX]. itaque E numerum H metitur. et quoniam A numeros E, H multiplicans numeros Γ, Δ effecit, erit $E : H = \Gamma : \Delta$ [prop. XVII]. uerum E numerum H metitur. quare etiam Γ numerum Δ metitur [def. 20] maior minorem; quod fieri non potest. itaque A, B nullum numerum numero Γ minorem metiuntur. ergo Γ numerum minimum metiuntur A, B; quod erat demonstrandum.

XXXV.

Si duo numeri numerum aliquem metiuntur, etiam quem minimum metiuntur numerum, eundem metietur.



Duo enim numeri A, B numerum aliquem $\Gamma\Delta$ metiantur, minimum autem E numerum. dico, etiam E numerum numerum $\Gamma\Delta$ metiri.

Nam si E numerum $\Gamma\Delta$ non metitur, E numerum ΔZ metiens relinquat se minorem ΓZ. et quoniam A, B numerum E metiuntur, E autem numerum ΔZ metitur, etiam A, B numerum ΔZ metientur.

ὄντα] om. Vφ. 15. λζʹ BV, P m. rec., ληʹ p. 16. Post ἐάν ras. 3 litt. BV. μετρήσωσι p, μετρῶσι PVφ. 20. καί] supra m. 1 P. 22. οὐ] μή August. $\Gamma\Delta$] Γ B. ΔZ] $Z\Delta$ p, $\Gamma\Delta$ V in ras., φ. 25. μετρήσουσιν. μετροῦσι] -σι μετροῦ- add. m. 2 B; μετρήσουσι μετροῦσι Vpφ; μετροῦσιν. μετροῦσι P.

ὅλον τὸν ΓΔ· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν ΓΖ μετρήσουσιν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Ε· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οὐ μετρεῖ ὁ Ε τὸν ΓΔ· μετρεῖ ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λϛʹ.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων εὑρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ· δεῖ δὴ εὑρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Εἰλήφθω γὰρ ὑπὸ δύο τῶν Α, Β ἐλάχιστος μετρούμενος ὁ Δ. ὁ δὴ Γ τὸν Δ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον. μετροῦσι δὲ καὶ οἱ Α, Β τὸν Δ· οἱ Α, Β, Γ ἄρα τὸν Δ μετροῦσιν. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσιν [τινα] ἀριθμὸν οἱ Α, Β, Γ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Δ. μετρείτωσαν τὸν Ε. ἐπεὶ οἱ Α, Β, Γ τὸν Ε μετροῦσιν, καὶ οἱ Α, Β ἄρα τὸν Ε μετροῦσιν. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν Α, Β μετρούμενος [τὸν Ε] μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν Α, Β μετρούμενός ἐστιν ὁ Δ· ὁ Δ ἄρα τὸν Ε μετρήσει ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ Α, Β, Γ μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Δ· οἱ Α, Β, Γ ἄρα ἐλάχιστον τὸν Δ μετροῦσιν.

Μὴ μετρείτω δὴ πάλιν ὁ Γ τὸν Δ, καὶ εἰλήφθω

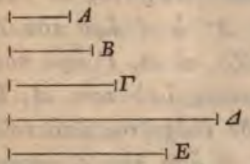
---

5. ληʹ BV, λθʹ p. 9. μετρήσουσιν P. 10. τῶν] in ras. φ. 11. δή] δέ P. 13. ἄρα Α, Β, Γ Vφ. μετροῦσι Vpφ, μετρήσουσιν P. δή] om. Vφ. 14. μετρήσουσι V et corr. ex μετρείσουσι φ. τινα] om. Pp. 15. ἀριθμόν] om. p. ἐλάσσονα] τινα ἀριθμὸν ἐλάττονα p. 16. ἐπεὶ οὖν Vφ. μετροῦσι PVpφ. 17. μετρήσουσιν P et comp. p; μετροῦσι Vφ. 18. τὸν Ε] om. P. 20. μετρήσει] comp. p, in ras. φ. 21. Γ] insert. postea φ. μετρήσουσιν B, μετροῦσι Vφ.

uerum etiam totum ΓΔ metiuntur. quare etiam reliquum ΓZ metientur numero E minorem; quod fieri non potest. itaque fieri non potest, ut E numerum ΓΔ non metiatur. ergo metitur; quod erat demonstrandum.

XXXVI.

Datis tribus numeris, quem minimum metiuntur numerum, inuenire.



Sint tres numeri dati A, B, Γ. oportet igitur, quem minimum metiuntur numerum, inuenire.

sumatur enim, quem duo numeri A, B minimum metiuntur, Δ [prop. XXXIV]. Γ igitur numerum Δ aut metitur aut non metitur. metiatur prius. uerum etiam A, B numerum Δ metiuntur. itaque A, B, Γ numerum Δ metiuntur. iam dico, eos eum etiam minimum metiri. nam si minus, A, B, Γ numerum numero Δ minorem metientur. metiantur numerum E. quoniam A, B, Γ numerum E metiuntur, etiam A, B numerum E metientur. quare etiam, quem minimum metiuntur A, B, numerum E metietur [prop. XXXV]. quem autem A, B minimum metiuntur, est Δ. Δ igitur numerum E metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque A, B, Γ nullum numerum numero Δ minorem metientur. ergo A, B, Γ numerum Δ minimum metiuntur.

rursus ne metiatur Γ numerum Δ, et sumatur,

22. Γ] om. P. 23. μετρήσουσιν P, comp. p; μετροῦσι Vφ. 24. δή] δέ p.

ὑπὸ τῶν Γ, Δ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ Ε. ἐπεὶ οἱ Α, Β τὸν Δ μετροῦσιν, ὁ δὲ Δ τὸν Ε μετρεῖ, καὶ οἱ Α, Β ἄρα τὸν Ε μετροῦσιν. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Γ [τὸν Ε· καὶ] οἱ Α, Β, Γ ἄρα τὸν Ε μετροῦσιν. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί τινα οἱ Α, Β, Γ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Ε. μετρείτωσαν τὸν Ζ. ἐπεὶ οἱ Α, Β, Γ τὸν Ζ μετροῦσιν, καὶ οἱ Α, Β ἄρα τὸν Ζ μετροῦσιν· καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν Α, Β μετρούμενος τὸν Ζ μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν Α, Β μετρούμενός ἐστιν ὁ Δ· ὁ Δ ἄρα τὸν Ζ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ Γ τὸν Ζ· οἱ Δ, Γ ἄρα τον Ζ μετροῦσιν· ὥστε καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν Δ, Γ μετρούμενος τὸν Ζ μετρήσει. ὁ δὲ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν Γ, Δ μετρούμενός ἐστιν ὁ Ε· ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ μετρεῖ ὁ μείζων τον ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ Α, Β, Γ μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Ε. ὁ Ε ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν Α, Β, Γ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λζ'.

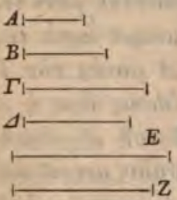
Ἐὰν ἀριθμος ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, ὁ μετρούμενος ὁμώνυμον μέρος ἕξει τῷ μετροῦντι.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α ὑπό τινος ἀριθμοῦ τοῦ Β με-

---

1. ἀριθμός] om. p. 2. μετροῦσι Vφ. Δ] corr. ex Α p m. 2. 3. Post Β in p m. 2 insert. Γ. μετρήσουσιν P, μετροῦσι Vφ, comp. p. μετρεῖ — 4: μετροῦσιν] om. p. 4. τὸν Ε. καί] om. P. Γ] supra m. 2 V. μετρήσουσι P, μετροῦσι Vφ. 5. δή] om. Vφ. μετρήσουσιν B, comp. p; μετροῦσι Vφ. 6. τινα] om. p. τινα ἐλάττονα ἀριθμὸν ὄντα p. 7. μετροῦσιν, καὶ οἱ Α, Β ἄρα τὸν Ζ] mg. φ (μετροῦσι). μετροῦσι Vp. καὶ οἱ Α, Β ἄρα τὸν Ζ μετροῦσιν] mg. m. 2 V. 8. μετροῦσιν] μετρήσουσι V, comp. p, in ras. φ.

quem *Γ*, *Δ* minimum metiuntur numerum, *E* [prop. XXXIV]. quoniam *A*, *B* numerum *Δ* metiuntur, et *Δ* numerum *E* metitur, etiam *A*, *B* numerum *E* metiuntur. uerum etiam *Γ* numerum *E* metitur. itaque *A*, *B*, *Γ* numerum *E* metiuntur. iam dico, eos eum etiam minimum metiri. nam si minus, *A*, *B*, *Γ* numerum aliquem minorem numero *E* metientur. metiantur numerum Z. quoniam *A*, *B*, *Γ* numerum Z metiuntur, etiam *A*, *B* numerum Z metiuntur. quare etiam, quem minimum metiuntur *A*, *B*, numerum Z metietur [prop. XXXV]. uerum quem minimum metiuntur *A*, *B*, est *Δ*. *Δ* igitur numerum Z metitur. uerum etiam *Γ* numerum Z metitur. itaque *Δ*, *Γ* numerum Z metiuntur. quare etiam quem minimum metiuntur *Δ*, *Γ*, numerum Z metietur [id.]. uerum quem minimum metiuntur *Γ*, *Δ*, est *E*. itaque *E* numerum Z metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque numeri *A*, *B*, *Γ* nullum numerum numero *E* minorem metientur. ergo *E* minimus est, quem *A*, *B*, *Γ* metiuntur; quod erat demonstrandum.



XXXVII.

Si numerum numerus aliquis metitur, is, quem metitur, partem habebit a metiente denominatam.

Numerum enim *A* numerus aliquis *B* metiatur.

---

9. τὸν Z — 10: μετρούμενος] om. p. 12. μετρήσουσι p. ὥστε] om. P. ἄρα ὑπό P. *Γ*, *Δ* p. 14. *Γ*, *Δ*] Pp; *Δ*, *Γ* BVφ. 16. *B*] om. p. μετρήσουσι] PB, comp. p; μετροῦσι Vφ. ἐλάττονα τοῦ E ὄντα p. 19. λθ' B (post add. m. 1, ut posthac saepius), V, P m. rec., μ' p. 20. μετρεῖται φ.

τρείσθω· λέγω, ὅτι ὁ *Α* ὁμώνυμον μέρος ἔχει τῷ *Β*.

Ὁσάκις γὰρ ὁ *Β* τον *Α* μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ *Γ*. ἐπεὶ ὁ *Β* τὸν *Α* μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ *Γ* μονάδας, μετρεῖ δὲ καὶ ἡ *Δ* μονὰς τὸν *Γ* ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, ἰσάκις ἄρα ἡ *Δ* μονὰς τὸν *Γ* ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ο *Β* τὸν *Α*. ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ *Δ* μονὰς τὸν *Β* ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ *Γ* τὸν *Α*· ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ *Δ* μονὰς τοῦ *Β* ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ *Γ* τοῦ *Α*. ἡ δὲ *Δ* μονὰς τοῦ *Β* ἀριθμοῦ μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον αὐτῷ· καὶ ὁ *Γ* ἄρα τοῦ *Α* μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ *Β*. ὥστε ὁ *Α* μέρος ἔχει τον *Γ* ὁμώνυμον ὄντα τῷ *Β*· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λη'.

Ἐὰν ἀριθμος μέρος ἔχῃ ὁτιοῦν, ὑπὸ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει.

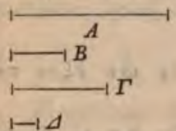
Ἀριθμὸς γὰρ ὁ *Α* μέρος ἐχέτω ὁτιοῦν τὸν *Β*, καὶ τῷ *Β* μέρει ὁμώνυμος ἔστω [ἀριθμὸς] ὁ *Γ*· λέγω, ὅτι ὁ *Γ* τὸν *Α* μετρεῖ.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ *Β* τοῦ *Α* μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ *Γ*, ἔστι δὲ καὶ ἡ *Δ* μονὰς τοῦ *Γ* μέρος ὁμώνυμον αὐτῷ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ *Δ* μονὰς τοῦ *Γ* ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ *Β* τοῦ *Α*· ἰσάκις ἄρα ἡ *Δ* μονὰς τὸν *Γ* ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ *Β* τὸν *Α*. ἐναλλὰξ

---

2. τῷ] corr. ex το m. 2 V. 4. τῷ] om. φ. *Γ*] eras. V. 10. μέρος] mg. φ. 13. *Γ*] in ras. φ. ὁμώνυμον τὸν *Γ* p. ὄντα] ὄν- supra m. 1 P; om. p. 15. μ' BV, P m. rec.; μα' p. 16. ὑπό] m. 2 B. 18. τόν] τό Pφ, et e corr. V. 19. ὁμώνυμον p. ἀριθμός] om. Pp. 20. *Α*] corr. ex *Β* p m. 2. 21. ἐστίν] ἐστὶ καί Vφ. 22. ἔστιν PB, comp. p. 23. μέρος ἄρα P.

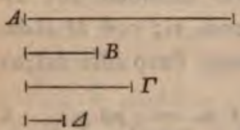
dico, numerum *A* partem habiturum esse a numero *B* denominatam.



Nam quoties *B* numerum *A* metitur, tot sint unitates in *Γ*. quoniam *B* numerum *A* secundum unitates numeri *Γ* metitur, et etiam unitas *Δ* numerum *Γ* secundum unitates eius metitur, *Δ* unitas numerum *Γ* et *B* numerum *A* aequaliter metitur. itaque permutatim *Δ* unitas numerum *B* et *Γ* numerum *A* aequaliter metitur [prop. XV]. itaque quae pars est *Δ* unitas numeri *B*, eadem pars est etiam *Γ* numeri *A*. uerum *Δ* unitas numeri *B* pars est ab ipso denominata. ergo etiam *Γ* numeri *A* pars est a *B* denominata. quare *A* partem habet *Γ* a *B* denominatam; quod erat demonstrandum.

XXXVIII.

Si numerus partem quamlibet habet, numerus a parte denominatus eum metietur.



Numerus enim *A* partem quamlibet habeat *B*, et a parte *B* denominatus sit *Γ*. dico, numerum *Γ* numerum *A* metiri.

Nam quoniam *B* numeri *A* pars est a *Γ* denominata, et etiam *Δ* unitas pars est numeri *Γ* ab ipso denominata, quae pars est *Δ* unitas numeri *Γ*, eadem pars est etiam *B* numeri *A*. itaque *Δ* unitas numerum *Γ* et *B* numerum *A* aequaliter metitur. itaque

ἄρα ἰσάκις ἡ Δ μονὰς τὸν Β ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Γ τὸν Α. ὁ Γ ἄρα τὸν Α μετρεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λθ'.

Ἀριθμὸν εὑρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ δοθέντα μέρη.

Ἔστω τὰ δοθέντα μέρη τὰ Α, Β, Γ· δεῖ δὴ ἀριθμὸν εὑρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ Α, Β, Γ μέρη.

Ἔστωσαν γὰρ τοῖς Α, Β, Γ μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοὶ οἱ Δ, Ε, Ζ, καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν Δ, Ε, Ζ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ Η.

Ὁ Η ἄρα ὁμώνυμα μέρη ἔχει τοῖς Δ, Ε, Ζ. τοῖς δὲ Δ, Ε, Ζ ὁμώνυμα μέρη ἐστὶ τὰ Α, Β, Γ· ὁ Η ἄρα ἔχει τὰ Α, Β, Γ μέρη. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστος ὤν. εἰ γὰρ μή, ἔσται τις τοῦ Η ἐλάσσων ἀριθμός, ὃς ἕξει τὰ Α, Β, Γ μέρη. ἔστω ὁ Θ. ἐπεὶ ὁ Θ ἔχει τὰ Α, Β, Γ μέρη, ὁ Θ ἄρα ὑπὸ ὁμωνύμων ἀριθμῶν μετρηθήσεται τοῖς Α, Β, Γ μέρεσιν. τοῖς δὲ Α, Β, Γ μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοί εἰσιν οἱ Δ, Ε, Ζ· ὁ Θ ἄρα ὑπὸ τῶν Δ, Ε, Ζ μετρεῖται. καί ἐστιν ἐλάσσων τοῦ Η· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσται τις τοῦ Η ἐλάσσων ἀριθμός, ὃς ἕξει τὰ Α, Β, Γ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

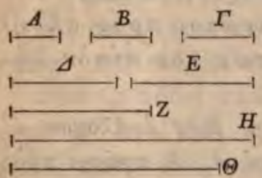
---

1. ἰσάκις] om. p. 3. μα' BV, P m. rec.; μβ p. 6. ἔστω τὰ δοθέντα μέρη] supra m. 1 p. 8. ἔστωσαν] -σαν supra V. γάρ] om. BVpφ. 9. καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν Δ, Ε, Ζ] mg. φ. ὁ ὑπό BVpφ. 10. Post ὁ Η add. Theon: ἐπεὶ (ἐπεὶ οὖν Vφ, καὶ ἐπεί P m. rec.) ὁ Η ὑπὸ τῶν Δ, Ε, Ζ μετρεῖται (BVpφ, P m. rec.). 11. ἄρα] Pp, om. BVφ. 12. ἐστί] ἐστίν PB, om. p. τά] om. P. Γ] supra m. 1 V. 14. Post μή add. Theon: ὁ Η ἐλάχιστος ὢν ἔχει τὰ Α, Β, Γ μέρη (BVpφ, εἰ γὰρ μὴ ὁ Η ἐλάχιστος ὢν mg. φ). ἔσται] ἔστω Pp. τις] supra m. 2 V. 15. μέρη] om. P. 19. ἐλάττων P. 21. Ante ἀριθμός eras. ὅς V. In fine: Εὐκλείδου στοιχείων ζ' PB.

permutatim *Δ* unitas numerum *B* et *Γ* numerum *A* aequaliter metitur [prop. XV]. ergo *Γ* numerum *A* metitur; quod erat demonstrandum.

XXXIX.

Numerum inuenire minimum, qui datas partes habeat.



Sint datae partes *A*, *B*, *Γ*. oportet igitur numerum inuenire minimum, qui partes *A*, *B*, *Γ* habeat.

A partibus enim *A*, *B*, *Γ* denominati sint numeri *Δ*, *E*, *Z*, et sumatur[1]) numerus *H*, quem *Δ*, *E*, *Z* minimum metiantur. *H* igitur partes habet a numeris *Δ*, *E*, *Z* denominatas [prop. XXXVII]. uerum a *Δ*, *E*, *Z* denominatae partes sunt *A*, *B*, *Γ*. itaque *H* partes *A*, *B*, *Γ* habet. iam dico, eum etiam minimum esse. nam si minus, erit numerus aliquis numero *H* minor, qui partes *A*, *B*, *Γ* habeat. sit *Θ*. quoniam *Θ* partes *A*, *B*, *Γ* habet, numerum *Θ* metientur numeri a partibus *A*, *B*, *Γ* denominati [prop. XXXVIII]. uerum a partibus *A*, *B*, *Γ* denominati sunt numeri *Δ*, *E*, *Z*. itaque *Θ* numerum numeri *Δ*, *E*, *Z* metiuntur. et minor est numero *H*; quod fieri non potest. ergo non erit numerus numero *H* minor, qui partes *A*, *B*, *Γ* habeat; quod erat demonstrandum.

---

1) Itaque Euclides hic quoque prop. 36 de tribus tantum numeris demonstratam tacite ad quamlibet numerorum multitudinem transtulit, sicuti supra in prop. 33 eodem modo prop. 3 tacite dilatauit (u. p. 255 not.).

η'.

α'.

Ἐαν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν οἱ Α, Δ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν· λέγω, ὅτι οἱ Α, Β, Γ, Δ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Εἰ γὰρ μή, ἔστωσαν ἐλάττονες τῶν Α, Β, Γ, Δ οἱ Ε, Ζ, Η, Θ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες αὐτοῖς. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Β, Γ, Δ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ τοῖς Ε, Ζ, Η, Θ, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος [τῶν Α, Β, Γ, Δ] τῷ πλήθει [τῶν Ε, Ζ, Η, Θ], δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Δ, ὁ Ε πρὸς τὸν Θ. οἱ δὲ Α, Δ πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ Α τὸν Ε ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα

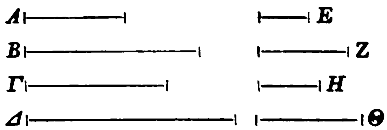
Εὐκλείδου στοιχείων ζ : η V. Post titulum in textu scholium ad VII, 39 habent Vpφ; u. app. 4. ὦσιν] om. Vφ. εἰσιν PB. 9. εἰσιν B. 11. Η] postea insert. V. 12. Δ] postea insert. V. εἰσίν B. 13. καί ἐστιν — 14: Θ] mg. m. 2 V. 13. τῶν Α, Β, Γ, Δ] om. P. 14. τῶν Ε, Ζ, Η, Θ]

VIII.

I.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et extremi eorum inter se primi sunt, minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent.

Sint quotlibet numeri inter se proportionales deinceps *A*, *B*, *Γ*, *Δ*, et eorum extremi *A*, *Δ* inter se primi sint. dico, numeros *A*, *B*, *Γ*, *Δ* minimos esse eorum, qui eandem rationem habeant.



Nam si minus, numeri *E*, *Z*, *H*, *Θ* numeris *A*, *B*, *Γ*, *Δ* minores sint eandem rationem habentes. et quoniam *A*, *B*, *Γ*, *Δ* et *E*, *Z*, *H*, *Θ* in eadem ratione sunt, et multitudo multitudini aequalis est, ex aequo erit [VII, 14] $A : Δ = E : Θ$. uerum *A*, *Δ* primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [VII, 20], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque *A* numerum *E* metitur, maior

---

om. P. 18. ὅ τε μείζων — 19: τουτέστιν] P; om. Theon (BVφ). 21. ἀδύνατον] ἄτοπον Vφ.

οἱ Ε, Ζ, Η, Θ ἐλάσσονες ὄντες τῶν Α, Β, Γ, Δ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν αὐτοῖς. οἱ Α, Β, Γ, Δ ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β'.

Ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους, ὅσους ἂν ἐπιτάξῃ τις, ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.

Ἔστω ὁ δοθεὶς λόγος ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ὁ τοῦ Α πρὸς τὸν Β· δεῖ δὴ ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους, ὅσους ἄν τις ἐπιτάξῃ, ἐν τῷ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγῳ.

Ἐπιτετάχθωσαν δὴ τέσσαρες, καὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω, καὶ ἔτι ὁ Β ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω, καὶ ἔτι ὁ Α τοὺς Γ, Δ, Ε πολλαπλασιάσας τοὺς Ζ, Η, Θ ποιείτω, ὁ δὲ Β τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Κ ποιείτω.

Καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, [οὕτως] ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ μὲν Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ δὲ Β ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, ἑκάτερος ἄρα τῶν Α, Β τὸν Β πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Δ, Ε πεποίηκεν.

---

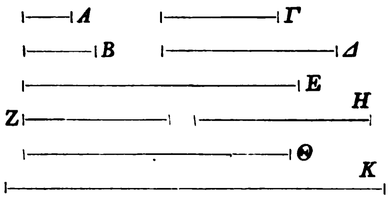
3. εἰσιν P. αὐτοῖς] om. Vφ. 7. τις ἐπιτάξῃ P. 9. ἑξῆς] supra m. 2 V, om. φ. 10. ἐπιτάξῃ τις Vφ. 12. τέσσαρες] δ P et post ras. 1 litt. B. 13. τὸν δὲ Β — 14: ποιείτω] om. φ. 18. μέν] om. Vφ. 19. πεποίηκεν] (prius) πεποίηκε Vφ. 20. Ante ἔστιν add. Theon: ἀριθμὸς δὴ ὁ Α δύο τοὺς Α, Β πολλαπλασιάσας τοὺς Γ, Δ πεποίηκεν (BVφ). τόν] insert. φ. οὕτως] om. P. 21. μέν] P, om. BVφ. 24. τῶν] τόν P.

minorem; quod fieri non potest. itaque E, Z, H, Θ eandem rationem non habent ac A, B, Γ, Δ, quibus minores sunt. ergo A, B, Γ, Δ minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent; quod erat demonstrandum.

II.

Numeros inuenire minimos deinceps proportionales in data proportione, quotcunque propositum erit.

Sit data proportio in numeris minimis[1]) $A : B$. oportet igitur numeros inuenire minimos deinceps proportionales in proportione $A : B$, quotcunque propositum erit. — propositum sit, ut quattuor inueniamus, et sit $A \times A = \Gamma$, $A \times B = \Delta$, $B \times B = E$, $A \times \Gamma = Z$, $A \times \Delta = H$, $A \times E = \Theta$, $B \times E = K$.



et quoniam $A \times A = \Gamma$ et $A \times B = \Delta$, erit
$$A : B = \Gamma : \Delta \text{ [VII, 17]}.$$
rursus quoniam $A \times B = \Delta$ et $B \times B = E$, uterque A, B numerum B multiplicans utrumque Δ, E effecit.

1) Si proportio data minimis numeris proposita non est, per VII, 33 minimos inueniemus eorum, qui eandem rationem habent.

ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Ε*. ἀλλ' ὡς ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*, ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*· καὶ ὡς ἄρα ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*, ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Ε*. καὶ ἐπεὶ ὁ *Α* τοὺς *Γ*, *Δ* πολλαπλασιάσας τοὺς *Ζ*, *Η* πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*, [οὕτως] ὁ *Ζ* πρὸς τὸν *Η*. ὡς δὲ ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*, οὕτως ἦν ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*· καὶ ὡς ἄρα ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*, ὁ *Ζ* πρὸς τὸν *Η*. πάλιν, ἐπεὶ ὁ *Α* τοὺς *Δ*, *Ε* πολλαπλασιάσας τοὺς *Η*, *Θ* πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Ε*, ὁ *Η* πρὸς τὸν *Θ*. ἀλλ' ὡς ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Ε*, ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*. καὶ ὡς ἄρα ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*, οὕτως ὁ *Η* πρὸς τὸν *Θ*. καὶ ἐπεὶ οἱ *Α*, *Β* τὸν *Ε* πολλαπλασιάσαντες τοὺς *Θ*, *Κ* πεποιήκασιν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*, οὕτως ὁ *Θ* πρὸς τὸν *Κ*. ἀλλ' ὡς ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*, οὕτως ὅ τε *Ζ* πρὸς τὸν *Η* καὶ ὁ *Η* πρὸς τὸν *Θ*. καὶ ὡς ἄρα ὁ *Ζ* πρὸς τὸν *Η*, οὕτως ὅ τε *Η* πρὸς τὸν *Θ* καὶ ὁ *Θ* πρὸς τὸν *Κ*· οἱ *Γ*, *Δ*, *Ε* ἄρα καὶ οἱ *Ζ*, *Η*, *Θ*, *Κ* ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ *Α* πρὸς τὸν *Β* λόγῳ. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. ἐπεὶ γὰρ οἱ *Α*, *Β* ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ δὲ ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, οἱ *Α*, *Β* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἑκάτερος μὲν τῶν *Α*, *Β* ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν *Γ*, *Ε* πεποίηκεν, ἑκάτερον δὲ τῶν *Γ*, *Ε* πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν *Ζ*, *Κ* πεποίηκεν· οἱ *Γ*, *Ε* ἄρα καὶ οἱ *Ζ*, *Κ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐὰν δὲ ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς

2. ὁ *Γ*] οὕτως ὁ *Γ* Vφ. 3. καὶ ὡς ἄρα ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Δ*] mg. m. 2 V addito in fine οὕτως. ὁ *Δ*] καὶ ὁ *Δ* V, οὕτως

itaque $A : B = \Delta : E$ [VII, 18]. uerum $A : B = \Gamma : \Delta$. quare etiam $\Gamma : \Delta = \Delta : E$. et quoniam $A \times \Gamma = Z$ et $A \times \Delta = H$, erit $\Gamma : \Delta = Z : H$ [VII, 17]. uerum erat $\Gamma : \Delta = A : B$. quare etiam $A : B = Z : H$. rursus quoniam $A \times \Delta = H$ et $A \times E = \Theta$, erit [VII, 17] $\Delta : E = H : \Theta$. uerum $\Delta : E = A : B$. quare etiam $A : B = H : \Theta$. et quoniam

$$A \times E = \Theta \text{ et } B \times E = K,$$

erit [VII, 18] $A : B = \Theta : K$. uerum

$$A : B = Z : H = H : \Theta.$$

quare etiam $Z : H = H : \Theta = \Theta : K$. itaque Γ, Δ, E et Z, H, Θ, K proportionales sunt in proportione $A : B$. iam dico, eos etiam minimos esse. nam quoniam A, B minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent, minimi autem eorum qui eandem rationem habent, inter se primi sunt [VII, 22], A, B inter se primi sunt. et uterque A, B se ipsum multiplicans utrumque Γ, E effecit, utrumque autem Γ, E multiplicans utrumque Z, K effecit. itaque Γ, E et Z, K inter se primi sunt [VII, 27].[1]) sin quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et extremi eorum inter se primi sunt, minimi sunt eorum,

---

1) H. e. Γ et E primi sunt inter se et item Z et K. numeros Γ, E, Δ corollarii causa per totam propositionem respicit.

καὶ ὁ Δ φ. E] e corr. V. 4. τούς] corr. ex τοῦ V. τούς] corr. ex τοῦ V. 5. οὕτως] om. P. 8. H] seq. ras. 1 litt. V. 10. ὁ H] οὕτως ὁ H φ et m. 2 V. ἀλλ' ὡς] ὡς δέ P. 12. οὕτως καί P. 14. οὕτως] om. BVφ. 15. ἀλλ'] ἐδείχθη δὲ καί Theon (BVφ). 17. τε] om. P. 19. λόγῳ] supra m. 2 B. 21. εἰσιν P. αὐτοῖς — 22: ἐχόντων] om. P. 22. Post ἐχόντων add. αὐτοῖς Vφ, et supra m. 2 B. 24. εἰσί Vφ. 27. K] (alt.) H φ. 29. δέ] om. φ.

ἀλλήλους ὦσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς. οἱ Γ, Δ, Ε ἄρα καὶ οἱ Ζ, Η, Θ, Κ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι ὦσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν τετράγωνοί εἰσιν, ἐὰν δὲ τέσσαρες, κύβοι.

γ΄.

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς οἱ Α, Β, Γ, Δ· λέγω, ὅτι οἱ ἄκροι αὐτῶν οἱ Α, Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰλήφθωσαν γὰρ δύο μὲν ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι ἐν τῷ τῶν Α, Β, Γ, Δ λόγῳ οἱ Ε, Ζ, τρεῖς δὲ οἱ Η, Θ, Κ, καὶ ἑξῆς ἑνὶ πλείους, ἕως τὸ λαμβανόμενον πλῆθος ἴσον γένηται τῷ πλήθει τῶν Α, Β, Γ, Δ. εἰλήφθωσαν καὶ ἔστωσαν οἱ Λ, Μ, Ν, Ξ.

---

1. *εἰσιν* PB. 2. *Κ*] corr. ex *Γ* m. 2 V. 5. *πόρισμα*] mg. m. 2 V, om. φ. 6. *ἐάν*] *ἄν* seq. ras. 2 litt. P. 7. *ὦσιν ἐλάχιστοι* Vφ. *ὦσιν* B. *λόγον*] mg. φ. 9. *δέ*] supra m. 2 V. *τέσσαρες*] *δ* B. 17. *Γ*] postea insert. m. 1 V. 20. *οἱ Η*] corr. ex *οἱ* m. 2 B. 21. *Κ*] in ras. P. *καί*] supra add. *αἱ* m. 1 P; *καὶ ἀεί* B. *ἕως οὗ* Theon (BVφ), *ἕως ἄν* August. 23. *ἔστωσαν*] -*ν* e corr. m. rec. P.

qui eandem rationem habent [prop. I]. ergo Γ, Δ, E et Z, H, Θ, K minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac A, B; quod erat demonstrandum.

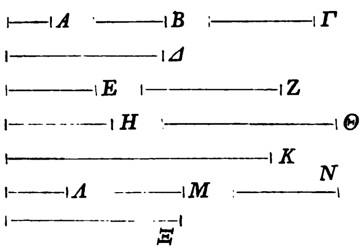
Corollarium.

Hinc manifestum est, si tres numeri deinceps proportionales minimi sint eorum, qui eandem rationem habeant, extremos eorum quadratos esse, sin quattuor, cubos.[1])

III.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt minimi eorum, qui eandem rationem habent, extremi eorum inter se primi sunt.

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A, B, Γ, Δ minimi eorum, qui eandem rationem habent. dico, extremos eorum A, Δ inter se primos esse.



sumantur enim duo numeri minimi in proportione numerorum A, B, Γ, Δ [VII, 33] E, Z, tres autem H, Θ, K et deinceps uno plures [prop. II], donec multitudo sumpta aequalis fiat multitudini numerorum A, B, Γ, Δ. sumantur et sint Λ, M, N, Ξ. et quoniam E, Z minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent, inter se primi sunt

1) Nam $A : B = \Gamma : \Delta = \Delta : E$ et $\Gamma = A^2$, $E = B^2$. praeterea $A : B = Z : H = H : \Theta = \Theta : K$ et $Z = A \times \Gamma = A^3$, $K = B \times E = B^3$.

Καὶ ἐπεὶ οἱ Ε, Ζ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἑκάτερος τῶν Ε, Ζ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Η, Κ πεποίηκεν, ἑκάτερον δὲ τῶν Η, Κ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Λ, Ξ πεποίηκεν, καὶ οἱ Η, Κ ἄρα καὶ οἱ Λ, Ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Β, Γ, Δ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ Λ, Μ, Ν, Ξ ἐλάχιστοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς Α, Β, Γ, Δ, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν Α, Β, Γ, Δ τῷ πλήθει τῶν Λ, Μ, Ν, Ξ, ἕκαστος ἄρα τῶν Α, Β, Γ, Δ ἑκάστῳ τῶν Λ, Μ, Ν, Ξ ἴσος ἐστίν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν Α τῷ Λ, ὁ δὲ Δ τῷ Ξ. καί εἰσιν οἱ Λ, Ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. καὶ οἱ Α, Δ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες λόγοι ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ὅ τε τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ ὁ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι ὁ τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ· δεῖ δὴ ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους ἔν τε τῷ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγῳ καὶ ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι ἐν τῷ τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ.

Εἰλήφθω γὰρ ὁ ὑπὸ τῶν Β, Γ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ Η. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Β τὸν Η

1. καὶ ἐπεί — 3: ἑαυτὸν μέν] οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ Λ, Ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ γὰρ οἱ Ε, Ζ πρῶτοι ἑκάτερος δὲ αὐτῶν ἑαυτόν Theon (BVφ). 1. εἰσιν P. 4. Κ] eras. V. 5. τῶν Λ] τὸν Λ P. 6. καί] om. BVφ. καὶ οἱ Λ, Ξ — 7:

[VII, 22]. et quoniam $E \times E = H$, $Z \times Z = K$ [prop. II coroll.] et $E \times H = \varDelta$, $Z \times K = \Xi$ [id.], et H, K et $\varDelta$, Ξ inter se primi sunt [VII, 27]. et quoniam A, B, Γ, $\varDelta$ minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent, et etiam $\varDelta$, M, N, Ξ minimi sunt in eadem ratione ac A, B, Γ, $\varDelta$, et multitudo numerorum A, B, Γ, $\varDelta$ multitudini numerorum $\varDelta$, M, N, Ξ aequalis est, singuli A, B, Γ, $\varDelta$ singulis $\varDelta$, M, N, Ξ aequales sunt. itaque $A = \varDelta$, $\varDelta = \Xi$. et $\varDelta$, Ξ inter se primi sunt. ergo etiam A, $\varDelta$ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

IV.

Datis quotlibet rationibus in numeris minimis numeros inuenire minimos deinceps proportionales[1]) in rationibus datis.

Sint datae rationes in numeris minimis $A : B$, $\Gamma : \varDelta$, $E : Z$. oportet igitur numeros minimos inuenire deinceps proportionales in rationibus

$$A : B, \ \Gamma : \varDelta, \ E : Z.$$

sumatur enim, quem minimum metiuntur B, Γ, numerus H [VII, 34]. et quoties B numerum H me-

1) Uerba ἑξῆς ἀνάλογον hoc loco proprio sensu usurpata non sunt; neque enim rationes inter se aequales sunt. significat Euclides, terminum sequentem prioris rationis praecedentem esse posterioris. habet idem Campanus.

εἰσίν] πρῶτοι καὶ οἱ $\varDelta$, Ξ Theon (BVφ). 7. καὶ ἐπεί — 8: εἰσι] mg. m. 1 P. 7. $\varDelta$] om. B. 8. εἰσι] εἰσιν P; ὦσι Vφ. 9. ἐλάχιστοι] om. Vφ. 14. εἰσιν] P; ἐπεί Theon (BVφ). Post ἀλλήλους add. Theon: εἰσίν, ἴσος δὲ ὁ μὲν A τῷ $\varDelta$ ὁ δὲ Ξ τῷ $\varDelta$ (BVφ). 18. ἀνάλογον] P; V mg. m. 1, del. m. rec.; om. Bφ. 19. δοθεῖσιν B. 21. τόν] corr. ex τό V. 22. δή] seq. ras. 2 litt. V. 23. ἀνάλογον] om. BVφ.

Καὶ ἐπεὶ οἱ Ε, Ζ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἑκάτερος τῶν Ε, Ζ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Η, Κ πεποίηκεν, ἑκάτερον δὲ τῶν Η, Κ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Λ, Ξ πεποίηκεν, καὶ οἱ Η, Κ ἄρα καὶ οἱ Λ, Ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Β, Γ, Δ ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ Λ, Μ, Ν, Ξ ἐλάχιστοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς Α, Β, Γ, Δ, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν Α, Β, Γ, Δ τῷ πλήθει τῶν Λ, Μ, Ν, Ξ, ἕκαστος ἄρα τῶν Α, Β, Γ, Δ ἑκάστῳ τῶν Λ, Μ, Ν, Ξ ἴσος ἐστίν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν Α τῷ Λ, ὁ δὲ Δ τῷ Ξ. καί εἰσιν οἱ Λ, Ξ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. καὶ οἱ Α, Δ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες λόγοι ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς ὅ τε τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ ὁ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι ὁ τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ· δεῖ δὴ ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους ἔν τε τῷ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγῳ καὶ ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι ἐν τῷ τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ.

Εἰλήφθω γὰρ ὁ ὑπὸ τῶν Β, Γ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ Η. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Β τὸν

1. καὶ ἐπεί — 3: ἑαυτὸν μέν] οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ γὰρ οἱ Ε, Ζ πρῶτοι ἐκ δὲ αὐτῶν ἑαυτόν Theon (BVφ). 1. εἰσιν P. 4. Κ] e 5. τῶν Λ] τὸν Λ P. 6. καί] om. BVφ. καὶ οἱ Λ, Ξ

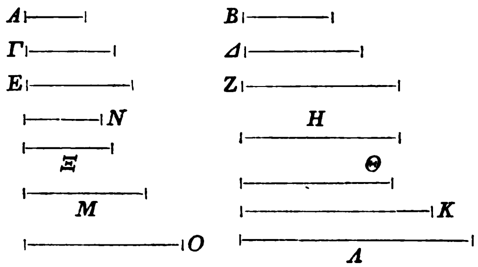
[illegible]

μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ὁ Α τὸν Θ μετρείτω, ὁσάκις δὲ ὁ Γ τὸν Η μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ὁ Δ τὸν Κ μετρείτω. ὁ δὲ Ε τὸν Κ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον. καὶ ὁσάκις ὁ Ε τὸν Κ μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ὁ Ζ τὸν Λ μετρείτω. καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ὁ Α τὸν Θ μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Η, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Η. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Κ, καὶ ἔτι ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ· οἱ Θ, Η, Κ, Λ ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἔν τε τῷ τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι ἐν τῷ τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ λόγῳ. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. εἰ γὰρ μή εἰσιν οἱ Θ, Η, Κ, Λ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι ἔν τε τοῖς τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἐν τῷ τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ λόγοις, ἔστωσαν οἱ Ν, Ξ, Μ, Ο. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ, οἱ δὲ Α, Β ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον, ὁ Β ἄρα τὸν Ξ μετρεῖ. διὰ

---

1. Θ] eras. V. 2. καί] om. Vφ. 9. ἔτι ὡς] in ras. m. rec. P. 10. Θ, Η] e corr. post ras. 2 litt. V; Η, Θ B. ἀνάλογον] P; om. BVφ. 11. τε] om. Vφ. 13. Θ] eras. V. Θ, Η] Η, Θ B. 14. ἀνάλογον] P; mg. m. 1 V, del. m. rec.; om. Bφ. τε] om. BVφ. 15. καί] καὶ ἐν τῷ P. ἐν τῷ] ἔτι τῷ B, ἔτι ἐν τῷ Vφ. 16. Post λόγοις add. Vφ: ἔσονταί τινες τῶν Η, Θ, Κ, Λ ἑξῆς (mg. V) ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἔν τε τοῖς τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι (supra V) τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ λόγοις; idem B mg. m. 2 om. ἑξῆς et ἔτι. 17. ὡς] supra m. 2 V. Ν] Η φ. 18. οἱ δὲ ἐλάχιστοι] om. P. μετροῦσιν Vφ. 20. ἐλάττων τὸν ἐλάττονα Vφ. 21. τε] om. P. 22. ἄρα] ἔτι φ.

titur, toties etiam A numerum Θ metiatur, quoties autem Γ numerum H metitur, toties etiam Δ numerum K metiatur. E igitur[1]) numerum K aut metitur



aut non metitur. prius metiatur. et quoties E numerum K metitur, toties etiam Z numerum Λ metiatur. et quoniam A numerum Θ et B numerum H aequaliter metitur, erit $A : B = \Theta : H$ [VII def. 20. VII, 13]. eadem de causa erit etiam $\Gamma : \Delta = H : K$ et praeterea $E : Z = K : \Lambda$. itaque Θ, H, K, Λ deinceps proportionales sunt in rationibus $A : B$, $\Gamma : \Delta$, $E : Z$. iam dico, eos etiam minimos esse. nam si Θ, H, K, Λ non sunt minimi deinceps proportionles in rationibus $A : B$, $\Gamma : \Delta$, $E : Z$, minimi sint N, Ξ, M, O. et quoniam est $A : B = N : \Xi$, et A, B minimi sunt, minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem, h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem [VII, 20], B numerus numerum Ξ metitur. eadem

1) Uidetur enim pro δέ lin. 3 scribendum esse δή; cfr. p. 194, 23. 262, 11.

τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν Ξ μετρεῖ· οἱ Β, Γ ἄρα τὸν Ξ μετροῦσιν· καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν Β, Γ μετρούμενος τὸν Ξ μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν Β, Γ μετρεῖται ὁ Η· ὁ Η ἄρα τὸν Ξ μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσονταί τινες τῶν Θ, Η, Κ, Λ ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἔν τε τῷ τοῦ Α πρὸς τὸν Β καὶ τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι τῷ τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ λόγῳ.

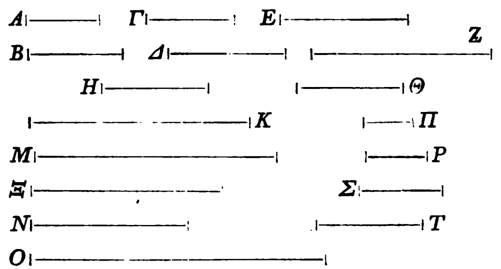
Μὴ μετρείτω δὴ ὁ Ε τὸν Κ. καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν Ε, Κ ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ Μ. καὶ ὁσάκις μὲν ὁ Κ τὸν Μ μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ἑκάτερος τῶν Θ, Η ἑκάτερον τῶν Ν, Ξ μετρείτω, ὁσάκις δὲ ὁ Ε τὸν Μ μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ὁ Ζ τὸν Ο μετρείτω. ἐπεὶ ἰσάκις ὁ Θ τὸν Ν μετρεῖ καὶ ὁ Η τὸν Ξ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Θ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ. ὡς δὲ ὁ Θ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ξ πρὸς τὸν Μ. πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκις ὁ Ε τὸν Μ μετρεῖ καὶ ὁ Ζ τὸν Ο, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Μ πρὸς τὸν Ο· οἱ Ν, Ξ, Μ, Ο ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τοῖς τοῦ τε Α πρὸς τὸν Β καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι τοῦ Ε πρὸς τὸν Ζ λόγοις. λέγω δή, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι ἐν

---

1. Β, Γ] Γ, Β BVφ. 2. μετροῦσι Vφ. ὑπό] ὁ ὑπό P. 4. μετρεῖται ὁ Η. ὁ Η ἄρα] del. m. 2 B, mg. μετρούμενός ἐστιν ὁ Η· ὁ Η ἄρα τὸν Ξ μετρεῖ. 6. Θ, Η] Η, Θ Bφ et in ras. V. 7. Post ἑξῆς in B insert. m. 1: ἀνάλογον. τε] om. P. 8. Δ] Δ λόγῳ Vφ. λόγῳ] om. Vφ. 11. μέν] m. 2 V. Μ] μή φ. 12. Θ, Η] corr. ex Η, Θ V; Η, Θ PBφ. 13. Μ] μή φ. 14. ἐπεί] καὶ ἐπεί V m. 2, φ. 20. ἔστιν ἄρα — 21: τὸν Ο] mg. φ. 22. ἀνάλογον] om. BVφ. τοῦ] τῶν P. τε] om. Vφ. 23. ἔτι] om BVφ.

de causa etiam Γ numerum Ξ metitur. itaque B, Γ numerum Ξ metiuntur. quare etiam, quem minimum metiuntur B, Γ, numerum Ξ metitur [VII, 35]. minimum autem B, Γ metiuntur numerum H. itaque H numerum Ξ metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque nulli numeri numeris Θ, H, K, Λ minores deinceps in rationibus $A : B$, $\Gamma : \Delta$, $E : Z$ erunt.

ne metiatur igitur E numerum K. et sumatur, quem minimum metiuntur E, K, numerus M [VII, 34].



et quoties K numerum M metitur, toties uterque Θ, H utrumque N, Ξ metiatur, quoties autem E numerum M metitur, toties etiam Z numerum O metiatur. quoniam Θ numerum N et H numerum Ξ aequaliter metitur, erit $\Theta : H = N : \Xi$ [VII def. 20. VII, 13]. uerum $\Theta : H = A : B$. quare etiam $A : B = N : \Xi$. eadem de causa etiam $\Gamma : \Delta = \Xi : M$. rursus quoniam E numerum M et Z numerum O aequaliter metitur, erit $E : Z = M : O$ [VII def. 20. VII, 13]. itaque N, Ξ, M, O deinceps proportionales sunt in rationibus

$$A : B, \ \Gamma : \Delta, \ E : Z.$$

24. ἐλάχιστοί εἰσιν Vφ. Dein add. BVφ: εἰ γὰρ μή εἰσιν ἐλάχιστοι (om. B) οἱ N, Ξ, M, O ἑξῆς (ἐλάχιστοι add. B).

τοῖς *Α Β*, *Γ Δ*, *Ε Ζ* λόγοις. εἰ γὰρ μή, ἔσονταί τινες τῶν *Ν*, *Ξ*, *Μ*, *Ο* ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐν τοῖς *Α Β*, *Γ Δ*, *Ε Ζ* λόγοις. ἔστωσαν οἱ *Π*, *Ρ*, *Σ*, *Τ*. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ *Π* πρὸς τὸν *Ρ*, οὕτως ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*, οἱ δὲ *Α*, *Β* ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον, ὁ *Β* ἄρα τὸν *Ρ* μετρεῖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ *Γ* τὸν *Ρ* μετρεῖ· οἱ *Β*, *Γ* ἄρα τὸν *Ρ* μετροῦσιν. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν *Β*, *Γ* μετρούμενος τὸν *Ρ* μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν *Β*, *Γ* μετρούμενός ἐστιν ὁ *Η*· ὁ *Η* ἄρα τὸν *Ρ* μετρεῖ. καί ἐστιν ὡς ὁ *Η* πρὸς τὸν *Ρ*, οὕτως ὁ *Κ* πρὸς τὸν *Σ*· καὶ ὁ *Κ* ἄρα τὸν *Σ* μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ *Ε* τὸν *Σ*· οἱ *Ε*, *Κ* ἄρα τὸν *Σ* μετροῦσιν. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν *Ε*, *Κ* μετρούμενος τὸν *Σ* μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν *Ε*, *Κ* μετρούμενός ἐστιν ὁ *Μ*· ὁ *Μ* ἄρα τὸν *Σ* μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσονταί τινες τῶν *Ν*, *Ξ*, *Μ*, *Ο* ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἔν τε τοῖς τοῦ *Α* πρὸς τὸν *Β* καὶ τοῦ *Γ* πρὸς τὸν *Δ* καὶ ἔτι τοῦ *Ε* πρὸς τὸν *Ζ* λόγοις· οἱ *Ν*, *Ξ*, *Μ*, *Ο* ἄρα ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοί εἰσιν ἐν τοῖς *Α Β*, *Γ Δ*, *Ε Ζ* λόγοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. *Δ*, *Ε*, Ζ] om. B. εἰ γὰρ μή] om. BVφ. 2. *Ν*] *Η* φ. ἀνάλογον] om. BVφ. 7. τε] om. BVφ. 10. μετροῦσι Vφ. 11. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν *Β*, *Γ* μετρούμενος] ὁ δὲ ἐλάχιστος Vφ. 12. *Η*] mutat. in *Θ* m. 2, supra *Η* m. 2 B. *Η*] item B. μετρήσει Vφ. 13. *Η*] uti supra B. 15. ἄρα] ἔτι φ. 18. *Σ*] corr. ex *Ε* V. 20. ἀνάλογον] om. BVφ. 21. τόν] om. B. 22. τόν] om. B. ἔτι] εἰ P. τόν] om. B. 23. ἀνάλογον] om. BVφ. ἐν] om. P.

iam dico, eos etiam minimos esse in rationibus

$$A : B, \ \Gamma : \Delta, \ E : Z.$$

nam si minus, numeri numeris N, Ξ, M, O minores deinceps proportionales erunt in rationibus

$$A : B, \ \Gamma : \Delta, \ E : Z.$$

sint Π, P, Σ, T. et quoniam est $\Pi : P = A : B$, et A, B minimi sunt, minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur praecedens praecedentem et sequens sequentem [VII, 20], B numerus numerum P metitur. eadem de causa etiam Γ numerum P metitur. itaque B, Γ numerum P metiuntur. quare etiam quem minimum metiuntur B, Γ, numerum P metietur [VII, 35]. quem autem minimum metiuntur B, Γ, est H. itaque H numerum P metitur. et $H : P = K : \Sigma$.[1]) quare etiam K numerum Σ metitur [VII def. 20]. uerum etiam E numerum Σ metitur [VII, 20]. itaque E, K numerum Σ metiuntur. quare etiam quem minimum metiuntur E, K, numerum Σ metietur [VII, 35]. quem autem minimum metiuntur E, K, est M. itaque M numerum Σ metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque nulli numeri numeris N, Ξ, M, O minores deinceps proportionales erunt in rationibus $A : B$, $\Gamma : \Delta$, $E : Z$. ergo N, Ξ, M, O minimi sunt deinceps proportionales in rationibus $A : B$, $\Gamma : \Delta$, $E : Z$; quod erat demonstrandum.

---

1) Nam $H : K = \Gamma : \Delta$ (p. 280, 8) $= P : \Sigma$. tum u. VII, 13.

ε'.

Οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσι τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Ἔστωσαν ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, καὶ τοῦ μὲν Α πλευραὶ ἔστωσαν οἱ Γ, Δ ἀριθμοί, τοῦ δὲ Β οἱ Ε, Ζ· λέγω, ὅτι ὁ Α πρὸς τὸν Β λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Λόγων γὰρ δοθέντων τοῦ τε ὃν ἔχει ὁ Γ πρὸς τὸν Ε καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ εἰλήφθωσαν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐλάχιστοι ἐν τοῖς Γ Ε, Δ Ζ λόγοις, οἱ Η, Θ, Κ, ὥστε εἶναι ὡς μὲν τὸν Γ πρὸς τὸν Ε, οὕτως τὸν Η πρὸς τὸν Θ, ὡς δὲ τὸν Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως τὸν Θ πρὸς τὸν Κ. καὶ ὁ Δ τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Λ ποιείτω.

Καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν μὲν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Λ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Λ. ὡς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Θ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Λ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Ε τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Λ πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Β. ἀλλ' ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Κ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Θ πρὸς τὸν Κ, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Β. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Η πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Λ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν

---

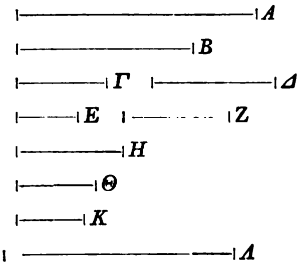
4. μέν] om. P. 8. γάρ] ἀεί φ. 11. τὸν Η] ὁ Η P. 12. τὸν Δ] ὁ Δ P. 13. καὶ ὁ Δ — 14: ποιείτω] om. Theon (BVφ). eorum loco habent BVφ: *οἱ ἄρα Η, Θ, Κ πρὸς ἀλλήλους ἔχουσι τοὺς τῶν πλευρῶν λόγους. ἀλλ' ὁ τοῦ Η πρὸς τὸν Κ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τοῦ Η πρὸς τὸν Θ καὶ τοῦ τοῦ*

V.

Numeri plani inter se rationem habent ex lateribus compositam.

Sint plani numeri A, B, et numeri A latera sint Γ, Δ, numeri B autem E, Z. dico, esse

$$A : B = \Gamma : E \times \Delta : Z.$$



nam datis rationibus $\Gamma : E$ et $\Delta : Z$[1]) sumantur numeri deinceps minimi in rationibus $\Gamma : E$ et $\Delta : Z$ [prop. IV] H, Θ, K, ita ut sit $\Gamma : E = H : \Theta$ et $\Delta : Z = \Theta : K$. et sit $\Delta \times E = \Lambda$.

et quoniam $\Delta \times \Gamma = A$ et $\Delta \times E = \Lambda$, erit $\Gamma : E = A : \Lambda$ [VII, 17]. uerum $\Gamma : E = H : \Theta$. quare etiam $H : \Theta = A : \Lambda$. rursus quoniam $E \times \Delta = \Lambda$ [VII, 16] et $E \times Z = B$, erit $\Delta : Z = \Lambda : B$ [VII, 17]. uerum $\Delta : Z = \Theta : K$. quare etiam $\Theta : K = \Lambda : B$. demonstrauimus autem, esse etiam $H : \Theta = A : \Lambda$. ergo

1) Si hae rationes minimis numeris propositae non sunt, per VII, 33 minimos numeros inueniemus, qui easdem rationes habent.

Θ πρὸς τὸν K. ὁ H ἄρα πρὸς τὸν K λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. λέγω οὖν, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B (in ras. B), *οὕτως ὁ H πρὸς τὸν K*; punctis del. V. Dein add. BV*φ*: *ὁ Δ γάρ* (B, V m. 1; *καὶ ὁ Δ* V m. 2; *καὶ ὁ Δ πρός φ*) *τὸν E πολλαπλασιάσας τὸν Λ ποιείτω*. 15. *καί*] om. BV*φ*. *ὁ Δ*] *δέ φ*. 16. *πεποίηκε* V*φ*. 17. E] postea insert. V. 20. *ὁ*] *ὁ μέν* P. 22. *οὕτως ὁ Λ* — 23: *πρὸς τὸν* Z] mg. *φ*.

ὡς ὁ *H* πρὸς τὸν *K*, [οὕτως] ὁ *A* πρὸς τὸν *B*. ὁ δὲ *H* πρὸς τὸν *K* λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· καὶ ὁ *A* ἄρα πρὸς τὸν *B* λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ϛ'.

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν δεύτερον μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει.

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ *A*, *B*, *Γ*, *Δ*, *E*, ὁ δὲ *A* τὸν *B* μὴ μετρείτω· λέγω, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει.

Ὅτι μὲν οὖν οἱ *A*, *B*, *Γ*, *Δ*, *E* ἑξῆς ἀλλήλους οὐ μετροῦσιν, φανερόν· οὐδὲ γὰρ ὁ *A* τὸν *B* μετρεῖ. λέγω δή, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει. εἰ γὰρ δυνατόν, μετρείτω ὁ *A* τὸν *Γ*. καὶ ὅσοι εἰσὶν οἱ *A*, *B*, *Γ*, τοσοῦτοι εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς *A*, *B*, *Γ* οἱ *Z*, *H*, *Θ*. καὶ ἐπεὶ οἱ *Z*, *H*, *Θ* ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ τοῖς *A*, *B*, *Γ*, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν *A*, *B*, *Γ* τῷ πλήθει τῶν *Z*, *H*, *Θ*, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *Γ*, οὕτως ὁ *Z* πρὸς τὸν *Θ*. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *Z* πρὸς τὸν *H*, οὐ μετρεῖ δὲ ὁ *A* τὸν *B*, οὐ μετρεῖ ἄρα οὐδὲ ὁ *Z* τὸν

1. οὕτως] om. P. *A*] in ras. P. τόν] om. P. 2. τὸν *K*] *K* P. τόν] corr. ex τό φ. 8. μετρεῖσει φ, sed corr. 12. *E*] om. φ. οὐ] m. rec. P. 13. μετροῦσι P m. 1, Vφ; μετρήσουσι P m. rec. 14. εἰ γὰρ δυνατόν, μετρείτω ὁ *A* τὸν *Γ*] λέγω γάρ, ὅτι οὐ μετρεῖ ὁ *A* τὸν *Γ* Theon (BVφ). 15. καὶ ὅσοι] ὅσοι γάρ Theon (BVφ). 18. εἰσίν PB. 21. *Z*.] *Z*, *H* B.

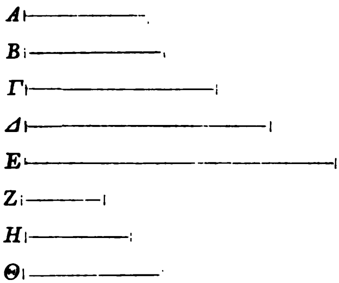
ex aequo erit [VII, 14] $H : K = \varDelta : B$. uerum

$$H : K = \Gamma : E \times \varDelta : Z.$$[1])

ergo etiam $\varDelta : B = \Gamma : E \times \varDelta : Z$; quod erat demonstrandum.

VI.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et primus secundum non metitur, ne alius quidem ullus alium metietur.



Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A, B, Γ, $\varDelta$, E, et A numerum B ne metiatur. dico, ne alium quidem ullum alium mensurum esse.

iam hoc quidem manifestum est, numeros A, B, Γ, $\varDelta$, E deinceps inter se non metiri. nam A numerum B non metitur. dico, ne alium quidem ullum alium mensurum esse. nam si fieri potest, A numerum Γ metiatur. et quot sunt A, B, Γ, tot sumantur minimi numeri eorum, qui eandem ac A, B, Γ rationem habent Z, H, Θ [VII, 33]. et quoniam Z, H, Θ in eadem ratione sunt ac A, B, Γ, et multitudo numerorum A, B, Γ aequalis est multitudini numerorum Z, H, Θ, ex aequo erit $A : \Gamma = Z : \Theta$ [VII, 14]. et quoniam est $A : B = Z : H$, et A numerum B non me-

1) Nam $H : K = H : \Theta \times \Theta : K$ et $H : \Theta = \Gamma : E$, $\Theta : K = \varDelta : Z$.

Η· οὐκ ἄρα μονάς ἐστιν ὁ Ζ· ἡ γὰρ μονὰς πάντα ἀριθμὸν μετρεῖ. καί εἰσιν οἱ Ζ, Θ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους [οὐδὲ ὁ Ζ ἄρα τὸν Θ μετρεῖ]. καί ἐστιν ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ· οὐδὲ ὁ Α ἄρα τὸν Γ μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ΄.

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ [ἑξῆς] ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν ἔσχατον μετρῇ, καὶ τὸν δεύτερον μετρήσει.

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὁ δὲ Α τὸν Δ μετρείτω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ.

Εἰ γὰρ οὐ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει· μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Δ. μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α τὸν Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η΄.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας [αὐτοῖς] μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ,

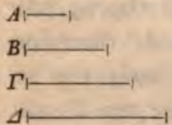
---

2. μετρεῖ ἀριθμόν Vφ. καί εἰσιν] om. φ. 3. οὐδὲ ὁ Ζ ἄρα τὸν Θ μετρεῖ] om. P. 6. μετρεῖ BVφ. 8. ἑξῆς] om. P. 9. ἔσχατον] in ras. V. 10. δεύτερον] in ras. V. 12. καί] om. φ. 14. οὐ] μή BVφ. 15. Post

titur, ne Z quidem numerum H metitur [VII def. 20]. itaque Z unitas non est; nam unitas omnem numerum metitur. et Z, Θ inter se primi sunt [prop. III]. et est $Z : \Theta = \varDelta : \Gamma$. itaque [VII def. 20] ne $\varDelta$ quidem numerum Γ metitur. similiter demonstrabimus, ne alium quidem ullum alium mensurum esse; quod erat demonstrandum.

VII.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et primus ultimum metitur, etiam secundum metitur.



Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A, B, Γ, $\varDelta$, et A numerum $\varDelta$ metiatur. dico, A etiam numerum B metiri.

nam si A numerum B non metitur, ne alius quidem ullus alium metietur [prop. VI]. metitur autem A numerum $\varDelta$. ergo A etiam numerum B metitur; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si inter duos numeros secundum proportionem continuam numeri aliquot interponuntur, quot inter eos secundum proportionem continuam interponuntur numeri, totidem etiam inter eos, qui eandem rationem habent, secundum proportionem continuam interponentur.

Nam inter duos numeros A, B secundum proportionem continuam numeri aliquot Γ, $\varDelta$ interponantur

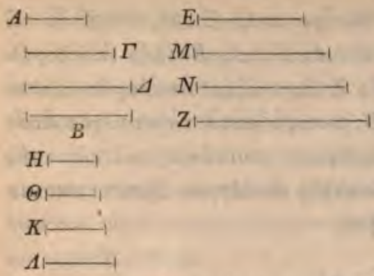
μετρήσει add. Vφ: ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ὁ A τὸν $\varDelta$ μετρεῖν; idem B mg. m. 2. 22. αὐτοῖς] om. P. 25. Γ] in ras. V.

καὶ πεποιήσθω ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· λέγω, ὅτι ὅσοι εἰς τοὺς Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς Ε, Ζ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Ὅσοι γάρ εἰσι τῷ πλήθει οἱ Α, Β, Γ, Δ, τοσοῦτοι εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Γ, Δ, Β οἱ Η, Θ, Κ, Λ· οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ Η, Λ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Γ, Δ, Β τοῖς Η, Θ, Κ, Λ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν Α, Γ, Δ, Β τῷ πλήθει τῶν Η, Θ, Κ, Λ, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Λ. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Η πρὸς τὸν Λ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. οἱ δὲ Η, Λ πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον. ἰσάκις ἄρα ὁ Η τὸν Ε μετρεῖ καὶ ὁ Λ τὸν Ζ. ὁσάκις δὴ ὁ Η τὸν Ε μετρεῖ, τοσαυτάκις καὶ ἑκάτερος τῶν Θ, Κ ἑκάτερον τῶν Μ, Ν μετρείτω· οἱ Η, Θ, Κ, Λ ἄρα τοὺς Ε, Μ, Ν, Ζ ἰσάκις μετροῦσιν. οἱ Η, Θ, Κ, Λ ἄρα τοῖς Ε, Μ, Ν, Ζ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν. ἀλλὰ οἱ Η, Θ, Κ, Λ τοῖς Α, Γ, Δ, Β ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ

---

3. τό] τόν φ. 6. εἰσιν B. 7. οἱ ἐλάχιστοι Vφ. 8. Γ, Δ, Β] Β, Γ, Δ BVφ. οἱ] corr. ex τούς m. 1 V. 9. οἱ] om. P. 10. εἰσίν] εἰσί Vφ. καὶ ἐπεί — 11: εἰσίν] om. φ. 10. Γ] in ras. B, post ras. 1 litt. V. 11. εἰσί V. 13. τὸν Λ] Λ B. 18. ἔχοντας αὐτοῖς BVφ. 19. τε] om. P.



et fiat $A : B = E : Z$. dico, quot inter A, B secundum proportionem continuam interponantur numeri, totidem etiam inter E, Z secundum proportionem continuam interpositum iri.

nam quot sunt numero A, B, Γ, Δ, totidem sumantur numeri minimi eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ, Δ, B [VII, 33] H, Θ, K, Λ. itaque extremi eorum H, Λ inter se primi sunt [prop. III]. et quoniam A, Γ, Δ, B et H, Θ, K, Λ in eadem ratione sunt, et multitudo numerorum A, Γ, Δ, B multitudini numerorum H, Θ, K, Λ aequalis est, ex aequo erit [VII, 14] $A : B = H : \Lambda$. uerum $A : B = E : Z$. quare etiam $H : \Lambda = E : Z$. sed H, Λ primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [VII, 20], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque H numerum E et Λ numerum Z aequaliter metitur. iam quoties H numerum E metitur, toties uterque Θ, K utrumque M, N metiatur. itaque H, Θ, K, Λ numeros E, M, N, Z aequaliter metiuntur. itaque H, Θ, K, Λ et E, M, N, Z in eadem ratione sunt [VII def. 20]. uerum H, Θ, K, Λ et A, Γ, Δ, B

24. τούς] corr. ex τοῖς V. Z] in ras. V. ἰσάκις — 25: Z] mg. m. 1 V, om. φ. 26. K] e corr. V.

εἰσίν· καὶ οἱ Α, Γ, Δ, Β ἄρα τοῖς Ε, Μ, Ν, Ζ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν. οἱ δὲ Α, Γ, Δ, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν· καὶ οἱ Ε, Μ, Ν, Ζ ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν. ὅσοι ἄρα εἰς τοὺς Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς Ε, Ζ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ Α, Β, καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν οἱ Γ, Δ, καὶ ἐκκείσθω ἡ Ε μονάς· λέγω, ὅτι ὅσοι εἰς τοὺς Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου τῶν Α, Β καὶ τῆς μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Εἰλήφθωσαν γὰρ δύο μὲν ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι ἐν τῷ τῶν Α, Γ, Δ, Β λόγῳ ὄντες οἱ Ζ, Η, τρεῖς δὲ οἱ Θ, Κ, Λ, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλείους, ἕως ἂν ἴσον γένηται τὸ πλῆθος αὐτῶν τῷ πλήθει τῶν Α, Γ, Δ, Β. εἰλήφθωσαν, καὶ ἔστωσαν οἱ Μ, Ν, Ξ, Ο. φανερὸν

1. εἰσίν] om. P. καὶ οἱ — 2: λόγῳ εἰσίν] mg. m. 1 V, om. φ. 3. εἰσιν] (prius) εἰσι V φ. 10. ὦσι P V φ. 11.

in eadem ratione sunt. quare etiam A, Γ, Δ, B et E, M, N, Z in eadem ratione sunt. uerum A, Γ, Δ, B deinceps proportionales sunt. quare etiam E, M, N, Z deinceps proportionales sunt. ergo quot inter A, B secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri, totidem etiam inter E, Z secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri; quod erat demonstrandum.

IX.

Si duo numeri inter se primi sunt et inter eos secundum proportionem continuam interponuntur numeri aliquot, quot inter eos secundum proportionem continuam interponuntur numeri, totidem etiam inter singulos et unitatem secundum proportionem continuam interponentur.

Sint duo numeri inter se primi A, B, et inter eos secundum proportionem continuam interponantur Γ, Δ, et ponatur unitas E. dico, quot inter A, B secundum proportionem continuam interponantur numeri, totidem etiam inter singulos A, B et unitatem secundum proportionem continuam interpositum iri.

sumantur enim duo numeri minimi in ratione A, Γ, Δ, B numerorum Z, H, tres autem Θ, K, Λ et semper deinceps uno plures, donec fiat multitudo eorum multitudini numerorum A, Γ, Δ, B aequalis [prop. II]. sumantur et sint M, N, Ξ, O. manifestum igitur

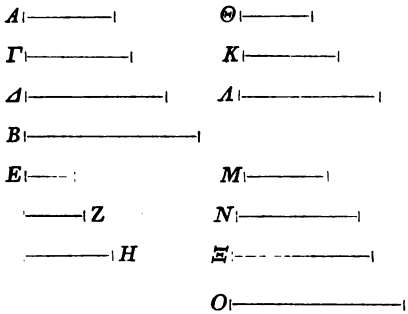
-σιν ἀριθμοὶ ὅσοι] in ras. m. 1 B. 12. ἐμπίπτωσιν P. 14. μεταξύ] ἑξῆς μεταξύ Theon (BVφ). 24. τῶν] corr. ex τόν V.

δή, ὅτι ὁ μὲν Ζ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Θ πεποίηκεν, τὸν δὲ Θ πολλαπλασιάσας τὸν Μ πεποίηκεν, καὶ ὁ Η ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Λ πεποίηκεν, τὸν δὲ Λ πολλαπλασιάσας τὸν Ο πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ οἱ Μ, Ν, Ξ, Ο ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Ζ, Η, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ Α, Γ, Δ, Β ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Ζ, Η, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν Μ, Ν, Ξ, Ο τῷ πλήθει τῶν Α, Γ, Δ, Β, ἕκαστος ἄρα τῶν Μ, Ν, Ξ, Ο ἑκάστῳ τῶν Α, Γ, Δ, Β ἴσος ἐστίν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν Μ τῷ Α, ὁ δὲ Ο τῷ Β. καὶ ἐπεὶ ὁ Ζ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Θ πεποίηκεν, ὁ Ζ ἄρα τὸν Θ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ζ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Ε μονὰς τὸν Ζ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκις ἄρα ἡ Ε μονὰς τὸν Ζ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Ζ τὸν Θ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Ε μονὰς πρὸς τὸν Ζ ἀριθμόν, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Ζ τὸν Θ πολλαπλασιάσας τὸν Μ πεποίηκεν, ὁ Θ ἄρα τὸν Μ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ζ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ Ε μονὰς τὸν Ζ ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκις ἄρα ἡ Ε μονὰς τὸν Ζ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Θ τὸν Μ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Ε μονὰς πρὸς τὸν Ζ ἀριθμόν, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Μ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ Ε μονὰς πρὸς τὸν Ζ ἀριθμόν, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ·

---

1. *πεποίηκε* V φ. 2. *πεποίηκε* V φ. 3. *πεποίηκε* V φ. 4. *πεποίηκε* V φ. 5. *εἴσιν* P. 6. Ζ, *Η*] *Η*, Ζ B V φ. *εἰσίν* B. 7. *τόν*] corr. ex *τῶν* m. 1 P. Ζ, *Η*] *Η*, Ζ B V φ; Ε, Ζ P. 10. *ἴσος*] (prius) corr. ex *ἴσον* m. rec. P. 12. Ζ] eras. V. 13. *τῷ* Ζ] *αὐτῷ* V φ, *τῷ* Ζ supra m. 2 V. 18. *ἄρα*] *ἔτι* φ. 21. *Θ*] e corr. V; Ε P. 22. *ὡς*] supra m. 1 B. 24. *πρός*] (prius) supra m. 2 B.

est, esse $Z \times Z = \Theta$, $Z \times \Theta = M$, $H \times H = \Lambda$, $H \times \Lambda = O$ [prop. II coroll.]. et quoniam M, N, Ξ, O minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac Z, H, uerum etiam A, Γ, Δ, B minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac Z, H [prop. III], et multitudo numerorum M, N, Ξ, O multitudini numerorum A, Γ, Δ, B aequalis est, singuli M, N, Ξ, O singulis A, Γ, Δ, B aequales sunt. itaque $M = A$, $O = B$. et quoniam $Z \times Z = \Theta$, numerus Z numerum Θ secundum unitates numeri Z metitur [VII def. 15]. uerum etiam unitas E numerum Z secundum unitates ipsius metitur. itaque unitas E numerum Z et Z numerum Θ aequaliter metitur. itaque



$$E : Z = Z : \Theta \text{ [VII def. 20].}$$

rursus quoniam $Z \times \Theta = M$, numerus Θ numerum M secundum unitates numeri Z metitur [VII def. 15]. uerum etiam unitas E numerum Z secundum unitates ipsius metitur. itaque E unitas numerum Z et Θ numerum M aequaliter metitur. quare

$$E : Z = \Theta : M \text{ [VII def. 20].}$$

demonstrauimus autem, esse etiam $E : Z = Z : \Theta$.

καὶ ὡς ἄρα ἡ Ε μονὰς πρὸς τὸν Ζ ἀριθμόν, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν Μ. ἴσος δὲ ὁ Μ τῷ Α· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Ε μονὰς πρὸς τὸν Ζ ἀριθμόν, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν Α. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ Ε μονὰς πρὸς τὸν Η ἀριθμόν, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Λ καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν Β. ὅσοι ἄρα εἰς τοὺς Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου τῶν Α, Β καὶ μονάδος τῆς Ε μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ι΄.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ἑκατέρου καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α, Β καὶ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν ἀριθμοὶ οἵ τε Δ, Ε καὶ οἱ Ζ, Η· λέγω, ὅτι ὅσοι ἑκατέρου τῶν Α, Β καὶ μονάδος τῆς Γ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

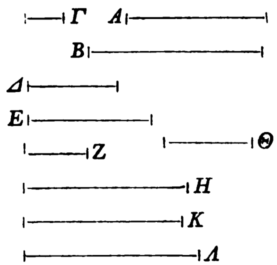
---

2. πρὸς τὸν Μ — 4: πρὸς τὸν Α] add. m. 2 B; sed πρὸς τὸν Α lin. 4 etiam in textu sunt a m. 1. 2. ἴσος δὲ ὁ Μ τῷ Α] ὁ δὲ Μ (μή φ) τῷ Α ἐστιν ἴσος BVφ; in V haec uerba et seq. ad πρὸς τὸν Α lin. 4 in mg. sunt m. 2. 3. ἡ] corr. ex ὁ φ. 13. ἑκατέρου] om. Theon (BVφ). 15. ἑξῆς μεταξύ Theon (BVφ). 16. τό] om. V. 18. ἀνάλογον] m. 2 B, om. Vφ.

quare etiam $E : Z = Z : \Theta = \Theta : M$. uerum $M = \Lambda$. itaque erit $E : Z = Z : \Theta = \Theta : \Lambda$. eadem de causa etiam $E : H = H : \Lambda = \Lambda : B$. ergo quot inter A, B secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri, totidem etiam inter singulos A, B et unitatem E secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri; quod erat demonstrandum.

X.

Si inter duos numeros[1]) et unitatem secundum proportionem continuam numeri aliquot interpositi sunt, quot inter singulos et unitatem secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri, totidem etiam inter ipsos secundum proportionem continuam interponentur.



Nam inter duos numeros A, B et unitatem Γ secundum proportionem continuam interponantur numeri Δ, E et Z, H. dico, quot inter singulos A, B et unitatem Γ secundum proportionem continuam interpositi sint numeri, totidem etiam inter A, B secundum proportionem continuam interpositum iri.

1) Scripturam codicis P lin. 13 (ἑκατέρου) etiam Campanus habuisse uidetur; apud eum enim VIII, 10 ita legimus: si inter utrumque eorum et unitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

Ὁ Δ γὰρ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Θ ποιείτω, ἑκάτερος δὲ τῶν Δ, Ζ τὸν Θ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Κ, Λ ποιείτω.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Γ μονὰς πρὸς τὸν Δ ἀριθμόν, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ἰσάκις ἄρα ἡ Γ μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν Ε. ἡ δὲ Γ μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· καὶ ὁ Δ ἄρα ἀριθμὸς τὸν Ε μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ὁ Δ ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν. πάλιν, ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Γ [μονὰς] πρὸς τὸν Δ ἀριθμὸν, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Α, ἰσάκις ἄρα ἡ Γ μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Ε τὸν Α. ἡ δὲ Γ μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ μὲν Ζ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, τὸν δὲ Η πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, τὸν δὲ Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Θ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τον Θ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Η. καὶ ὡς ἄρα ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Η. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Δ ἑκάτερον τῶν Ε, Θ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Α, Κ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Κ. ἀλλ' ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α

---

4. ἔστιν] supra m. 1 V. 8. καὶ ὁ Δ ἄρα — 9: μονάδας] mg. m. 1 Pφ. 8. ἄρα] om. B. ἀριθμός] om. Vφ. 10. πεποίηκε Vφ. μονάς] om. P. 12. Γ] e corr. V. 11.

sit enim $\Delta \times Z = \Theta$, $\Delta \times \Theta = K$, $Z \times \Theta = \Lambda$. et quoniam est $\Gamma : \Delta = \Delta : E$, unitas Γ numerum Δ et Δ numerum E aequaliter metitur [VII def. 20]. uerum unitas Γ numerum Δ secundum unitates numeri Δ metitur. quare etiam numerus Δ numerum E metitur secundum unitates numeri Δ. itaque $\Delta \times \Delta = E$. rursus quoniam est $\Gamma : \Delta = E : A$, unitas Γ numerum Δ et E numerum A aequaliter metitur. uerum unitas Γ numerum Δ secundum unitates numeri Δ metitur. quare etiam E numerum A secundum unitates numeri Δ metitur. itaque $\Delta \times E = A$. eadem de causa etiam $Z \times Z = H$ et $Z \times H = B$. et quoniam $\Delta \times \Delta = E$ et

$$\Delta \times Z = \Theta, \text{ erit [VII, 17] } \Delta : Z = E : \Theta.$$

eadem de causa erit etiam $\Delta : Z = \Theta : H$ [VII, 18].[1]) quare etiam $E : \Theta = \Theta : H$. rursus quoniam $\Delta \times E = A$ et $\Delta \times \Theta = K$, erit $E : \Theta = A : K$ [VII, 17]. uerum $E : \Theta = \Delta : Z$. quare etiam

$$\Delta : Z = A : K.$$

1) Cum habeamus $\Delta \times Z = \Theta$ et $Z \times Z = H$, proprie citanda est VII, 18, non VII, 17, ut in praecedenti ratiocinatione; sed cum $\Delta \times Z = Z \times \Delta$ (VII, 16), adparet, Euclidem sine errore dicere posse lin. 21 sq.: *διὰ τὰ αὐτά*.

ἰσάκις — 12: *τὸν A*] bis V (corr.), φ. 14. *καὶ ὁ E* — 15: *μονάδας*] mg. m. 1 P. 14. *A*] in ras. m. 1 B. 16. *πεποίηκε* V φ. 17. *πεποίηκε* V φ. 18. *πολλαπλασιάσας* φ. 19. *πεποίηκε* V φ. 24. *τῶν E* — 25: *ἑκάτερον*] mg. m. 1 P. 25. *τὸν A, H* φ. 27. *ἀλλά* P.

Ὁ Δ γὰρ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Θ : ἑκάτερος δὲ τῶν Δ, Ζ τὸν Θ πολλαπλασιάσας ρον τῶν Κ, Λ ποιείτω.

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Γ μονὰς πρὸς τὸν Δ μόν, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ἰσάκις ἄρα ἡ Ι τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν Ε. ἡ δὲ νὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ νάδας· καὶ ὁ Δ ἄρα ἀριθμὸς τὸν Ε μετρεῖ κ ἐν τῷ Δ μονάδας· ὁ Δ ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλ τὸν Ε πεποίηκεν. πάλιν, ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Γ πρὸς τὸν Δ ἀριθμὸν, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Α, ἄρα ἡ Γ μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Α. ἡ δὲ Γ μονὰς τὸν Δ ἀριθμὸν μετρεῖ κ ἐν τῷ Δ μονάδας· καὶ ὁ Ε ἄρα τὸν Α μετρ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ὁ Δ ἄρα τὸν Ε πολλα σας τὸν Α πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ Ζ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, Η πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. καὶ ἐπ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκ δὲ Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Θ πεποίηκεν, ἔστ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τον τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτ πρὸς τὸν Η. καὶ ὡς ἄρα ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, ὁ Θ πρὸς τὸν Η. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Δ ἑκάτερ Ε, Θ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Α, Κ πε ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ τὸν Κ. ἀλλ' ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτω

---

4. ἐστιν] supra m. 1 V. 8. καὶ ὁ Δ ἄρα — 9: mg. m. 1 Pφ. 8. ἄρα] om. B. ἀριθμός] om. V πεποίηκε Vφ. μονάς] om. P. 12. Γ] e corr. V

πρὸς τὸν Κ. πάλιν, ἐπεὶ ἑκάτερος τῶν Δ, Ζ τὸν Θ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Κ, Λ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ. ἀλλ' ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Κ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Κ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ. ἔτι ἐπεὶ ὁ Ζ ἑκάτερον τῶν Θ, Η πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Λ, Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Θ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Β. ὡς δὲ ὁ Θ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Λ πρὸς τὸν Β. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὅ τε Α πρὸς τὸν Κ καὶ ὁ Κ πρὸς τὸν Λ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Κ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Λ καὶ ὁ Λ πρὸς τὸν Β. οἱ Α, Κ, Λ, Β ἄρα κατὰ τὸ συνεχὲς ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον. ὅσοι ἄρα ἑκατέρου τῶν Α, Β καὶ τῆς Γ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἐμπεσοῦνται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια΄.

Δύο τετραγώνων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ τετράγωνος πρὸς τὸν τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Ἔστωσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ δὲ Β ὁ Δ· λέγω, ὅτι τῶν Α, Β εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ο Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ.

---

1. καὶ πάλιν, deleto καί P. Δ, Ζ] Ζ, Δ B. 3. Ζ] in ras. φ. 10. ἐδείχθη δέ] mg. φ. 12. καὶ ὡς ἄρα — 13:

rursus quoniam $\Delta \times \Theta = K$ et $Z \times \Theta = \Lambda$, erit $\Delta : Z = K : \Lambda$ [VII, 18]. uerum $\Delta : Z = A : K$. quare etiam $A : K = K : \Lambda$. praeterea quoniam $Z \times \Theta = \Lambda$ et $Z \times H = B$, erit [VII, 17] $\Theta : H = \Lambda : B$. uerum $\Theta : H = \Delta : Z$. quare etiam $\Delta : Z = \Lambda : B$. demonstrauimus autem, esse etiam

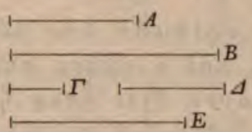
$$\Delta : Z = A : K = K : \Lambda.$$

itaque erit $A : K = K : \Lambda = \Lambda : B$. itaque A, K, Λ, B deinceps in continua proportione sunt. quot igitur inter singulos A, B et Γ unitatem secundum proportionem continuam interponuntur numeri, totidem etiam inter A, B deinceps interponentur; quod erat demonstrandum.

XI.

Inter duos numeros quadratos unus medius est proportionalis numerus, et quadratus ad quadratum duplicatam rationem habet quam latus ad latus.

Sint numeri quadrati A, B, et numeri A latus sit Γ, numeri autem B latus Δ. dico, inter A, B



unum medium esse proportionalem numerum, et esse

$$A : B = \Gamma^2 : \Delta^2.$$

πρὸς τὸν Λ] om. BVφ. 15. Γ] in ras. φ. 17. Ante καί ras. 1 litt. V. 26. τῶν] corr. ex τόν V.

Ὁ Γ γὰρ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω. καὶ ἐπεὶ τετράγωνός ἐστιν ὁ Α, πλευρὰ δὲ αὐτοῦ ἐστιν ὁ Γ, ὁ Γ ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ἐπεὶ οὖν ὁ Γ ἑκάτερον τῶν Γ, Δ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Α, Ε πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ε. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Β. καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Β. τῶν Α, Β ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός.

Λέγω δή, ὅτι καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ἐπεὶ γὰρ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Α, Ε, Β, ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Α πρὸς τὸν Ε. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ Γ πλευρὰ πρὸς τὴν Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

Δύο κύβων ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ κύβος πρὸς τὸν κύβον τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Ἔστωσαν κύβοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ δὲ Β ὁ Δ· λέγω, ὅτι τῶν Α, Β δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ.

---

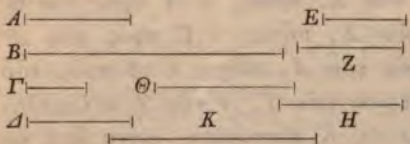
1. γάρ] m. 2 B, post ras. 1 litt. V. 4. πεποίηκε Vφ. 8. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί] P; πάλιν ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν

sit enim $\Gamma \times \Delta = E$. et quoniam quadratus est A et latus eius Γ, erit $\Gamma \times \Gamma = A$. eadem de causa etiam $\Delta \times \Delta = B$. iam quoniam $\Gamma \times \Gamma = A$ et $\Gamma \times \Delta = E$, erit $\Gamma : \Delta = A : E$ [VII, 17]. eadem de causa[1]) erit etiam $\Gamma : \Delta = E : B$. quare etiam $A : E = E : B$. ergo inter A, B unus medius est proportionalis numerus.

Iam dico, esse etiam $A : B = \Gamma^2 : \Delta^2$. nam quoniam tres numeri proportionales sunt A, E, B, erit $A : B = A^2 : E^2$ [V def. 9]. uerum $A : E = \Gamma : \Delta$. itaque $A : B = \Gamma^2 : \Delta^2$; quod erat demonstrandum.

XII.

Inter duos cubos numeros duo medii proportionales sunt numeri, et cubus ad cubum triplicatam rationem habet quam latus ad latus.



Sint cubi numeri A, B, et latus numeri A sit Γ, numeri B autem Δ. dico, inter A, B duos medios proportionales esse numeros, et esse $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$.

1) Nam $\Gamma \times \Delta = E$ et $\Delta \times \Delta = B$. itaque proportio illa proprie per VII, 18 (non VII, 17) efficitur. sed cfr. p. 300, 21 sq. et p. 301 not. uerba lin. 8 interpolata etiam ipsa orationis forma (ἕνα καὶ τὸν αὐτόν) redarguuntur.

B πεποίηκεν (πεποίηκε Vφ), δύο δὴ ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ ἕνα καὶ τὸν αὐτὸν τὸν Δ πολλαπλασιάσαντες τοὺς E, B πεποιήκασιν· ἔστιν ἄρα Theon (BVφ). 9. Post B add. Theon: ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ A πρὸς τὸν E (BVφ). 10. τῶν] τοῦ in ras. comp. V. 11. ἀριθμὸς ὁ E Theon (BVφ). 18. Δ πλευράν Vφ. 20. μέσους P, corr. m. rec.

Ὁ γὰρ Γ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω, τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω, ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιείτω, ἑκάτερος δὲ τῶν Γ, Δ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Θ, Κ ποιείτω.

Καὶ ἐπεὶ κύβος ἐστὶν ὁ Α, πλευρὰ δὲ αὐτοῦ ὁ Γ, καὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Δ ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, τὸν δὲ Η πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ ἑκάτερον τῶν Γ, Δ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Ε, Ζ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Γ ἑκάτερον τῶν Ε, Ζ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Α, Θ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ. ὡς δὲ ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ. πάλιν, ἐπεὶ ἑκάτερος τῶν Γ, Δ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Θ, Κ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Κ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Δ ἑκάτερον τῶν Ζ, Η πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Κ, Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Β. ὡς δὲ ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὅ τε Α πρὸς τὸν Θ καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν Κ καὶ ὁ Κ πρὸς τὸν Β. τῶν Α, Β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Θ, Κ.

---

4. Ζ] eras. V. 6. πεποίηκε Vφ. 7. πεποίηκε Vφ. 8. πεποίηκε Vφ. 10. πεποίηκε Vφ. 11. πεποίηκε Vφ. 17.

sit enim $\Gamma \times \Gamma = E$, $\Gamma \times \Delta = Z$, $\Delta \times \Delta = H$, $\Gamma \times Z = \Theta$, $\Delta \times Z = K$. et quoniam A cubus est, latus autem eius Γ et $\Gamma \times \Gamma = E$, erit $\Gamma \times \Gamma = E$ et $\Gamma \times E = A$. eadem de causa erit etiam $\Delta \times \Delta = H$ et $\Delta \times H = B$. et quoniam $\Gamma \times \Gamma = E$ et $\Gamma \times \Delta = Z$, erit $\Gamma : \Delta = E : Z$ [VII, 17]. eadem de causa erit etiam $\Gamma : \Delta = Z : H$ [VII, 18].[1]) rursus quoniam $\Gamma \times E = A$ et $\Gamma \times Z = \Theta$, erit $E : Z = A : \Theta$ [VII, 17]. uerum $E : Z = \Gamma : \Delta$. quare etiam $\Gamma : \Delta = A : \Theta$. rursus quoniam $\Gamma \times Z = \Theta$ et $\Delta \times Z = K$, erit [VII, 18] $\Gamma : \Delta = \Theta : K$. rursus quoniam $\Delta \times Z = K$ et $\Delta \times H = B$, erit

$$Z : H = K : B \text{ [VII, 17]}.$$

uerum $Z : H = \Gamma : \Delta$. quare etiam

$$\Gamma : \Delta = A : \Theta = \Theta : K = K : B.^{2)}$$

ergo inter A, B duo medii proportionales sunt Θ, K.

---

1) Nam $\Gamma \times \Delta = Z$ et $\Delta \times \Delta = H$; u. p. 305 not.

2) Euclides hic paullo breuior est, quam solet. sed recepto supplemento codicum deteriorum lin. 27 falsa illa efficitur forma orationis, quam p. 302, 12—13 cum P sustulimus. cui ut mederetur, Augustus lin. 28 post prius K interposuit: *ὡς ἄρα ὁ A πρὸς τὸν Θ οὕτως ὅ τε A πρὸς τὸν K* (!); ego malui codd. PB sequi.

οὕτως — 18: *πρὸς τόν* Z] m. 2 B. 20. *ἐπεί*] om. P. 25. *B*] *H* φ. 27. Post *Δ* add. Vφ: *οὕτως ὁ K πρὸς τὸν B· ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ*; idem B mg. m. 2. *ὅ τε*] *τε ὁ* B. 28. *τῶν*] corr. ex *τόν* V. 29. *οἱ*] *ἀριθμοὶ οἱ* B.

Λέγω δή, ὅτι καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. ἐπεὶ γὰρ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Α, Θ, Κ, Β, ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Α πρὸς τὸν Θ. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὁ Α [ἄρα] πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, καὶ πολλαπλασιάσας ἕκαστος ἑαυτὸν ποιῇ τινα, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἀνάλογον ἔσονται· καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας, καὶ αὐτοὶ ἀνάλογον ἔσονται [καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει].

Ἔστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ Α, Β, Γ, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ, καὶ οἱ Α, Β, Γ ἑαυτοὺς μὲν πολλαπλασιάσαντες τοὺς Δ, Ε, Ζ ποιείτωσαν, τοὺς δὲ Δ, Ε, Ζ πολλαπλασιάσαντες τοὺς Η, Θ, Κ ποιείτωσαν· λέγω, ὅτι οἵ τε Δ, Ε, Ζ καὶ οἱ Η, Θ, Κ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν.

Ὁ μὲν γὰρ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Λ ποιείτω, ἑκάτερος δὲ τῶν Α, Β τὸν Λ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Μ, Ν ποιείτω. καὶ πάλιν ὁ μὲν Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Ξ ποιείτω, ἑκάτερος δὲ τῶν Β, Γ τὸν Ξ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Ο, Π ποιείτω.

---

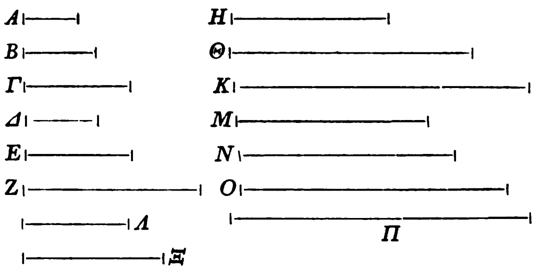
1. *τριπλασίονα*] *τρ-* e corr. V. 5. *ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Θ*] mg. φ. 6. *ἄρα*] om. P, m. 2 B. 11. *ποιεῖ* Vφ. *τινας* Vφ. 12. *γινομένους* V. 13. *ποιῶσιν* B. 22. *τὸν Λ — 23: πολλαπλασιάσας ἑ-*] mg. φ. 26. *τῶν*] *τόν* P. *Ο*] in ras. m. 1 B.

Iam dico, esse etiam $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$. nam quoniam quattuor numeri proportionales sunt A, Θ, K, B, erit $A : B = A^3 : \Theta^3$ [V def. 10]. uerum $A : \Theta = \Gamma : \Delta$. ergo $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$; quod erat demonstrandum.

XIII.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et singuli se ipsos multiplicantes numeros aliquos effecerint, numeri ex iis producti proportionales erunt; et si numeri ab initio sumpti numeros productos multiplicantes numeros aliquos effecerint, hi et ipsi proportionales erunt.[1])

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A, B, Γ, ita ut sit $A : B = B : \Gamma$, et sit $A \times A = \Delta$, $B \times B = E$, $\Gamma \times \Gamma = Z$, $A \times \Delta = H$, $B \times E = \Theta$, $\Gamma \times Z = K$. dico, et numeros Δ, E, Z et H, Θ, K deinceps proportionales esse.



nam sit $A \times B = \Lambda$, $A \times \Lambda = M$, $B \times \Lambda = N$, et rursus sit $B \times \Gamma = \Xi$, $B \times \Xi = O$, $\Gamma \times \Xi = \Pi$.

1) Uerba sequentia καὶ ἀεί lin. 14 — συμβαίνει lin. 15 subditiua uidentur; cfr. ad VII, 27. habet ea Campanus VIII, 12.

Ὁμοίως δὴ τοῖς ἐπάνω δείξομεν, ὅτι οἱ Δ, Λ, Ε καὶ οἱ Η, Μ, Ν, Θ ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ Α πρὸς τὸν Β λόγῳ, καὶ ἔτι οἱ Ε, Ξ, Ζ καὶ οἱ Θ, Ο, Π, Κ ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ Β πρὸς τὸν Γ λόγῳ. καί ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ· καὶ οἱ Δ, Λ, Ε ἄρα τοῖς Ε, Ξ, Ζ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ καὶ ἔτι οἱ Η, Μ, Ν, Θ τοῖς Θ, Ο, Π, Κ. καί ἐστιν ἴσον τὸ μὲν τῶν Δ, Λ, Ε πλῆθος τῷ τῶν Ε, Ξ, Ζ πλήθει, τὸ δὲ τῶν Η, Μ, Ν, Θ τῷ τῶν Θ, Ο, Π, Κ· δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς μὲν ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ως δὲ ὁ Η πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Κ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ΄.

Ἐὰν τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

Ἔστωσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, πλευραὶ δὲ αὐτῶν ἔστωσαν οἱ Γ, Δ, ὁ δὲ Α τὸν Β μετρείτω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ.

Ὁ Γ γὰρ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω· οἱ Α, Ε, Β ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Ε, Β ἑξῆς ἀνάλο-

---

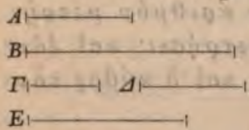
1. Λ, Ε] e corr. V. 2. Ν] e corr. V; supra m. 2 B, id. mg. m. 2: καὶ οἱ Η, Μ, Ν, Θ. 3. Β] Ζ φ. λόγῳ] corr. ex λόγον φ. 5. καί ἐστιν — 6: τὸν Γ] mg. φ. 7. εἰσίν PB. 8. τῶν] om. P. Λ, Ε] e corr. V. 10. καὶ δι᾽ ἴσου P. μὲν ὁ] ὁ μέν BVφ. 14. Post τετράγωνος add. ἀριθμός supra m. 1 B φ, m. 2 V. Supra τετράγωνον add. ἀριθμόν B m. 2. 18. πλευρά φ. 23. λόγῳ] corr. ex λόγον φ.

iam eodem modo, quo supra[1]), demonstrabimus, numeros Δ, Λ, E et H, M, N, Θ deinceps proportionales esse in ratione $A : B$, et praeterea E, Ξ, Z et Θ, O, Π, K deinceps proportionales esse in ratione $B : \Gamma$. et $A : B = B : \Gamma$. quare etiam Δ, Λ, E et E, Ξ, Z in eadem ratione sunt et praeterea H, M, N, Θ et Θ, O, Π, K. et multitudo numerorum Δ, Λ, E multitudini numerorum E, Ξ, Z aequalis est et multitudo numerorum H, M, N, Θ multitudini numerorum Θ, O, Π, K. ex aequo igitur erit $\Delta : E = E : Z$ et $H : \Theta = \Theta : K$ [VII, 14]; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si numerus quadratus quadratum numerum metitur, etiam latus latus metietur; et si latus latus metitur, etiam quadratus quadratum metietur.

Sint numeri quadrati A, B, latera autem eorum



sint Γ, Δ, et A numerum B metiatur. dico, etiam Γ numerum Δ metiri.

sit enim $\Gamma \times \Delta = E$; itaque A, E, B deinceps proportionales sunt in ratione $\Gamma : \Delta$ [prop. XI]. et quoniam A, E, B deinceps proportionales

1) Uelut in prop. 12, scilicet per VII, 17—18. cum enim $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Lambda$, erit $A : B = \Delta : \Lambda$. cum $A \times B = \Lambda$ et $B \times B = E$, erit $A : B = \Lambda : E$. itaque $A : B = \Delta : \Lambda = \Lambda : E$. et cum $A \times \Delta = H$, $A \times \Lambda = M$, erit $\Delta : \Lambda = H : M$; cum $A \times \Lambda = M$, $B \times \Lambda = N$, erit $A : B = M : N = H : M$. cum $B \times \Lambda = N$, $B \times E = \Theta$, erit $\Lambda : E = N : \Theta = A : B = H : M = M : N$ cett.

γόν εἰσιν, καὶ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α τὸν Ε. καί ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ.

Πάλιν δὴ ὁ Γ τὸν Δ μετρείτω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξομεν, ὅτι οἱ Α, Ε, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ε, μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ, μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α τὸν Ε. καί εἰσιν οἱ Α, Ε, Β ἑξῆς ἀνάλογον· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α τὸν Β.

Ἐὰν ἄρα τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε´.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α κύβον τὸν Β μετρείτω, καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ δὲ Β ὁ Δ· λέγω, ὅτι ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ.

Ὁ Γ γὰρ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω, ὁ δὲ Δ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιείτω, καὶ ἔτι ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ [ποιείτω], ἑκά-

1. εἰσι Vφ. 2. Ε] seq. ras. 1 litt. V. 3. μετρεῖ — τόν Δ] om. P. 4. πάλιν δή] ἀλλὰ δὴ μετρείτω BVφ. ὁ] καὶ ὁ Vφ. μετρείτω] om. BVφ. 9. μετρεῖ — 10: τὸν Ε] om. P. 10. ἄρα] post ras. 2 litt. B. 12. Supra τετράγωνος et τετράγωνον in B scr. compp. ἀριθμός et ἀριθμόν.

sunt, et *A* numerum *B* metitur, *A* etiam numerum *E* metitur [prop. VII]. est autem $A : E = \Gamma : \Delta$. ergo etiam *Γ* numerum *Δ* metitur [VII def. 20].

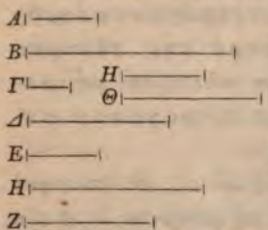
Rursus *Γ* numerum *Δ* metiatur. dico, etiam *A* numerum *B* metiri.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, numeros *A*, *E*, *B* deinceps proportionales esse in ratione $\Gamma : \Delta$. et quoniam est $\Gamma : \Delta = A : E$, et *Γ* numerum *Δ* metitur, etiam *A* numerum *E* metitur [VII def. 20]. et *A*, *E*, *B* deinceps proportionales sunt. quare etiam *A* numerum *B* metitur.[1])

Ergo si numerus quadratus quadratum numerum metitur, etiam latus latus metietur; et si latus latus metitur, etiam quadratus quadratum metietur.

XV.

Si cubus numerus cubum numerum metitur, etiam latus latus metietur; et si latus latus metitur, etiam cubus cubum metietur.



Nam cubus numerus *A* cubum *B* metiatur, et numeri *A* latus sit *Γ*, numeri *B* autem *Δ*. dico, *Γ* numerum *Δ* metiri.

sit enim $\Gamma \times \Gamma = E$, $\Delta \times \Delta = H$, $\Gamma \times \Delta = Z$,

1) Nam E numerum *B* metitur (VII def. 20) et *A* numerum E.

15. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. PB. 21. μετρησείω φ. 22. Γ] Α φ. 23. ὁ Γ] καὶ ὁ Γ V φ. μετρήσει BV φ. 25. ὁ δὲ Δ ἑαυτόν] καὶ ἔτι ὁ Γ τὸν Δ BV φ. Η] Ζ BV φ. καὶ ἔτι ὁ Γ τὸν Δ] ὁ δὲ Δ ἑαυτόν BV φ. 26. Ζ] Η BV φ. ποιείτω] om. P.

τερος δὲ τῶν Γ, Δ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Θ, Κ ποιείτω. φανερὸν δή, ὅτι οἱ Ε, Ζ, Η καὶ οἱ Α, Θ, Κ, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Θ, Κ, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καὶ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, μετρεῖ ἄρα καὶ τὸν Θ. καί ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ.

Ἀλλὰ δὴ μετρείτω ὁ Γ τὸν Δ· λέγω, ὅτι καὶ ο Α τὸν Β μετρήσει.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οἱ Α, Θ, Κ, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ λόγῳ. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ, καί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ, καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Θ μετρεῖ· ὥστε καὶ τὸν Β μετρεῖ ὁ Α· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ις'.

Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τετράγωνον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

Ἔστωσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, πλευραὶ δὲ αὐτῶν ἔστωσαν οἱ Γ, Δ, καὶ μὴ μετρείτω ὁ Α τὸν Β· λέγω, ὅτι οὐδὲ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ.

Εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ, μετρήσει καὶ ὁ Α τον Β. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Β· οὐδὲ ἄρα ὁ Γ τὸν Δ μετρήσει.

---

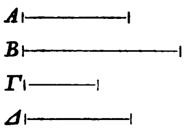
3. οἱ] om. Vφ. 5. εἰσι Vφ. 6. Θ] om. φ. 7. μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ] mg. m. 1 P. 9. μετρείσει φ. 10. αὐτόν φ. δή] om. B. 12. τόν] om. P. καί] m.

$\Gamma \times Z = \Theta$, $\Delta \times Z = K$. manifestum igitur, numeros E, Z, H et A, Θ, K, B deinceps proportionales esse in ratione $\Gamma : \Delta$ [prop. XII]. et quoniam A, Θ, K, B deinceps proportionales sunt, et A numerum B metitur, etiam numerum Θ metitur [prop. VII]. uerum $A : \Theta = \Gamma : \Delta$. ergo etiam Γ numerum Δ metitur.

Rursus metiatur Γ numerum Δ. dico, etiam A numerum B metiri. nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, numeros A, Θ, K, B deinceps proportionales esse in ratione $\Gamma : \Delta$. et quoniam Γ numerum Δ metitur, et $\Gamma : \Delta = A : \Theta$, etiam A numerum Θ metitur [VII def. 20]. quare etiam numerum B[1]) metitur A; quod erat demonstrandum.

XVI.

Si numerus quadratus quadratum numerum non metitur, ne latus quidem latus metietur; et si latus latus non metitur, ne quadratus quidem quadratum metietur.



Sint numeri quadrati A, B, latera autem eorum sint Γ, Δ, et A numerum B ne metiatur. dico, ne Γ quidem numerum Δ metiri.

nam si Γ numerum Δ metitur, etiam A numerum B metietur [prop. XIV]. at A numerum B non metitur. ergo ne Γ quidem numerum Δ metietur.

1) Cfr. p. 313 not.

2 B, om. V φ. 19. μή] supra V. 22. ἀριθμοί] m. 2 B, om. V φ. 23. μή] supra V. 24. λέγω δέ P. οὐδ' V. μετρήσει V φ. μετρεῖ — 25: τὸν Δ] mg. m. 1 P. 26. οὐδ' B.

τερος δὲ τῶν Γ, Δ [illegible] τὸν Δ· λέγω, ὅτι οὐδ[illegible]
τῶν Θ, Κ ποιείτω. [illegible]
οἱ Α, Θ, Κ, Β ἑξῆ[illegible] μετρήσει καὶ ὁ Γ τὸν
τὸν Δ λόγῳ. καὶ [illegible] ἄρα ὁ Α τὸν Β
εἰσιν, καὶ μετρεῖ [illegible]
καί ἐστιν ὡς ὁ Α [illegible]
Δ· μετρεῖ ἄρα κα[illegible]
Ἀλλὰ δὴ μετ[illegible]ον ἀριθμὸν μὴ με-
Α τὸν Β μετρήσ[illegible]ν πλευρὰν μετρήσει·
Τῶν γὰρ αὐ[illegible]ν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ
δείξομεν, ὅτι οἱ [illegible]
τῷ τοῦ Γ πρὸς [illegible] κύβον ἀριθμὸν τὸν Β
μετρεῖ, καί ἐστι[illegible] πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ
πρὸς τὸν Θ, κα[illegible]ν Δ οὐ μετρήσει.
τὸν Β μετρεῖ ὁ [illegible] Δ, καὶ ὁ Α τὸν Β με-
[illegible] τὸν Β· οὐδ' ἄρα ὁ Γ

Ἐὰν τετρά[illegible] Γ τὸν Δ· λέγω, ὅτι οὐδὲ
μὸν μὴ μετρ[illegible]
μετρήσει· κα[illegible] μετρεῖ, καὶ ὁ Γ τὸν Δ με-
τρῇ, οὐδὲ ὁ [illegible] τὸν Δ· οὐδ' ἄρα ὁ Α τὸν
τρήσει. [illegible]

Ἔστωσαν τ[illegible]
δὲ αὐτῶν ἔστι[illegible]
Β· λέγω, ὅτι [illegible]ων ἀριθμῶν εἷς μέσος
Εἰ γὰρ μ[illegible] καὶ ὁ ἐπίπεδος πρὸς
Β. οὐ μετρ[illegible] λόγον ἔχει ἤπερ ἡ
μετρήσει. [illegible] τὴν ὁμόλογον πλευράν.

---

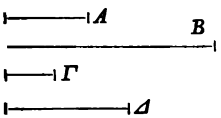
3. οἱ] om. [illegible] μετρεῖ ὁ [illegible] m. 1 P.
μετρεῖ ἄρα κα[illegible] ὁ Γ τὸν
10. αὐτόν φ. [illegible] μετρῇ] -ῇ

Rursus Γ numerum Δ ne metiatur. dico, ne A quidem numerum B metiri.

nam si A numerum B metitur, etiam Γ numerum Δ metietur [prop. XIV]. at Γ numerum Δ non metitur. ergo ne A quidem numerum B metietur; quod erat demonstrandum.

XVII.

Si cubus numerus cubum numerum non metitur, ne latus quidem latus metietur; et si latus latus non metitur, ne cubus quidem cubum metietur.



Nam cubus numerus A cubum numerum B ne metiatur, et numeri A latus sit Γ, numeri B autem Δ. dico, Γ numerum Δ non metiri.

nam si Γ numerum Δ metitur, etiam A numerum B metietur [prop. XV]. at A numerum B non metitur. ergo ne Γ quidem numerum Δ metitur.

Uerum Γ numerum Δ ne metiatur. dico, ne A quidem numerum B metiri.

nam si A numerum B metitur, etiam Γ numerum Δ metietur [prop. XV]. at Γ numerum Δ non metitur. ergo ne A quidem numerum B metietur; quod erat demonstrandum.

XVIII.

Inter duos similes numeros planos unus medius est proportionalis numerus; et planus ad planum

---

in ras. φ. 13. ὁ] (prius) corr. ex τοῦ V. 14. μετρεῖ] μετρήσει Vφ. 15. οὐδέ Vφ. 20. ὁ A] supra m. 2 V. 21. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. BVφ.

Μὴ μετρείτω [δὴ] πάλιν ὁ Γ τὸν Δ· λέγω, ὅτι οὐδὲ ὁ Α τὸν Β μετρήσει.

Εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, μετρήσει καὶ ὁ Γ τὸν Δ. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ· οὐδ' ἄρα ὁ Α τὸν Β μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α κύβον ἀριθμὸν τὸν Β μὴ μετρείτω, καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ δὲ Β ὁ Δ· λέγω, ὅτι ὁ Γ τὸν Δ οὐ μετρήσει.

Εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ, καὶ ὁ Α τὸν Β μετρήσει. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Β· οὐδ' ἄρα ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ.

Ἀλλὰ δὴ μὴ μετρείτω ὁ Γ τὸν Δ· λέγω, ὅτι οὐδὲ ὁ Α τὸν Β μετρήσει.

Εἰ γὰρ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ, καὶ ὁ Γ τὸν Δ μετρήσει. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ· οὐδ' ἄρα ὁ Α τὸν Β μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός· καὶ ὁ ἐπίπεδος πρὸς τὸν ἐπίπεδον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

---

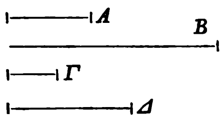
1. *δή*] om. P. 3. *εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β*] mg. m. 1 P. *μετρήσει*] om. P. 4. *Δ*] eras. V. *οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ*] m. 2 B. 5. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] om. B. 9. *μετρῇ*] -ῆ

Rursus *Γ* numerum *Δ* ne metiatur. dico, ne *A* quidem numerum *B* metiri.

nam si *A* numerum *B* metitur, etiam *Γ* numerum *Δ* metietur [prop. XIV]. at *Γ* numerum *Δ* non metitur. ergo ne *A* quidem numerum *B* metietur; quod erat demonstrandum.

XVII.

Si cubus numerus cubum numerum non metitur, ne latus quidem latus metietur; et si latus latus non metitur, ne cubus quidem cubum metietur.



Nam cubus numerus *A* cubum numerum *B* ne metiatur, et numeri *A* latus sit *Γ*, numeri *B* autem *Δ*. dico, *Γ* numerum *Δ* non metiri.

nam si *Γ* numerum *Δ* metitur, etiam *A* numerum *B* metietur [prop. XV]. at *A* numerum *B* non metitur. ergo ne *Γ* quidem numerum *Δ* metitur.

Uerum *Γ* numerum *Δ* ne metiatur. dico, ne *A* quidem numerum *B* metiri.

nam si *A* numerum *B* metitur, etiam *Γ* numerum *Δ* metietur [prop. XV]. at *Γ* numerum *Δ* non metitur. ergo ne *A* quidem numerum *B* metietur; quod erat demonstrandum.

XVIII.

Inter duos similes numeros planos unus medius est proportionalis numerus; et planus ad planum

---

in ras. φ. 13. ὁ] (prius) corr. ex τοῦ V. 14. μετρεῖ] μετρήσει Vφ. 15. οὐδέ Vφ. 20. ὁ *A*] supra m. 2 V. 21. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. BVφ.

Ἔστωσαν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, καὶ τοῦ μὲν Α πλευραὶ ἔστωσαν οἱ Γ, Δ ἀριθμοί, τοῦ δὲ Β οἱ Ε, Ζ. καὶ ἐπεὶ ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. λέγω οὖν, ὅτι τῶν Α, Β εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Ε ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, τουτέστιν ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον [πλευράν].

Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. καὶ ἐπεὶ ἐπίπεδός ἐστιν ὁ Α, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ Γ, Δ, ὁ Δ ἄρα τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Ε τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ὁ Δ δὴ τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιείτω. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν μὲν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Η. ἀλλ' ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ε, [οὕτως] ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Η. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Ε τὸν μὲν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Η πεποίηκεν, τὸν δὲ Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Β. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Η· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Β. οἱ Α, Η, Β ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν. τῶν Α, Β ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός.

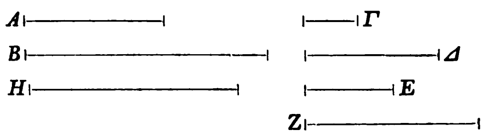
---

1. ἀριθμοί] om. Vφ. 9. πλευράν] om. P. 11. Γ] in ras. φ. 13. πολυπλασιάσας P. 14. πεποίηκε Vφ. 15. Ζ]

duplicatam rationem habet quam latera correspondentia.

Sint duo numeri plani similes A, B, et latera numeri A sint Γ, Δ, numeri B autem E, Z. et quoniam similes plani numeri ii sunt, qui latera proportionalia habent [VII def. 21], erit $\Gamma : \Delta = E : Z$. dico, inter A, B unum medium esse proportionalem numerum, et esse $A : B = \Gamma^2 : E^2 = \Delta^2 : Z^2$.

iam quoniam est $\Gamma : \Delta = E : Z$, permutando erit $\Gamma : E = \Delta : Z$ [VII, 13]. et quoniam A planus est,



latera autem eius Γ, Δ, erit $\Delta \times \Gamma = A$. eadem de causa erit etiam $E \times Z = B$. iam sit $\Delta \times E = H$. et quoniam $\Delta \times \Gamma = A$ et $\Delta \times E = H$, erit $\Gamma : E = A : H$ [VII, 17]. uerum $\Gamma : E = \Delta : Z$. quare etiam $\Delta : Z = A : H$. rursus quoniam $E \times \Delta = H$ et $E \times Z = B$, erit $\Delta : Z = H : B$ [VII, 17]. demonstrauimus autem, esse etiam

$$\Delta : Z = A : H.$$

quare etiam $A : H = H : B$. itaque A, H, B deinceps proportionales sunt. ergo inter A, B unus medius proportionalis est numerus.

---

in ras. φ. πολυπλασιάσας P. 16. πολυπλασιάσας P. 17. μέν] supra m. 2 V. πολυπλασιάσας P. πεποίηκε Vφ. 18. πολυπλασιάσας P. 19. ἀλ' φ. 20. οὕτως] om. P. Z] seq. οὕτως ὁ A P, del. m. 1. καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρός] in ras. φ. 22. μέν] om. P. πολυπλασιάσας P. 28. πεποίηκε Vφ. πολυπλασιάσας P. 24. Z] in ras. φ. 28. εἰσι Vφ.

Λέγω δή, ὅτι καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Ε ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. ἐπεὶ γὰρ οἱ Α, Η, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ Α πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸν Η. καί ἐστιν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Η, οὕτως ὅ τε Γ πρὸς τὸν Ε καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ. καὶ ὁ Α ἄρα πρὸς τὸν Β διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Ε ἢ ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί· καὶ ὁ στερεὸς πρὸς τὸν ὅμοιον στερεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Ἔστωσαν δύο ὅμοιοι στερεοὶ οἱ Α, Β, καὶ τοῦ μὲν Α πλευραὶ ἔστωσαν οἱ Γ, Δ, Ε, τοῦ δὲ Β οἱ Ζ, Η, Θ. καὶ ἐπεὶ ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς, ἔστιν ἄρα ὡς μὲν ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, ὡς δὲ ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Η πρὸς τὸν Θ. λέγω, ὅτι τῶν Α, Β δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ Α πρὸς τὸν Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ἔτι ὁ Ε πρὸς τὸν Θ.

Ὁ Γ γὰρ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Κ ποιείτω, ὁ δὲ Ζ τὸν Η πολλαπλασιάσας τὸν Λ ποιείτω. καὶ

---

4. τόν] τήν P. 6. τόν] (alt.) corr. ex τό m. 2 P. 8. ἄρα διπλασίονα λόγον ἔχει πρὸς τὸν Β Vφ. ὁ Γ] ὅ τε Γ PBVφ; corr. ed. Basil. 11. μέσοι] ὅμοιοι V (corr. m. rec.), φ. 16. οἱ] ἀριθμοὶ οἱ φ, Vm. 2. 17. μέν] om. B, supra m.

Iam dico, esse etiam $A : B = \Gamma^2 : E^2 = \Delta^2 : Z^2$. nam quoniam A, H, B deinceps proportionales sunt, erit [V def. 9] $A : B = A^2 : H^2$.

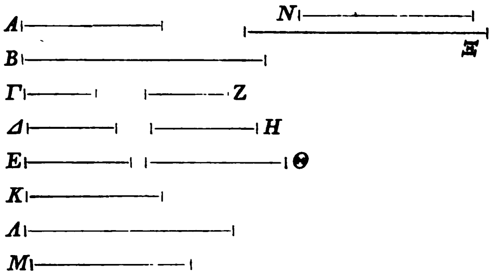
$$\text{et } A : H = \Gamma : E = \Delta : Z.$$

quare etiam $A : B = \Gamma^2 : E^2 = \Delta^2 : Z^2$; quod erat demonstrandum.

XIX.

Inter duos similes numeros solidos duo medii proportionales numeri interponuntur; et solidus ad solidum similem triplicatam rationem habet quam latera correspondentia.

Sint duo solidi similes A, B et numeri A latera sint Γ, Δ, E, numeri B autem Z, H, Θ. et quoniam



similes solidi ii sunt, qui latera proportionalia habent [VII def. 21], erit $\Gamma : \Delta = Z : H$, $\Delta : E = H : \Theta$. dico, inter A, B duos medios proportionales numeros interponi, et esse $A : B = \Gamma^3 : Z^3 = \Delta^3 : H^3 = E^3 : \Theta^3$.

sit enim $\Gamma \times \Delta = K$, $Z \times H = \Lambda$. et quoniam

---

2 V. 18. ἀριθμοὶ οἵ Vφ. 19. μὲν ὁ] ὁ μέν Vφ, ὁ B. 24. καί] (prius) om. B, mg. ἤ. ἔτι] ἐστι φ.

ἐπεὶ οἱ Γ, Δ τοῖς Ζ, Η ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν, καὶ ἐκ μὲν τῶν Γ, Δ ἐστιν ὁ Κ, ἐκ δὲ τῶν Ζ, Η ὁ Λ, οἱ Κ, Λ [ἄρα] ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί· τῶν Κ, Λ ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός. ἔστω ὁ Μ. ὁ Μ ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν Δ, Ζ, ὡς ἐν τῷ πρὸ τούτου θεωρήματι ἐδείχθη. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τὸν μὲν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Κ πεποίηκεν, τὸν δὲ Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Μ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Μ. ἀλλ' ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Μ, ὁ Μ πρὸς τὸν Λ. οἱ Κ, Μ, Λ ἄρα ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Ζ λόγῳ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Η. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Θ. οἱ Κ, Μ, Λ ἄρα ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἔν τε τῷ τοῦ Γ πρὸς τὸν Ζ λόγῳ καὶ τῷ τοῦ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ἔτι τῷ τοῦ Ε πρὸς τὸν Θ. ἑκάτερος δὴ τῶν Ε, Θ τὸν Μ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Ν, Ξ ποιείτω. καὶ ἐπεὶ στερεός ἐστιν ὁ Α, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ Γ, Δ, Ε, ὁ Ε ἄρα τὸν ἐκ τῶν Γ, Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. ὁ δὲ ἐκ τῶν Γ, Δ ἐστιν ὁ Κ· ὁ Ε ἄρα τὸν Κ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Θ τὸν Λ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ο Ε τὸν Κ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν Μ πολλαπλασιάσας τὸν Ν πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Κ πρὸς τὸν Μ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Ν. ὡς δὲ ὁ Κ πρὸς τὸν Μ, οὕτως ὅ τε Γ πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ἔτι ὁ Ε πρὸς τὸν Θ· καὶ ὡς ἄρα ο

1. οἱ] corr. ex ὁ m. 2 P. *εἰσί* Vφ. 3. ἄρα] om. P.

Γ, Δ et Z, H in eadem ratione sunt, et $\Gamma \times \Delta = K$, $Z \times H = \Lambda$, numeri K, Λ similes plani sunt [VII def. 21]. itaque inter K, Λ unus medius est proportionalis numerus [prop. XVIII]. sit M. itaque $M = \Delta \times Z$, ut in propositione praecedenti demonstratum est [p. 318, 15; 26]. et quoniam

$\Delta \times \Gamma = K$ et $\Delta \times Z = M$, erit $\Gamma : Z = K : M$ [VII, 17]. uerum $K : M = M : \Lambda$. itaque K, M, Λ deinceps proportionales sunt in ratione $\Gamma : Z$. et quoniam est $\Gamma : \Delta = Z : H$, permutando erit

$$\Gamma : Z = \Delta : H \text{ [VII, 13].}$$

eadem de causa erit etiam $\Delta : H = E : \Theta$. itaque K, M, Λ deinceps proportionales sunt in rationibus $\Gamma : Z$, $\Delta : H$, $E : \Theta$. iam sit $E \times M = N$ et $\Theta \times M = \Xi$. et quoniam A solidus est, et latera eius sunt Γ, Δ, E, erit $E \times \Gamma \times \Delta = A$. uerum $\Gamma \times \Delta = K$. itaque $E \times K = A$. eadem de causa etiam $\Theta \times \Lambda = B$. et quoniam $E \times K = A$, et $E \times M = N$, erit $K : M = A : N$ [VII, 17]. uerum

$$K : M = \Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta.$$

---

6. Post *ἐδείχθη* add. V φ: *ἔστιν ἄρα* (*ἔτι* φ) *ὡς ὁ K πρὸς τὸν M, ὁ M πρὸς τὸν Λ*; idem B mg. m. 2. 7. *πεποίηκε* V φ. 9. *ἀλλ' ὡς ὁ K πρὸς τὸν M*] mg. φ. 10. *ὁ*] *οὕτως ὁ* V φ. 11. *εἰσιν*] om. P, supra m. 1 V. 14. *διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί*] P; *πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν E, οὕτως ὁ H πρὸς τὸν Θ, ἐναλλὰξ ἄρα ἐστίν* Theon (BV φ). 16. *K, Λ, M* V φ. *ἄρα*] *ἔτι* φ. *ἀνάλογόν εἰσιν* V φ. 17. *λόγῳ*] om. V φ. *τῷ*] om. V φ. 21. *Γ*] (prius) eras. V. 22. *Δ*] seq. in P: *πολλαπλασιάσας*, sed delet. 23. *πεποίηκε* V φ. 24. Post *πολλαπλασιάσας* add. Theon: *τὸν ἐκ τῶν Z, H* (BV φ). 25. *πεποίηκε* V φ. 30. *ἔτι*] corr. ex *ὅτι* m. 1 P; *ἔστιν* φ, mg. *ἔτι*. *καὶ ὡς*] *ὡς* BV φ.

Γ πρὸς τὸν *Ζ* καὶ ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Η* καὶ ὁ *Ε* πρὸς τὸν *Θ*, οὕτως ὁ *Α* πρὸς τὸν *Ν*. πάλιν, ἐπεὶ ἑκάτερος τῶν *Ε*, *Θ* τὸν *Μ* πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν *Ν*, *Ξ* πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ο *Ε* πρὸς τὸν *Θ*, οὕτως ὁ *Ν* πρὸς τὸν *Ξ*. ἀλλ' ὡς ὁ *Ε* πρὸς τὸν *Θ*, οὕτως ὅ τε *Γ* πρὸς τὸν *Ζ* καὶ ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Η*· καὶ ὡς ἄρα ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Ζ* καὶ ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Η* καὶ ὁ *Ε* πρὸς τὸν *Θ*, οὕτως ὅ τε *Α* πρὸς τὸν *Ν* καὶ ὁ *Ν* πρὸς τὸν *Ξ*. πάλιν, ἐπεὶ ὁ *Θ* τὸν *Μ* πολλαπλασιάσας τὸν *Ξ* πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν *Α* πολλαπλασιάσας τὸν *Β* πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Μ* πρὸς τὸν *Α*, οὕτως ὁ *Ξ* πρὸς τὸν *Β*. ἀλλ' ὡς ὁ *Μ* πρὸς τὸν *Α*, οὕτως ὅ τε *Γ* πρὸς τὸν *Ζ* καὶ ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Η* καὶ ὁ *Ε* πρὸς τὸν *Θ*. καὶ ὡς ἄρα ὁ *Γ* πρὸς τὸν *Ζ* καὶ ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Η* καὶ ὁ *Ε* πρὸς τὸν *Θ*, οὕτως οὐ μόνον ὁ *Ξ* πρὸς τὸν *Β*, ἀλλὰ καὶ ὁ *Α* πρὸς τὸν *Ν* καὶ ὁ *Ν* πρὸς τὸν *Ξ*. οἱ *Α*, *Ν*, *Ξ*, *Β* ἄρα ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τοῖς εἰρημένοις τῶν πλευρῶν λόγοις.

Λέγω, ὅτι καὶ ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β* τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἤπερ ὁ *Γ* ἀριθμὸς πρὸς τὸν *Ζ* ἢ ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Η* καὶ ἔτι ὁ *Ε* πρὸς τὸν *Θ*. ἐπεὶ γὰρ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν οἱ *Α*, *Ν*, *Ξ*, *Β*, ὁ *Α* ἄρα πρὸς τὸν *Β* τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ὁ *Α* πρὸς τὸν *Ν*. ἀλλ' ὡς ὁ *Α* πρὸς τὸν *Ν*, οὕτως ἐδείχθη ὅ τε *Γ* πρὸς τὸν *Ζ* καὶ ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Η* καὶ ἔτι ὁ *Ε* πρὸς τὸν *Θ*. καὶ ὁ *Α* ἄρα πρὸς τὸν

---

2. *Ν*] corr. ex *Κ* V. 6. Post *Η* add. P: καὶ ὁ *Ε* πρὸς τὸν *Θ*. καὶ ὡς — 8: τὸν *Θ*] del. P et m. 1 et m. 2. 8. τε] om. P. 9. *Ξ*] Ζ φ. 14. *Θ*. καί ὡς ἄρα ὁ *Γ* πρὸς τόν]

quare etiam erit $\Gamma : Z = \varDelta : H = E : \Theta = \varLambda : N$. rursus quoniam est $E \times M = N$ et $\Theta \times M = \Xi$, erit $E : \Theta = N : \Xi$ [VII, 18]. uerum

$$E : \Theta = \Gamma : Z = \varDelta : H.$$

quare etiam $\Gamma : Z = \varDelta : H = E : \Theta = \varLambda : N = N : \Xi$. rursus quoniam est $\Theta \times M = \Xi$ et $\Theta \times \varLambda = B$, erit $M : \varLambda = \Xi : B$ [VII, 17]. uerum

$$M : \varLambda = \Gamma : Z = \varDelta : H = E : \Theta.$$

quare etiam

$$\Gamma : Z = \varDelta : H = E : \Theta = \Xi : B = \varLambda : N = N : \Xi.$$

itaque $\varLambda, N, \Xi, B$ deinceps proportionales sunt in rationibus laterum, quas indicauimus.

Dico, esse etiam

$$\varLambda : B = \Gamma^3 : Z^3 = \varDelta^3 : H^3 = E^3 : \Theta^3.$$

nam quoniam quattuor numeri deinceps proportionales sunt, $\varLambda, N, \Xi, B$, erit $\varLambda : B = \varLambda^3 : N^3$ [V def. 10]. uerum $\varLambda : N = \Gamma : Z = \varDelta : H = E : \Theta$, ut demon-

---

mg. φ. 16. Ξ] Z φ. 17. Ξ] corr. ex Z φ. 22. πλε-ρὰν φ. 28. ἄρα] om. φ, πρός V.

Β τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ομόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἤπερ ὁ Γ ἀριθμὸς πρὸς τὸν Ζ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Η καὶ ἔτι ὁ Ε πρὸς τὸν Θ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ ἀριθμός, ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἔσονται οἱ ἀριθμοί.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α, Β εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπιπτέτω ἀριθμὸς ὁ Γ· λέγω, ὅτι οἱ Α, Β ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί.

Εἰλήφθωσαν [γὰρ] ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Γ οἱ Δ, Ε· ἰσάκις ἄρα ὁ Δ τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ Ε τὸν Γ. ὁσάκις δὴ ὁ Δ τὸν Α μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ζ· ὁ Ζ ἄρα τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. ὥστε ο Α ἐπίπεδός ἐστιν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ Δ, Ζ. πάλιν, ἐπεὶ οἱ Δ, Ε ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Γ, Β, ἰσάκις ἄρα ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ καὶ ὁ Ε τὸν Β. ὁσάκις δὴ ὁ Ε τὸν Β μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Η. ὁ Ε ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Η μονάδας· ὁ Η ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ὁ Β ἄρα

---

1. πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον] mg. φ. 6. ἐμπίπτει V, corr. m. 1. 9. μέσον B. ἀνάλογον] om. BVφ. In B supra scr. m. 2: εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπιπτέτω ὁ Γ ἀριθμός, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, ὁ Γ πρὸς τὸν Β. 12. γάρ] om. P. 13. Α, Γ] Α, Γ, Β Bφ, et V deleto Β. Post Ε in Vφ add. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ὁ Α πρὸς τὸν Γ. ὡς δὲ ὁ Α πρὸς τὸν Γ, ὁ Γ πρὸς τὸν Β (Θ φ). καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ὁ Γ πρὸς τὸν Β; idem B mg. m. 2 (δή pro δέ). 16. πε-

strauimus. quare etiam

$$A : B = \Gamma^3 : Z^3 = \Delta^3 : H^3 = E^3 : \Theta^3;$$

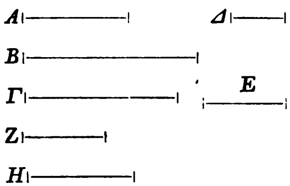
quod erat demonstrandum.

XX.

Si inter duos numeros unus medius proportionalis interponitur numerus, numeri plani similes erunt.

Nam inter duos numeros A, B unus medius proportionalis interponatur numerus Γ. dico, A, B esse similes numeros planos.

sumantur Δ, E minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ [VII, 33]. itaque Δ numerum A et E numerum Γ aequaliter metitur [VII, 20]. iam quoties Δ numerum A metitur, tot unitates sint in Z. itaque $Z \times \Delta = A$ [VII def. 15]. quare A planus est, latera autem eius Δ, Z. rursus quoniam Δ, E minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac Γ, B[1]), Δ numerum Γ et E numerum B aequaliter metitur [VII, 20]. iam quoties E numerum B metitur, tot unitates sint in H. itaque E numerum B metitur secundum unitates numeri H. itaque $H \times E = B$ [VII def. 15]. itaque B planus



1) Nam $A : \Gamma = \Gamma : B$.

ποίηκε V φ. Seq. in V φ: τὸν δὲ E πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν; idem B m. 2. 17. ἐστι V φ. 18. εἰσιν P. 19. Γ, B] B, Γ φ. 20. δή] δέ P, et B (corr. m. 1). 21. ἔστωσαν] bis φ, sed corr. ὁ E] e corr. V, καὶ ὁ E P.

ἐπίπεδός ἐστι, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ Ε, Η. οἱ Α, Β ἄρα ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί. λέγω δή, ὅτι καὶ ὅμοιοι. ἐπεὶ γὰρ ὁ Ζ τὸν μὲν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ο Α πρὸς τὸν Γ, τουτέστιν ὁ Γ πρὸς τὸν Β. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Ε ἑκάτερον τῶν Ζ, Η πολλαπλασιάσας τοὺς Γ, Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ο Ζ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Β. ὡς δὲ ὁ Γ πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε· καὶ ὡς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Η. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ο Δ πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Η. οἱ Α, Β ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοί εἰσιν· αἱ γὰρ πλευραὶ αὐτῶν ἀνάλογόν εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ ἀριθμοί.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α, Β δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ· λέγω, ὅτι οἱ Α, Β ὅμοιοι στερεοί εἰσιν.

Εἰλήφθωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Γ, Δ τρεῖς οἱ Ε, Ζ, Η· οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ Ε, Η πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ τῶν Ε, Η εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπέπτωκεν ἀριθμὸς ὁ Ζ, οἱ Ε, Η ἄρα ἀριθμοὶ ὅμοιοι

1. ἐπίπεδος] in ras. φ. 3. ἐπεὶ γάρ — 4: Γ πεποίηκεν] del. B; ἐπεὶ γὰρ ἑκάτερον (ex ἑκάτερος V) τῶν Δ, Ε ὁ Ζ (Δ, Ε ὁ Ζ in ras. V) πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Α, Γ (in ras. V) πεποίηκεν Vφ; ἐπεὶ γὰρ ἑκάτερος τῶν Ζ, Η τὸν Ε πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Γ, Β πεποίηκεν mg. B. In P mg. m. 1

est, et latera eius sunt E, H. ergo A, B plani sunt numeri.

Iam dico, eos etiam similes esse. nam quoniam est $Z \times \varDelta = A$ et $Z \times E = \Gamma$[1]), erit

$$\varDelta : E = A : \Gamma = \Gamma : B.$$

rursus quoniam $E \times Z = \Gamma$, $E \times H = B$, erit $Z : H = \Gamma : B$ [VII, 17]. uerum $\Gamma : B = \varDelta : E$. quare etiam $\varDelta : E = Z : H$. et permutando $\varDelta : Z = E : H$ [VII, 13]. ergo A, B similes sunt numeri plani; latera enim eorum proportionalia sunt [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

XXI.

Si inter duos numeros duo medii proportionales numeri interponuntur, numeri similes sunt solidi.

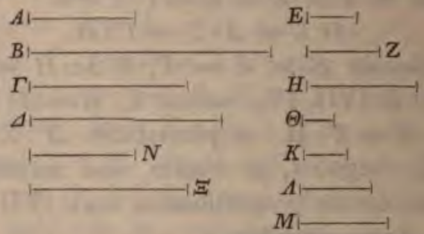
Nam inter duos numeros A, B duo medii proportionales interponantur numeri Γ, $\varDelta$. dico, numeros A, B similes esse solidos.

sumantur enim E, Z, H numeri minimi eorum, qui in eadem ratione sunt ac A, Γ, $\varDelta$ [prop. II]. itaque extremi eorum E, H inter se primi sunt [prop. III]. et quoniam inter E, H unus medius proportionalis interponitur numerus Z, numeri E, H similes plani

1) Nam $\varDelta : A = 1 : Z = E : \Gamma$.

add. ∻ ἰσάκις ἄρα ὁ Δ τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ Ε τὸν Γ (signo ∻ nullum in textu respondit). 5. ὡς] om. P. 7. ἑκάτερον τῶν Ζ, Η ὁ Ε Vφ. Ζ, Η πολλαπλασιάσας τούς] om. B. τούς] ἑκάτερον τῶν Vφ. 10. καὶ ὡς — Ε] mg. φ. ἄρα] om. P. 11. καὶ ἐναλλάξ — 12: τὸν Η] om. Theon (BVφ). 13. εἰσιν ἀριθμοί P. 16. ἐμπίπτουσιν φ, sed corr. 17. ἀριθμοί, ὅμοιοι] bis φ. οἵ] om. P. 20. Γ, Δ] Δ, Γ φ. λέγω γάρ V, deleto γάρ. 23. Δ] Δ, Β Vφ. 25. εἰσί Vφ. ἀνάλογος P. 26. ὁ Ζ] om. φ.

ἐπίπεδοί εἰσιν. ἔστωσαν οὖν τοῦ μὲν *E* πλευραὶ οἱ *Θ*, *K*, τοῦ δὲ *H* οἱ *Λ*, *M*. φανερὸν ἄρα ἐστὶν ἐκ τοῦ πρὸ τούτου, ὅτι οἱ *E*, *Z*, *H* ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν



τε τῷ τοῦ *Θ* πρὸς τὸν *Λ* λόγῳ καὶ τῷ τοῦ *K* πρὸς τὸν *M*. καὶ ἐπεὶ οἱ *E*, *Z*, *H* ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς *A*, *Γ*, *Δ*, καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν *E*, *Z*, *H* τῷ πλήθει τῶν *A*, *Γ*, *Δ*, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ *E* πρὸς τὸν *H*, οὕτως ὁ *A* πρὸς τὸν *Δ*. οἱ δὲ *E*, *H* πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· ἰσάκις ἄρα ὁ *E* τὸν *A* μετρεῖ καὶ ὁ *H* τὸν *Δ*. ὁσάκις δὴ ὁ *E* τὸν *A* μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ *N*. ὁ *N* ἄρα τὸν *E* πολλαπλασιάσας τὸν *A* πεποίηκεν. ο δὲ *E* ἐστιν ὁ ἐκ τῶν *Θ*, *K*· ὁ *N* ἄρα τὸν ἐκ τῶν *Θ*, *K* πολλαπλασιάσας τὸν *A* πεποίηκεν. στερεὸς ἄρα ἐστὶν ὁ *A*, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ *Θ*, *K*, *N*. πάλιν, ἐπεὶ οἱ *E*, *Z*, *H* ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς *Γ*, *Δ*, *B*, ἰσάκις ἄρα ὁ *E* τὸν *Γ* μετρεῖ καὶ ὁ *H* τὸν *B*. ὁσάκις δὴ ὁ *E*

2. τοῦ πρό] om. BVφ. 3. ἀνάλογόν εἰσιν Vφ. 4.

sunt [prop. XX]. sint Θ, K latera numeri E, et Λ, M latera numeri H. itaque ex praecedenti propositione manifestum est, numeros E, Z, H deinceps proportionales esse in ratione $\Theta : \Lambda$ et $K : M$.[1]) et quoniam E, Z, H minimi[2]) sunt eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ, Δ, et multitudo numerorum E, Z, H aequalis est multitudini numerorum A, Γ, Δ, ex aequo erit $E : H = A : \Delta$ [VII, 14]. sed E, H primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [VII, 20], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E numerum A et H numerum Δ aequaliter metitur. iam quoties E numerum A metitur, tot unitates sint in N. itaque $N \times E = A$ [VII def. 15]. uerum $E = \Theta \times K$. itaque

$$N \times \Theta \times K = A.$$

ergo A solidus est, latera autem eius Θ, K, N. rursus quoniam E, Z, H minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac Γ, Δ, B[3]), E numerum Γ et H numerum B aequaliter metitur [VII, 20]. iam quoties

1) Nam in prop. 20 demonstratum est
$$A : \Gamma = \Gamma : B = \Delta : E = Z : H.$$

2) Hoc solum utitur, quod numeri E, Z, H et A, Γ, Δ proportionales sunt.

3) Nam $A : \Gamma = \Gamma : \Delta = \Delta : B = E : Z = Z : H$, et E, Z, H minimi sunt in ratione $A : \Gamma$ et $\Gamma : \Delta$.

τόν] om. B. 5. τόν] om. B. εἰσιν P. 6. καί ἐστιν — 7: A, Γ, Δ] om. Theon (BVφ). 15. δή] δέ Vφ. 18. πεποίηκε Vφ. 20. N] in ras. V. 22. H] in ras. φ. δή] δέ BVφ.

τὸν Γ μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ Ξ. ὁ Η ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Ξ μονάδας· ὁ Ξ ἄρα τὸν Η πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ὁ δὲ Η ἐστιν ὁ ἐκ τῶν Δ, Μ· ὁ Ξ ἄρα τὸν ἐκ τῶν Δ, Μ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. στερεὸς ἄρα ἐστὶν ὁ Β, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ Δ, Μ, Ξ· οἱ Α, Β ἄρα στερεοί εἰσιν.

Λέγω [δή], ὅτι καὶ ὅμοιοι. ἐπεὶ γὰρ οἱ Ν, Ξ τὸν Ε πολλαπλασιάσαντες τοὺς Α, Γ πεποιήκασιν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ν πρὸς τὸν Ξ, ὁ Α πρὸς τὸν Γ, τουτέστιν ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. ἀλλ' ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ο Θ πρὸς τὸν Δ καὶ ὁ Κ πρὸς τὸν Μ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Θ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ο Κ πρὸς τὸν Μ καὶ ο Ν πρὸς τὸν Ξ. καί εἰσιν οἱ μὲν Θ, Κ, Ν πλευραὶ τοῦ Α, οἱ δὲ Ξ, Δ, Μ πλευραὶ τοῦ Β. οἱ Α, Β ἄρα ἀριθμοὶ ὅμοιοι στερεοί εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ΄.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ο δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ο τρίτος τετράγωνος ἔσται.

Ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, ο δὲ πρῶτος ὁ Α τετράγωνος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ τρίτος ὁ Γ τετράγωνός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ τῶν Α, Γ εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμὸς ὁ Β, οἱ Α, Γ ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. τετράγωνος δὲ ὁ Α· τετράγωνος ἄρα καὶ ι Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

2. ὁ] καὶ ὁ P. κατά] insert. postea V. 4. τόν] corr. ex τῶν V. 5. πεποίηκε Vφ. Seq. in Vφ: τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκε; idem B m. 2. 7. εἰσι Vφ. 8.

E numerum Γ metitur, tot unitates sint in Ξ. itaque H numerum B metitur secundum unitates numeri Ξ.[1]) itaque $\Xi \times H = B$. uerum $H = \Delta \times M$. itaque $\Xi \times \Delta \times M = B$. ergo B solidus est, latera autem eius sunt Δ, M, Ξ. ergo A, B solidi sunt.

Dico, eos etiam similes esse. nam quoniam

$$N \times E = A \text{ et } \Xi \times E = \Gamma^{2}), \text{ erit}$$

$$N : \Xi = A : \Gamma \,[\text{VII, } 18] = E : Z.$$

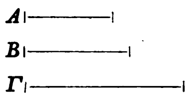
uerum $E : Z = \Theta : \Delta = K : M$. quare etiam

$$\Theta : \Delta = K : M = N : \Xi.$$

et Θ, K, N latera sunt numeri A, et Ξ, Δ, M[3]) latera numeri B. ergo A, B similes sunt numeri solidi [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

XXII.

Si tres numeri deinceps proportionales sunt, et primus quadratus est, etiam tertius quadratus erit.



Sint tres numeri deinceps proportionales A, B, Γ, et primus A quadratus sit. dico, etiam tertium Γ quadratum esse.

nam quoniam inter A, Γ unus medius est proportionalis numerus B, A et Γ similes plani sunt [prop. XX]. uerum A quadratus est. ergo etiam Γ quadratus est [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

---

1) Nam $E : \Gamma = 1 : \Xi = H : B$.
2) Nam $E : \Gamma = 1 : \Xi$.
3) Debuit dici Δ, M, Ξ. sed respicit ad. p. 332, 4.

δή] om. P. N] e corr. V. 10. Ξ] corr. ex Z φ. 19. καί ὁ] ὁ insert. m. 2 P. 24. ἀνάλογος V, sed corr. m. 1. 25. εἰσι Vφ. 26. Γ] in ras. P.

κγ'.

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ τέταρτος κύβος ἔσται.

Ἔστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὁ δὲ Α κύβος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Δ κύβος ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ τῶν Α, Δ δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ Β, Γ, οἱ Α, Δ ἄρα ὅμοιοί εἰσι στερεοὶ ἀριθμοί. κύβος δὲ ὁ Α· κύβος ἄρα καὶ ὁ Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κδ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος τετράγωνος ἔσται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πρὸς ἀλλήλους λόγον ἐχέτωσαν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς ὁ Γ πρὸς τετράγωνον ἀριθμὸν τὸν Δ, ὁ δὲ Α τετράγωνος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Β τετράγωνός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ Γ, Δ τετράγωνοί εἰσιν, οἱ Γ, Δ ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. τῶν Γ, Δ ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ τῶν Α, Β ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καί ἐστιν ὁ Α τετράγωνος· καὶ ὁ Β ἄρα τετράγωνός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

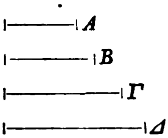
---

7. ἔσται BVφ. 9. Β, Γ] Γ, Β φ. εἰσιν P. 14. τετράγωνος ἀριθμὸς πρός] mg. φ. τετράγωνος φ, sed corr. 15. ἀριθμός φ, sed corr. ᾖ τετράγωνος BVφ. 16. δεύτερος] λοιπός P. 22. εἰσι Vφ. 23. καί] καὶ ἐπεί P. τόν] om. B. 24. τόν] om. B 25. ὁ] ὡς ὁ P.

XXIII.

Si quattuor numeri deinceps proportionales sunt, et primus cubus est, etiam quartus cubus erit.

Sint quattuor numeri deinceps proportionales *A*, *B*, *Γ*, *Δ*, et *A* cubus sit. dico, etiam *Δ* cubum esse.



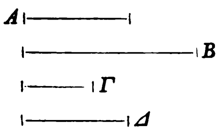
nam quoniam inter *A*, *Δ* duo medii proportionales sunt numeri *B*, *Γ*, *A* et *Δ* similes sunt solidi numeri [prop. XXI]. uerum *A* cubus est. ergo etiam *Δ* cubus est [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

XXIV.

Si duo numeri inter se rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, et primus quadratus est, etiam secundus quadratus erit.

Duo enim numeri *A*, *B* inter se rationem habeant, quam quadratus numerus *Γ* ad quadratum numerum *Δ*, et *A* quadratus sit. dico, etiam *B* quadratum esse.

nam quoniam *Γ*, *Δ* quadrati sunt, *Γ*, *Δ* similes sunt plani. itaque inter *Γ*, *Δ* unus medius proportionalis interponitur numerus [prop. XVIII]. est autem $\Gamma : \Delta = A : B$. quare etiam inter *A*, *B* unus medius proportionalis interponitur numerus [prop. VIII]. et *A* quadratus est. ergo etiam *B* quadratus est [prop. XXII]; quod erat demonstrandum.



κε΄.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πρὸς ἀλλήλους λόγον ἐχέτωσαν, ὃν κύβος ἀριθμὸς ὁ Γ πρὸς κύβον ἀριθμὸν τὸν Δ, κύβος δὲ ἔστω ὁ Α· λέγω [δή], ὅτι καὶ ὁ Β κύβος ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ Γ, Δ κύβοι εἰσίν, οἱ Γ, Δ ὅμοιοι στερεοί εἰσιν· τῶν Γ, Δ ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ὅσοι δὲ εἰς τοὺς Γ, Δ μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς· ὥστε καὶ τῶν Α, Β δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ἐμπιπτέτωσαν οἱ Ε, Ζ. ἐπεὶ οὖν τέσσαρες ἀριθμοὶ οἱ Α, Ε, Ζ, Β ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καί ἐστι κύβος ὁ Α, κύβος ἄρα καὶ ὁ Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κϛ΄.

Οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.

Ἔστωσαν ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β· λέγω, ὅτι ὁ Α πρὸς τὸν Β λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.

---

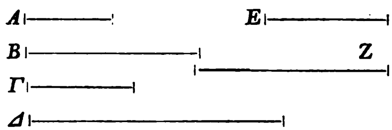
3. *πρὸς κύβον ἀριθμόν*] bis φ, sed corr. 8. *δή*] om. P. 10. *ὅμοιοι*] *ἄρα ὅμοιοι* BVφ. 11. *εἰσί* Vφ. 12. *δέ*] *δή*? 13. *ἐμπίπτουσι* PVφ. 15. *τῶν*] *τόν* φ. 17. *εἰσιν*] *εἰσι* Vφ. *ἐστι*] *ἐστιν* P. 24. *Α*] seq. ras. 1 litt. V. *ἀριθμός* om. Vφ.

XXV.

Si duo numeri inter se rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum, et primus cubus est, etiam secundus cubus erit.

Duo enim numeri *A*, *B* inter se rationem habeant, quam cubus numerus *Γ* ad cubum numerum *Δ*, et cubus sit *A*. dico, etiam *B* cubum esse.

nam quoniam *Γ*, *Δ* cubi sunt, *Γ*, *Δ* similes solidi sunt. itaque inter *Γ*, *Δ* duo medii proportionales interponuntur numeri [prop. XIX]. iam quot inter *Γ*, *Δ* secundum proportionem continuam interponun-



tur numeri, totidem etiam inter eos, qui eandem rationem habent, interponuntur [prop. VIII]. quare etiam inter *A*, *B* duo medii proportionales interponuntur numeri. interponantur *E*, *Z*. iam quoniam quattuor numeri *A*, *E*, *Z*, *B* deinceps proportionales sunt, et cubus est *A*, etiam *B* cubus est [prop. XXIII]; quod erat demonstrandum.

XXVI.

Similes numeri plani inter se eam rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Sint similes numeri plani *A*, *B*. dico, *A* ad *B* eam rationem habere, quam quadratus numerus habeat ad quadratum numerum.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ A, B ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν, τῶν A, B ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. ἐμπιπτέτω καὶ ἔστω ὁ Γ, καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς A, Γ, B οἱ Δ, E, Z· οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ Δ, Z τετράγωνοί εἰσιν. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Z, οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B, καί εἰσιν οἱ Δ, Z τετράγωνοι, ὁ A ἄρα πρὸς τὸν B λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ'.

Οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν.

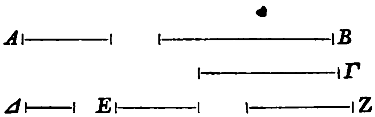
Ἔστωσαν ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ οἱ A, B· λέγω, ὅτι ὁ A πρὸς τὸν B λόγον ἔχει, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ A, B ὅμοιοι στερεοί εἰσιν, τῶν A, B ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ἐμπιπτέτωσαν οἱ Γ, Δ, καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς A, Γ, Δ, B ἴσοι αὐτοῖς τὸ πλῆθος οἱ E, Z, H, Θ· οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ E, Θ κύβοι εἰσίν. καί ἐστιν ὡς ὁ E πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ A πρὸς τὸν B· καὶ ὁ A ἄρα πρὸς τὸν B λόγον ἔχει, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. εἰσι Vφ. 4. τοῖς] corr. ex τοι m. 2 P. Γ, B] B, Γ P. 6. εἰσι Vφ. 11. οἱ] om. P. 17. εἰσι Vφ. 18. μέσοι] -οι e corr. m. 1 P. 19. ἀριθμοί] om. B. 20. B] Z φ. 22. εἰσί Vφ. 23. καὶ ὁ A ἄρα πρὸς τὸν B] mg. φ. 25. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B. In fine Εὐκλείδου στοιχείων η' P.

nam quoniam A, B similes plani sunt, inter A, B unus medius proportionalis interponitur numerus [prop. XVIII]. interponatur, et sit Γ, et sumantur numeri Δ, E, Z minimi eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ, B [prop. II]. itaque extremi eorum Δ, Z quadrati sunt [prop. II coroll.]. et quoniam est $\Delta : Z = A : B$, et Δ, Z quadrati sunt, A ad B rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum; quod erat demonstrandum.

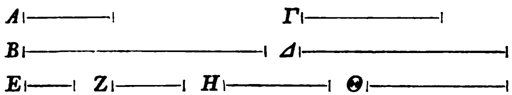


XXVII.

Similes numeri solidi inter se rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum.

Sint similes numeri solidi A, B. dico, A ad B eam rationem habere, quam cubus numerus habeat ad cubum numerum.

nam quoniam A, B similes sunt solidi, inter A, B duo medii proportionales interponuntur numeri



[prop. XIX]. interponantur Γ, Δ, et sumantur minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent ac A, Γ, Δ, B iis aequales multitudine E, Z, H, Θ [prop. II]. itaque extremi eorum E, Θ cubi sunt [prop. II coroll.]. et $E : \Theta = A : B$. ergo A ad B eam rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum; quod erat demonstrandum.

θ'.

α'.

Ἐὰν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος τετράγωνος ἔσται.

Ἔστωσαν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ *Α*, *Β*, καὶ ὁ *Α* τὸν *Β* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ *Γ* τετράγωνός ἐστιν.

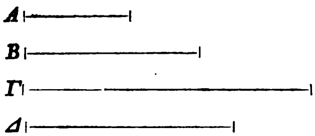
Ὁ γὰρ *Α* ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *Δ* ποιείτω. ὁ *Δ* ἄρα τετράγωνός ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ὁ *Α* ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν *Δ* πεποίηκεν, τὸν δὲ *Β* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Γ*. καὶ ἐπεὶ οἱ *Α*, *Β* ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί, τῶν *Α*, *Β* ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμῶν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς ἐμπίπτουσι, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας· ὥστε καὶ τῶν *Δ*, *Γ* εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καί ἐστι τετράγωνος ὁ *Δ*· τετράγωνος ἄρα καὶ ὁ *Γ*· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'] corr. ex η' V. Post titulum, ante prop. I in textu scholium habent Vφ, u. app. 9. ἐπεὶ οὖν] καὶ ἐπεί Vφ. 10. μέν] om. B. *Δ*] in ras. P. πεποίηκε Vφ. 11. *Γ*] in ras. P. 14. δέ] supra m. 2 V. μεταξὺ ἀριθμῶν Vφ. 16. ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς ἐμπίπτουσι] mg. m. 2 B. 17.

IX.

I.

Si duo similes numeri plani inter se multiplicantes numerum aliquem effecerint, numerus ex iis productus quadratus erit.



Sint duo similes numeri plani A, B, et sit

$$A \times B = \Gamma.$$

dico, numerum Γ quadratum esse.

sit enim $A \times A = \Delta$. Δ igitur quadratus est. iam quoniam $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Gamma$, erit $A : B = \Delta : \Gamma$ [VII, 17]. et quoniam A, B similes sunt numeri plani, inter A, B unus medius proportionalis interponitur numerus [VIII, 18]. sin inter duos numeros secundum proportionem continuam numeri aliquot interponuntur, quot inter eos interponuntur, totidem etiam inter eos interponuntur, qui eandem rationem habent [VIII, 8]. quare etiam inter Δ, Γ unus medius proportionalis interponitur numerus. et quadratus est Δ. ergo etiam Γ quadratus est [VIII, 22]; quod erat demonstrandum.

ἔχοντας αὐτοῖς φ, αὐτοῖς mg. m. 2 V. 18. ἐστιν P. 19. ὁ Δ· τετράγωνος] mg. m. 1 P. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] m. 2 V, om. B.

β'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τετράγωνον, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τετράγωνον τὸν Γ ποιείτω· λέγω, ὅτι οἱ Α, Β ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί.

Ὁ γὰρ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· ὁ Δ ἄρα τετράγωνός ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ τετράγωνός ἐστιν, ἀλλὰ καὶ ὁ Γ, οἱ Δ, Γ ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. τῶν Δ, Γ ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει. καί ἐστιν ὡς ο Δ πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ τῶν Α, Β ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν [οἱ] ἀριθμοί· οἱ ἄρα Α, Β ὅμοιοί εἰσιν ἐπίπεδοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενίμενος κύβος ἔσται.

Κύβος γαρ ἀριθμὸς ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ Β κύβος ἐστίν.

Εἰλήφθω γὰρ τοῦ Α πλευρὰ ὁ Γ, καὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω. φανερὸν δή ἐστιν,

---

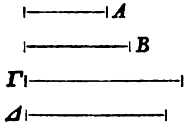
3. εἰσι Vφ. 4. ἀριθμοί] om. BVφ. 5. ἔστωσαν — 6: ποιείτω] δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ Α, Β πολλαπλασιάσαντες (m. 2 B) ἀλλήλους τετράγωνον τὸν Γ ποιείτωσαν Theon (BVφ). 9. ἐστι Vφ. Α] supra m. 1 V. μέν] om. φ. 10. πεποίηκε Vφ.

II.

Si duo numeri inter se multiplicantes quadratum effecerint, similes erunt numeri plani.

Sint duo numeri A, B, et A numerum B multiplicans numerum Γ quadratum efficiat. dico, A, B similes esse numeros planos.

nam sit $A \times A = \Delta$. itaque Δ quadratus est. et quoniam $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Gamma$, erit $A : B = \Delta : \Gamma$ [VII, 17]. et quoniam Δ quadratus est, uerum etiam Γ, numeri Δ, Γ similes plani sunt. itaque inter Δ, Γ unus medius proportionalis interponitur [VIII, 18]. est autem $\Delta : \Gamma = A : B$. quare etiam inter A, B unus medius proportionalis interponitur [VIII, 8]. sin inter duos numeros unus medius proportionalis interponitur, similes plani sunt numeri [VIII, 20]. ergo A, B similes plani sunt; quod erat demonstrandum.



III.

Si cubus numerus se ipsum multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus productus cubus erit.

Cubus enim numerus A se ipsum multiplicans B numerum efficiat. dico, B numerum cubum esse.

sumatur enim Γ latus numeri A, et sit $\Gamma \times \Gamma = \Delta$.

---

12. *τόν*] om. B. *οὕτως ὁ* B. *τόν*] om. B. 14. *εἰσι* Vφ. Post *ἐμπίπτει* in Vφ: *ἀριθμός*; idem B m. 2. 16. *τῶν*] corr. ex *τόν* φ. *ἀνάλογος* V, sed corr. 17. *ἐὰν δέ — ἐμπίπτῃ*] mg. m. 2 B, addito *ἀριθμός* ante *ἐάν*. *ἐμπίπτει* B; et Vφ, sed corr. m. 1. 18. *οἱ*] (prius) om. P. 19. *ἐπίπεδοι*] om. P. 26. Δ] corr. ex B m. 1 P.

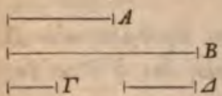
ὅτι ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὑτῷ μονάδας. ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ μονὰς τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὑτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ, ὁ Γ πρὸς τὸν Δ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, ὁ Δ ἄρα τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Γ κατὰ τὰς ἐν αὑτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ, ὁ Δ πρὸς τὸν Α. ἀλλ' ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ, ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ἡ μονὰς πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ὁ Δ πρὸς τὸν Α. τῆς ἄρα μονάδος καὶ τοῦ Α ἀριθμοῦ δύο μέσοι ἀνάλογον κατὰ τὸ συνεχὲς ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὑτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Α κατὰ τὰς ἐν αὑτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, ὁ Α πρὸς τὸν Β. τῆς δὲ μονάδος καὶ τοῦ Α δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί· καὶ τῶν Α, Β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται. καί ἐστιν ὁ Α κύβος· καὶ ὁ Β ἄρα κύβος ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν πολ-

1. πεποίηκε Vφ. 2. πεποίηκε Vφ. ὁ Γ] postea insert. B. 5. τόν] om. B. οὕτως ὁ B. 6. τόν] (prius) om. B. 7. Δ] seq. ras. 1 litt. φ. 13. καὶ τοῦ] bis φ, sed corr. 18. οὕτως ὁ B. 19. τόν] om. B. 20. ἀνάλωγον φ. ἀριθμοὶ ἐμ-

manifestum igitur, esse $\Gamma \times \Delta = A$. et quoniam $\Gamma \times \Gamma = \Delta$, Γ numerum Δ secundum unitates suas metitur [VII def. 15]. uerum etiam unitas numerum Γ secundum unitates ipsius metitur. itaque [VII def. 20] $1 : \Gamma = \Gamma : \Delta$. rursus quoniam $\Gamma \times \Delta = A$, Δ numerum A secundum unitates numeri Γ metitur. uerum etiam unitas numerum Γ secundum unitates ipsius metitur. erit igitur



$$1 : \Gamma = \Delta : A. \quad \text{uerum } 1 : \Gamma = \Gamma : \Delta.$$

itaque $1 : \Gamma = \Gamma : \Delta = \Delta : A$. itaque inter unitatem et numerum A duo medii proportionales interponuntur numeri Γ, Δ secundum proportionem continuam. rursus quoniam est $A \times A = B$, A numerum B secundum unitates suas metitur. uerum etiam unitas numerum A secundum unitates ipsius metitur. erit igitur $1 : A = A : B$. sed inter unitatem et A duo medii proportionales interponuntur numeri. itaque etiam inter A, B duo medii proportionales interponentur numeri [VIII, 8].[1]) sin inter duos numeros duo medii proportionales interponuntur, et primus cubus est, etiam secundus cubus erit [VIII, 23]. et A cubus est. ergo etiam B cubus est; quod erat demonstrandum.

IV.

Si cubus numerus cubum numerum multiplicans

---

1) VIII, 8 de duobus numeris proportionalibus demonstratur; sed demonstratio eadem tum quoque ualet, si alter unitas est.

πεπτώκασιν P. τῶν] corr. ex τόν V. 22. ἐμπίπτωσιν] e corr. V. 23. δεύτερος] τέταρτος Theon (BVφ).

λαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Κύβος γὰρ ἀριθμος ὁ Α κύβον ἀριθμὸν τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ Γ κύβος ἐστίν.

Ὁ γὰρ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· ὁ Δ ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. καὶ ἐπεὶ οἱ Α, Β κύβοι εἰσίν, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ Α, Β. τῶν Α, Β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί· ὥστε καὶ τῶν Δ, Γ δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί. καί ἐστι κύβος ὁ Δ· κύβος ἄρα καὶ ὁ Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε'.

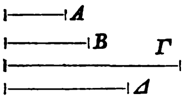
Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ ὁ πολλαπλασιασθεὶς κύβος ἔσται.

Κύβος γὰρ ἀριθμος ὁ Α ἀριθμόν τινα τὸν Β πολλαπλασιάσας κύβον τὸν Γ ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ Β κύβος ἐστίν.

Ὁ γὰρ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· κύβος ἄρα ἐστίν ὁ Δ. καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. καὶ ἐπεὶ οἱ Δ, Γ κύβοι εἰσίν, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν. τῶν Δ, Γ ἄρα δύο μέσοι ἀνά-

6. γὰρ Α] Α γάρ BVφ. 7. Δ] seq. ras. 1 litt. φ. ἐστί Vφ. 8. πεποίηκε Vφ. 10. τόν] bis om. B. 11. εἰσι Vφ. οἱ Α, Β] om. BVφ. 13. τῶν] e corr. V. 14.

numerum aliquem effecerit, numerus productus cubus erit.

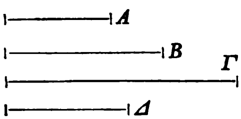


Cubus enim numerus A cubum numerum B multiplicans efficiat Γ. dico, Γ cubum esse.

sit enim $A \times A = \Delta$. Δ igitur cubus est [prop. III]. et quoniam $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Gamma$, erit $A : B = \Delta : \Gamma$ [VII, 17]. et quoniam A, B cubi sunt, A, B similes sunt solidi. itaque inter A, B duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 19]. quare etiam inter Δ, Γ duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 8]. et cubus est Δ. ergo etiam Γ cubus est [VIII, 23]; quod erat demonstrandum.

V.

Si cubus numerus numerum aliquem multiplicans cubum effecerit, etiam numerus multiplicatus cubus erit.



Cubus enim numerus A numerum aliquem B multiplicans cubum Γ efficiat. dico, etiam B cubum esse.

nam sit $A \times A = \Delta$. itaque Δ cubus est [prop. III]. et quoniam $A \times A = \Delta$ et $A \times B = \Gamma$, erit $A : B = \Delta : \Gamma$ [VII, 17]. et quoniam Δ, Γ cubi sunt, similes sunt solidi. itaque inter Δ, Γ duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 19]. est

---

ἐστιν P. Prop. 5 in V φ bis scribitur, secundo loco (V_2 φ_2) sine numero. τὸ ε̅ δὶς ἐγράφη κατὰ λήθην τοῦ γραφέως V mg. 21. *B*] supra V_2. 23. *Δ*] in ras. V_2. 24. μέν] om. φ. 25. πεποίηκε V φ V_2 φ_2. 27. οὕτως ὁ V. *Δ*, *Γ*] eras. V. 28. ὅμοιοι οἱ φ. εἰσι V φ V_2 φ_2. *Δ*, *Γ*] eras. V.

λογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. καί ἐστιν ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ τῶν Α, Β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. καί ἐστι κύβος ὁ Α· κύβος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ϛ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον τὸν Β ποιείτω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Α κύβος ἐστίν.

Ὁ γὰρ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω. ἐπεὶ οὖν ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Α κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β. καὶ ἐπεὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ Β ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν Α κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ. ἀλλ' ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β· καὶ ὡς ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Β πρὸς τὸν Γ. καὶ ἐπεὶ οἱ Β, Γ κύβοι εἰσίν, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν. τῶν Β, Γ ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί. καί

1. καί ἐστιν — 3: ἀριθμοί] mg. m. 2 V; in textu ὥστε καὶ τῶν Δ, Γ δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί, sed delet. V. 2. ἄρα] ἔτι φ. 3. ἐμπίπτουσιν ἀριθμοὶ ἀνάλογον BVφ, V_2 $φ_2$. ἔστιν P. 4. Α] eras. V. κύβος] m. 2 B. ἐστί] om. Vφ, ἐστίν $φ_2$. Β] eras. V. 5. ϛ']

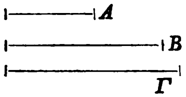
autem $\varDelta : \varGamma = A : B$. itaque etiam inter A, B duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 8]. et cubus est A. ergo etiam B cubus est [VIII, 23]; quod erat demonstrandum.

VI.

Si numerus se ipsum multiplicans cubum effecerit, et ipse cubus erit.

Numerus enim A se ipsum multiplicans efficiat cubum B. dico, etiam A cubum esse.

sit enim $A \times B = \varGamma$. iam quoniam $A \times A = B$



et $A \times B = \varGamma$, $\varGamma$ cubus est. et quoniam $A \times A = B$, A numerum B secundum unitates suas metitur. uerum etiam unitas numerum A secundum unitates ipsius metitur. itaque $1 : A = A : B$. et quoniam $A \times B = \varGamma$, B numerum $\varGamma$ secundum unitates numeri A metitur. uerum etiam unitas numerum A secundum unitates ipsius metitur. itaque $1 : A = B : \varGamma$. sed

$$1 : A = A : B.$$

quare etiam $A : B = B : \varGamma$. et quoniam B, $\varGamma$ cubi sunt, similes sunt solidi. itaque inter B, $\varGamma$ duo medii proportionales sunt numeri [VIII, 19]. est autem

sic Vφ. 11. πεποίηκε Vφ. 13. ἐστί Vφ. ἑαυτὸν μέν BVφ. 14. πεποίηκε Vφ. ὁ Α ἄρα — 22: οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β] P, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν Theon (BVφ). 22. Β] in ras. P. 23. καί] om. BVφ. ὁ Β] supra φ. 24. εἰσι Vφ. 25. Β, Γ] Α, Β P.

ἐστιν ὡς ὁ B πρὸς τὸν $Γ$, ὁ A πρὸς τὸν B. καὶ τῶν A, B ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί. καί ἐστι κύβος ὁ B· κύβος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ A· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ζ'.

Ἐὰν σύνθετος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος στερεὸς ἔσται.

Σύνθετος γὰρ ἀριθμὸς ὁ A ἀριθμόν τινα τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν $Γ$ ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ $Γ$ στερεός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ A σύνθετός ἐστιν, ὑπὸ ἀριθμοῦ τινος μετρηθήσεται. μετρείσθω ὑπὸ τοῦ $Δ$, καὶ ὁσάκις ὁ $Δ$ τὸν A μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ E. ἐπεὶ οὖν ὁ $Δ$ τὸν A μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ E μονάδας, ὁ E ἄρα τὸν $Δ$ πολλαπλασιάσας τὸν A πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ A τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν $Γ$ πεποίηκεν, ὁ δὲ A ἐστιν ὁ ἐκ τῶν $Δ$, E, ὁ ἄρα ἐκ τῶν $Δ$, E τὸν B πολλαπλασιάσας τὸν $Γ$ πεποίηκεν. ὁ $Γ$ ἄρα στερεός ἐστιν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ $Δ$, E, B· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος τετράγωνος ἔσται καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες, ὁ δὲ τέταρτος κύβος καὶ οἱ δύο διαλείποντες

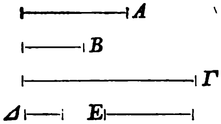
---

1. οὕτως ὁ A BVφ. 3. ἐστιν P. κύβος] (alt.) om. φ. ἐστίν P. 15. ἐπεὶ ουν — 16: μονάδας] om. Vφ. 16. πεποίηκε Vφ. 18. ὁ] (alt.) om. BVφ. 19. Post πεποίηκεν add. φ, VB mg. m. 2: καὶ (om. B) ὁ B ἄρα (ἔτι φ) τὸν ἐκ τῶν

$B : \Gamma = A : B$. quare etiam inter A, B duo medii proportionales sunt [VIII, 8]. et cubus est B. quare etiam A cubus est;[1]) quod erat demonstrandum.

VII.

Si compositus numerus numerum aliquem multiplicans alium aliquem effecerit, numerus productus solidus erit.



Compositus enim numerus A numerum aliquem B multiplicans numerum Γ efficiat. dico, numerum Γ solidum esse.

nam quoniam A compositus est, numerus aliquis eum metietur. metiatur numerus Δ, et quoties Δ numerum A metitur, tot unitates sint in E. iam quoniam Δ numerum A secundum unitates numeri E metitur, erit $E \times \Delta = A$ [VII def. 15]. et quoniam $A \times B = \Gamma$, et $A = \Delta \times E$, erit

$$\Delta \times E \times B = \Gamma.$$

ergo Γ solidus est, latera autem eius sunt Δ, E, B; quod erat demonstrandum.

VIII.

Si quotlibet numeri inde ab unitate deinceps proportionales sunt, tertius ab unitate quadratus erit et

---

1) Nam $A : x = x : y = y : B$, siue (VII, 13)
$$B : y = y : x = x : A.$$
tum u. VIII, 23.

Δ, E πολλαπλασιάσας τὸν A (τὸν A om. B) τὸν Γ πεποίηκεν. 20. ἐστι Vφ. Δ] e corr. V. E] om. B. 25. ἔσται] ἐστι BVφ. ὁ] πάντες, ὁ BVφ.

πάντες, ὁ δὲ ἕβδομος κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος καὶ οἱ πέντε διαλείποντες.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ· λέγω, ὅτι ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Β τετράγωνός ἐστι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ τέταρτος ὁ Γ κύβος καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ ἕβδομος ὁ Ζ κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες.

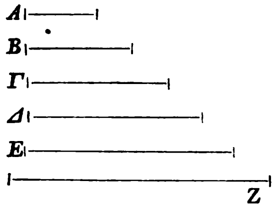
Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β, ἰσάκις ἄρα ἡ μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Α τον Β. ἡ δὲ μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας. ὁ Α ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν· τετράγωνος ἄρα ἐστὶν ὁ Β. καὶ ἐπεὶ οἱ Β, Γ, Δ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ἱ δὲ Β τετράγωνός ἐστιν, καὶ ὁ Δ ἄρα τετράγωνός ἐστιν. διὰ τὰ αὐτὰ δη καὶ ὁ Ζ τετράγωνός ἐστιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες τετράγωνοί εἰσιν. λέγω δή, ὅτι καὶ ὁ τέταρτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Γ κύβος ἐστὶ καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ἰσάκις ἄρα ἡ μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Γ. ἡ δὲ μονὰς τὸν Α ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας· καὶ ὁ Β

---

1. πάντες] om. BVφ. 2. διαλείποντες πάντες BVφ. 4. ὅτι] om. Vφ. 6. πάντες] om. BVφ. 7. πάντες] om. φ. 9. ἅπαντες Vφ. 12. ἀριθμόν] om. BVφ. 14. τῷ Α] αὐτῷ φ. 15. πεποίηκε V et -κε in ras. φ. 17. ἐστι PVφ. 18. ἐστι V. διὰ τά — 19: ἐστιν] om. φ. 20. πάντες] om. BVφ. εἰσι Vφ. 21. ἐστίν P. 25. τῷ Α] αὐτῷ φ.

item, qui[1]) uno loco distant, quartus autem cubus et item omnes, quicunque duobus locis distant, septimus uero simul et cubus et quadratus et item, qui quinque locis distant.

Sint quotlibet numeri inde ab unitate deinceps proportionales $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$. dico, tertium ab unitate B quadratum esse et item omnes, quicunque uno loco distent, quartum autem Γ cubum et item omnes, quicunque duobus locis distent, septimum uero Z simul et cubum et quadratum et item omnes, quicunque quinque locis distent. nam quoniam est $1 : A = A : B$, unitas numerum A et A numerum B aequaliter metitur [VII def. 20]. sed unitas numerum A secundum unitates ipsius metitur. quare etiam A numerum B secundum unitates numeri A metitur. itaque [VII def. 15] $A \times A = B$. ergo B quadratus est. et quoniam B, Γ, Δ deinceps proportionales sunt, et B quadratus est, etiam Δ quadratus est [VIII, 22]. eadem de causa etiam Z quadratus est. similiter demonstrabimus, etiam omnes, quicunque uno loco distent, quadratos esse. iam dico, quartum ab unitate Γ cubum esse et item omnes, quicunque duobus locis distent. nam quoniam est $1 : A = B : \Gamma$, unitas numerum A et B numerum Γ aequaliter metitur.



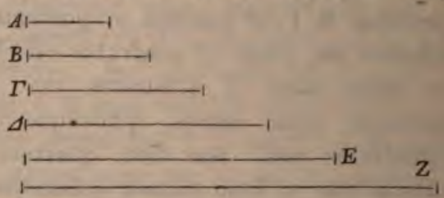
1) Cum πάντες post διαλείποντες facillime intercidere potuerit, nec in hoc uocabulo uel omittendo uel ponendo constans sit codicum P et Theoninorum consensus aut dissensus, fortasse πάντες ubique recipiendum.

ἄρα τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Α μονάδας· ὁ Α ἄρα τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἐπεὶ οὖν ὁ Α ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, κύβος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ. καὶ ἐπεὶ οἱ Γ, Δ, Ε, Ζ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ δὲ Γ κύβος ἐστίν, καὶ ὁ Ζ ἄρα κύβος ἐστίν. ἐδείχθη δὲ καὶ τετράγωνος· ὁ ἄρα ἕβδομος ἀπὸ τῆς μονάδος κύβος τέ ἐστι καὶ τετράγωνος. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες κύβοι τέ εἰσι καὶ τετράγωνοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θʹ.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἑξῆς κατὰ τὸ συνεχὲς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα τετράγωνος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι ἔσονται.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ἑξῆς ἀνάλογον ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, ὁ δὲ μετὰ τὴν



μονάδα ὁ Α τετράγωνος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται.

Ὅτι μὲν οὖν ὁ τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Β τετράγωνός ἐστι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες, δέ-

1. τῷ Α] αὐτῷ, supra scr. Α φ. 3. μέν] om. P. πε-

unitas autem numerum *Α* secundum unitates numeri *Α* metitur. quare etiam *B* numerum *Γ* secundum unitates numeri *Α* metitur. itaque $A \times B = \Gamma$. iam quoniam $A \times A = B$ et $A \times B = \Gamma$, *Γ* cubus est. et quoniam *Γ*, *Δ*, *E*, *Z* deinceps proportionales sunt, et *Γ* cubus est, etiam *Z* cubus est [VIII, 23].[1]) demonstrauimus autem, eundem etiam quadratum esse. ergo septimus ab unitate et cubus et quadratus est. similiter demonstrabimus, etiam omnes, quicunque quinque locis distent, et cubos et quadratos esse; quod erat demonstrandum.

IX.

Si quotlibet numeri deinceps in proportione continua proportionales sunt inde ab unitate, et unitati proximus quadratus est, etiam reliqui omnes quadrati erunt. et si proximus unitati cubus est, etiam reliqui omnes cubi erunt.

Sint quotlibet numeri inde ab unitate deinceps proportionales *Α*, *B*, *Γ*, *Δ*, *E*, *Z*, et unitati proximus *Α* quadratus sit. dico, etiam reliquos omnes quadratos esse. tertium quidem ab unitate *B* quadratum esse et omnes, qui uno loco distent, demonstratum est [prop. VIII]. dico, etiam reliquos omnes quadratos esse.

---

1) Et similiter de omnibus, qui duobus locis distant, quod uix opus est, ut cum Augusto diserte addamus.

ποίηκε Vφ. 4. *πεποίηκε* Vφ. 6. *ἐστίν*] (prius) *ἐστί* Vφ. 7. *καί*] om. φ. 8. *τέ*] supra m. 1 P. *ἔστιν* P. *δή*] in ras. P; *δέ* φ. 10. *τέ*] om. P. *εἰσιν* P. 12. *ἑξῆς κατὰ τὸ συνεχὲς ἀριθμοί*] *ἀριθμοὶ ἑξῆς* Theon (BVφ). 17. *ὁσοιδηποτοῦν*] PBVφ; *ὁποσοιοῦν* edd. 21. *B*] *δεύτερος* V, del. et ins. *β* m. 2; *β δεύτερος* φ.

δεικται· λέγω [δή], ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοί εἰσιν. ἐπεὶ γὰρ οἱ Α, Β, Γ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καί ἐστιν ὁ Α τετράγωνος, καὶ ὁ Γ [ἄρα] τετράγωνος ἐστιν. πάλιν, ἐπεὶ [καὶ] οἱ Β, Γ, Δ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καί ἐστιν ὁ Β τετράγωνος, καὶ ὁ Δ [ἄρα] τετράγωνός ἐστιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοί εἰσιν.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὁ Α κύβος· λέγω, ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν.

Ὅτι μὲν οὖν ὁ τέταρτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ Γ κύβος ἐστὶ καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, δέδεικται· λέγω [δή], ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Β, ἰσάκις ἄρα ἡ μονὰς τὸν Α μετρεῖ καὶ ὁ Α τὸν Β. ἡ δὲ μονὰς τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ὁ Α ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. καί ἐστιν ὁ Α κύβος. ἐὰν δὲ κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος κύβος ἐστίν· καὶ ὁ Β ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ τέσσαρες ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ, Δ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καί ἐστιν ὁ Α κύβος, καὶ ὁ Δ ἄρα κύβος ἐστίν. δια τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Ε κύβος ἐστίν, καὶ ὁμοίως οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ι'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ [ἑξῆς]

1. δή] om. P. 2. εἰσιν] (alt.) εἰσι Vφ. 3. τετράγωνος· καὶ ὁ Γ ἄρα] mg. φ. ἄρα] om. P. 4. ἐστίν] P et V sed ν delet.; ἐστι φ. καί] om. P. 5. εἰσιν] -ν delet. V. Δ] eras. V. ἄρα] om. P. 12. δή] om. P. 15. Β] Β μετρεῖ Vφ. ἐν]

nam quoniam *Α*, *Β*, *Γ* deinceps proportionales sunt, et *Α* quadratus est, etiam *Γ* quadratus est [VIII, 22]. rursus quoniam *Β*, *Γ*, *Δ* deinceps proportionales sunt, et *Β* quadratus est, etiam *Δ* quadratus est [VIII, 22]. similiter demonstrabimus, etiam reliquos omnes quadratos esse.

at rursus *Α* cubus sit. dico, etiam reliquos omnes cubos esse.

quartum quidem ab unitate *Γ* cubum esse et item omnes, qui duobus locis distent, demonstratum est [prop. VIII]. dico, etiam reliquos omnes cubos esse.

nam quoniam est $1 : A = A : B$, unitas numerum *Α* et *Α* numerum *Β* aequaliter metitur. unitas autem numerum *Α* secundum unitates ipsius metitur. quare etiam *Α* numerum *Β* secundum unitates suas metitur. itaque $A \times A = B$. et *Α* cubus est. sin cubus numerus se ipsum multiplicans numerum aliquem efficit, numerus productus cubus est [prop. III]. ergo etiam *Β* cubus est. et quoniam quattuor numeri *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ* deinceps proportionales sunt, et *Α* cubus est, etiam *Δ* cubus est [VIII, 23]. eadem de causa etiam *Ε* cubus est, et similiter reliqui omnes cubi sunt; quod erat demonstrandum.

X.

Si quotlibet numeri ab unitate deinceps proportio-

ἐν τῷ Vφ. 16. *καὶ ὁ Α* — 17: *μονάδας*] mg. m. 1 P. 16. *αὐτῷ*] *τῷ* supra scr. *αὐτῷ* V; *τῷ αὐτῷ* φ. 18. *πεποίηκε* Vφ. *ὁ*] *ὡς ὁ* P, sed corr. m. 1. 20. *ἐστί* Vφ. *καὶ ὁ Β ἄρα κύβος ἐστίν*] om. P. *ἐστί* Vφ. 21. *εἰσι* Vφ. 22. *ἐστίν*] (alt.) *ἐστί* Vφ. 23. *ἐστί* Vφ. 24. *ὅπερ*] *ὁ*- in ras. φ. 26. *ἑξῆς*] om. P.

ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα μὴ ᾖ τετράγωνος, οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων πάντων. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος μὴ ᾖ, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσται χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων πάντων.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ἑξῆς ἀνάλογον ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ οἱ *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ*, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ *Α* μη ἔστω τετράγωνος· λέγω, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τὴς μονάδος [καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων].

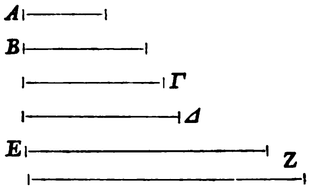
Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὁ *Γ* τετράγωνος. ἔστι δὲ καὶ ὁ *Β* τετράγωνος· οἱ *Β*, *Γ* ἄρα πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καί ἐστιν ὡς ὁ *Β* πρὸς τὸν *Γ*, ὁ *Α* πρὸς τὸν *Β*· οἱ *Α*, *Β* ἄρα πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ὥστε οἱ *Α*, *Β* ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. καί ἐστι τετράγωνος ὁ *Β*· τετράγωνος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ *Α*· ὅπερ οὐχ ὑπέκειτο. οὐκ ἄρα ὁ *Γ* τετράγωνός ἐστιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνός ἐστι χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων.

Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ὁ *Α* κύβος. λέγω, ὅτι οὐδ'

---

8. ἔστωσαν γάρ P. ἑξῆς] in ras. φ. ὁσοιδηποτοῦν] P; ὁποσοιδηποτοῦν BVφ. 10. ὁ *Α*] om. Vφ. λέγω] ὁ *Α*. λέγω Vφ. 11. χωρίς] πλήν Vφ. 12. καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων] om. P. 13. ἔστι] ἔστιν P. 15. πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν] m. rec. P. 16. ὁ *Α*] οὕτως ὁ *Α* B. 17. τόν] om. B. 18. ἀριθμόν P, corr. m. 1. 19. ὥστε — εἰσιν] in V deleta (εἰσι); om. φ. 21. ὑπόκειται Vφ. 22. τετράγωνός ἐστι] om. Vφ. 25. οὐδέ V. οὐδὲ ἄλλος mg. φ.

nales sunt, et unitati proximus quadratus non est, ne alius quidem ullus quadratus erit praeter tertium ab unitate et omnes, quicunque uno loco distant. et si unitati proximus cubus non est, ne alius quidem ullus cubus erit praeter quartum ab unitate et omnes, quicunque duobus locis distant.



Sint quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales *A*, *B*, *Γ*, *Δ*, *E*, *Z*, et unitati proximus *A* quadratus ne sit. dico, ne alium quidem ullum quadratum esse praeter tertium ab unitate.

nam si fieri potest, *Γ* quadratus sit. est autem etiam *B* quadratus [prop. VIII]. itaque *B*, *Γ* inter se rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. et est $B : \Gamma = A : B$. itaque *A*, *B* inter se rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. quare *A*, *B* similes plani sunt [VIII, 26].[1]) et *B* quadratus est. itaque etiam *A* quadratus est. quod est contra hypothesim. ergo *Γ* quadratus non est. similiter demonstrabimus, ne alium quidem ullum quadratum esse praeter tertium ab unitate, et quicunque uno loco distent.

at *A* cubus ne sit. dico, ne alium quidem ullum

1) Fortasse lin. 14: οἱ *B*, *Γ* — 16: ἀριθμόν et lin. 19: ὥστε — εἰσίν spuria sunt. poterat enim uti VIII, 24 melius quam VIII, 26 conuersa; cfr. p. 360, 7.

ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσται χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὁ Δ κύβος. ἔστι δὲ καὶ ὁ Γ κύβος· τέταρτος γάρ ἐστιν ἀπὸ τῆς μονάδος. καί ἐστιν ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὁ Β πρὸς τὸν Γ· καὶ ὁ Β ἄρα πρὸς τὸν Γ λόγον ἔχει, ὃν κύβος πρὸς κύβον. καί ἐστιν ὁ Γ κύβος· καὶ ὁ Β ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Α, ὁ Α πρὸς τὸν Β, ἡ δὲ μονὰς τὸν Α μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, καὶ ὁ Α ἄρα τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ὁ Α ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον τὸν Β πεποίηκεν. ἐὰν δὲ ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται. κύβος ἄρα καὶ ὁ Α· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα ὁ Δ κύβος ἐστίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ᾽ ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἐστὶ χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια΄.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐλάττων τὸν μείζονα μετρεῖ κατά τινα τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος τῆς Α ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Β, Γ, Δ, Ε· λέγω, ὅτι τῶν Β, Γ, Δ, Ε ὁ ἐλάχιστος ὁ Β τὸν Ε μετρεῖ κατά τινα τῶν Γ, Δ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ Α μονὰς πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ἰσάκις ἄρα ἡ Α μονὰς τὸν Β

---

3. ἔστι] -ι in ras. V, ἔστιν P. 5. τόν] bis om. B. Γ] (alt.) supra φ. 6. ἄρα] supra m. 1 P. 7. ἐστί Vφ. 8.

cubum esse praeter quartum ab unitate, et quicunque duobus locis distent.

nam si fieri potest, sit Δ cubus. est autem etiam Γ cubus [prop. VIII]; quartus enim est ab unitate. et $\Gamma : \Delta = B : \Gamma$. quare etiam B ad Γ rationem habet, quam cubus ad cubum. et Γ cubus est. itaque etiam B cubus est [VII, 13. VIII, 25]. et quoniam est $1 : A = A : B$, et unitas numerum A secundum unitates ipsius metitur, etiam A numerum B secundum unitates suas metitur. itaque erit $A \times A = B$. sin numerus se ipsum multiplicans cubum effecerit, et ipse cubus erit [prop. VI]. itaque A cubus est; quod est contra hypothesim. ergo Δ cubus non est. similiter demonstrabimus, ne alium quidem ullum cubum esse praeter quartum ab unitate, et quicunque duobus locis distent; quod erat demonstrandum.

XI.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt ab unitate, minor maiorem secundum aliquem eorum metitur, qui inter numeros proportionales exstant.

Sint quotlibet numeri ab unitate A deinceps proportionales B, Γ, Δ, E. dico, ex numeris B, Γ, Δ, E minimum B numerum E secundum aliquem numerorum Γ, Δ metiri.

nam quoniam est $A : B = \Delta : E$, A unitas nume-

τόν] om. B. οὕτως ὁ B. 14. καί] supra m. 1 P. 15. οὐδέ Vφ. 20. ἐλάσσων P. 23. ὁποιοιοῦν P; corr. m. rec. 24. B, Γ] (prius) in ras. φ. 25. ἐλάσσων Theon (BVφ). ὁ] e corr. V.

ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ Δ τὸν Ε· ἐναλλὰξ ἄρα ἰσάκις ἡ Α μονὰς τὸν Δ μετρεῖ καὶ ὁ Β τὸν Ε. ἡ δὲ Α μονὰς τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ὁ Β ἄρα τὸν Ε μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Δ μονάδας· ὥστε ὁ ἐλάσσων ὁ Β τὸν μείζονα τὸν Ε μετρεῖ κατά τινα ἀριθμὸν τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Πόρισμα.

Καὶ φανερόν, ὅτι ἣν ἔχει τάξιν ὁ μετρῶν ἀπὸ μονάδος, τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ὁ καθ' ὃν μετρεῖ ἀπὸ τοῦ μετρουμένου ἐπὶ τὸ πρὸ αὐτοῦ. — ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

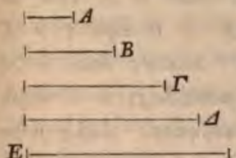
Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὑφ' ὅσων ἂν ὁ ἔσχατος πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ παρὰ τὴν μονάδα μετρηθήσεται.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ· λέγω, ὅτι ὑφ' ὅσων ἂν ὁ Δ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ Α μετρηθήσεται.

Μετρείσθω γὰρ ὁ Δ ὑπό τινος πρώτου ἀριθμοῦ τοῦ Ε· λέγω, ὅτι ὁ Ε τὸν Α μετρεῖ. μὴ γάρ· καί ἐστιν ὁ Ε πρῶτος, ἅπας δὲ πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς

2. δὲ Α] δέ φ. 4. τῷ Δ] αὐτῷ φ. 8. πόρισμα — 11: πρὸ αὐτοῦ] om. Theon (BVφ). 8. πόρισμα] om. P. 11. ἐπὶ τό] scripsi; κατὰ τόν P. αὐτοῦ] scripsi; αὐτοῦ ὡς τὸν Δ P. 14. ὅσων] corr. ex ὧν m. rec. P. 15. μετρεῖται BVφ. 17. ὁσοιδηποτοῦν BVφ. 18. ὑπὸ ὅσω P, ν add. m. rec. 19. μετρεῖται Vφ. 22. τόν] καὶ τόν Vφ et, ut uidetur, B m. rec. μὴ γὰρ μετρείτω ὁ Ε τὸν Α Theon (BVφ).

rum B et Δ numerum E aequaliter metitur. itaque permutando A unitas numerum Δ et B numerum E aequaliter metitur [VII, 15]. uerum A unitas numerum Δ secundum unitates ipsius metitur. itaque etiam B numerum E secundum unitates numeri Δ metitur. ergo minor B maiorem E secundum aliquem numerum metitur eorum, qui inter numeros proportionales exstant.



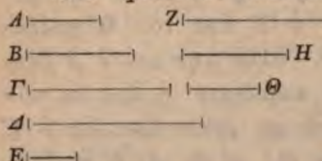
Corollarium.

Et manifestum est, quem obtineat locum metiens ab unitate, eandem etiam eum, secundum quem metiatur, ante eum, quem metiatur, obtinere. — quod erat demonstrandum.

XII.

Si quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales sunt, quicunque numeri primi ultimum metiuntur, iidem etiam unitati proximum metientur.

Sint quotlibet numeri ab unitate proportionales A, B, Γ, Δ. dico, quicunque numeri primi numerum Δ metiantur, eosdem etiam numerum A mensuros esse.



nam primus numerus E numerum Δ metiatur. dico, E numerum A metiri. nam ne metiatur. et E primus est, omnis autem primus numerus ad omnem numerum, quem non metitur, primus est [VII, 29].

ἅπαντα, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν· οἱ Ε, Α ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ὁ Ε τὸν Δ μετρεῖ, μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Ζ· ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Α τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ Γ μονάδας, ὁ Α ἄρα τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Ε τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Ε, Ζ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, ὁ Ζ πρὸς τὸν Γ. οἱ δὲ Α, Ε πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ Ε τὸν Γ. μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Η· ὁ Ε ἄρα τὸν Η πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν διὰ τὸ πρὸ τούτου καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Β ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Ε, Η. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, ὁ Η πρὸς τὸν Β. οἱ δὲ Α, Ε πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ Ε τὸν Β. μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Θ· ὁ Ε ἄρα τὸν Θ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν Ε, Θ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ Α. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Α, ὁ Α πρὸς τὸν Θ. οἱ δὲ Α, Ε πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος

2. εἰσι Vφ. 4. πεποίηκε Vφ. 9. οὕτως ὁ Ζ B. 10. οἱ δὲ ἐλάχιστοι] m. 2 B. 11. τόν] om. B. 12. τε] in ras. φ.

itaque E, A inter se primi sunt. et quoniam E numerum Δ metitur, eum secundum Z metiatur. itaque $E \times Z = \Delta$. rursus quoniam A numerum Δ secundum unitates numeri Γ metitur[1]), erit $A \times \Gamma = \Delta$. uerum $E \times Z = \Delta$. itaque $A \times \Gamma = E \times Z$. itaque $A : E = Z : \Gamma$ [VII, 19]. uerum A, E primi, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E numerum Γ metitur. metiatur eum secundum H. itaque $E \times H = \Gamma$. uerum propter propositionem praecedentem etiam $A \times B = \Gamma$ [prop. XI coroll.]. itaque $A \times B = E \times H$. quare

$$A : E = H : B \text{ [VII, 19].}$$

uerum A, E primi, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque E numerum B metitur. metiatur eum secundum Θ. itaque $E \times \Theta = B$. uerum etiam $A \times A = B$ [prop. VIII]. itaque

$$E \times \Theta = A \times A.$$

itaque $E : A = A : \Theta$ [VII, 19]. uerum A, E primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter

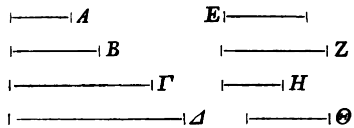
1) Ex coroll. prop. XI, quod omnino necessarium est ad definiendum, secundum quotum quisque numerum alium quempiam metiatur.

ἡγούμενον φ, sed corr. τὸν ἡγούμενον] mg. φ. 13. αὐτῷ V, sed corr. 20. τόν] in ras. φ. 25. ὁ ἄρα] ἔστιν ἄρα ὁ V φ. 26. Θ, E B. ἐστί] om. V φ. 27. E, A P. 29. ἔχοντας αὐτοῖς Theon (B V φ).

τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ Ε τὸν Α ὡς ἡγούμενος ἡγούμενον. ἀλλὰ μὴν καὶ οὐ μετρεῖ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ Ε, Α πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. σύνθετοι ἄρα. οἱ δὲ σύνθετοι ὑπὸ [πρώτου] ἀριθμοῦ τινος μετροῦνται. καὶ ἐπεὶ ὁ Ε πρῶτος ὑπόκειται, ὁ δὲ πρῶτος ὑπὸ ἑτέρου ἀριθμοῦ οὐ μετρεῖται ἢ ὑφ' ἑαυτοῦ, ὁ Ε ἄρα τοὺς Α, Ε μετρεῖ· ὥστε ὁ Ε τὸν Α μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Δ· ὁ Ε ἄρα τοὺς Α, Δ μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι ὑφ' ὅσων ἂν ὁ Δ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ Α μετρηθήσεται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα πρῶτος ᾖ, ὁ μέγιστος ὑπ' οὐδενὸς [ἄλλου] μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.



Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ Α πρῶτος ἔστω· λέγω, ὅτι ὁ μέγιστος αὐτῶν ὁ Δ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν Α, Β, Γ.

Εἰ γὰρ δυνατόν, μετρείσθω ὑπὸ τοῦ Ε, καὶ ὁ Ε

---

2. ὡς] ὡς ὁ φ. τὸν ἡγούμενον BVφ. 3. Α, Ε B. 4. εἰσί Vφ. ἄρα· οἱ δὲ σύνθετοι] mg. φ. 5. πρώτου] om. P. Post μετροῦνται add. V mg. m. 2: οἱ Α, Ε ἄρα ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετροῦνται; idem B mg. m. 2. 6. καὶ ἐπεί — 7: ἑαυτοῦ] m. 2 V. 7. μετρῆται P, corr. m. rec. 8. Post

metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque *E* numerum *A* metitur, ut praecedens praecedentem. uerum etiam non metitur; quod fieri non potest. itaque *E*, *A* inter se primi non sunt. ergo compositi. compositos autem numerus aliquis metitur [VII def. 14]. et quoniam suppositum est, *E* primum esse, primum autem nullus alius numerus metitur praeter ipsum [VII def. 11], *E* numeros *A*, *E* metitur. quare *E* numerum *A* metitur. uerum etiam *Δ* numerum metitur.[1]) ergo *E* numeros *A*, *Δ* metitur. similiter demonstrabimus, quicunque primi numeri numerum *Δ* metiantur, eosdem etiam numerum *A* mensuros esse; quod erat demonstrandum.

XIII.

Si quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales sunt, et unitati proximus primus est, maximum nullus metietur numerus praeter eos, qui inter proportionales exstant.

Sint quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales *A*, *B*, *Γ*, *Δ*, et unitati proximus *A* primus sit. dico, maximum eorum *Δ* nullos alios mensuros esse praeter *A*, *B*, *Γ*.

nam si fieri potest, metiatur numerus *E*, neu *E*

1) Propter expositionis genus (p. 362, 22) uerba lin. 8: *μετρεῖ δὲ καὶ* — 9: *μετρεῖ* superuacua sunt, et fortasse subditiua.

ὥστε add. *καί* in ras B. 9. *καί*] supra *φ*. *Δ*] (alt.) in ras. V. 11. *μετρεῖται* V*φ*. 16. *ἄλλον*] om. P.

μηδενὶ τῶν Α, Β, Γ ἔστω ὁ αὐτός. φανερὸν δή, ὅτι ο Ε πρῶτος οὔκ ἐστιν. εἰ γὰρ ὁ Ε πρῶτός ἐστι καὶ μετρεῖ τὸν Δ, καὶ τὸν Α μετρήσει πρῶτον ὄντα μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ὁ Ε πρῶτός ἐστιν. σύνθετος ἄρα. πᾶς δὲ σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὁ Ε ἄρα ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. λέγω δή, ὅτι ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου πρώτου μετρηθήσεται πλὴν τοῦ Α. εἰ γὰρ ὑφ' ἑτέρου μετρεῖται ὁ Ε, ὁ δὲ Ε τὸν Δ μετρεῖ, κἀκεῖνος ἄρα τὸν Δ μετρήσει· ὥστε καὶ τὸν Α μετρήσει πρῶτον ὄντα μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁ Α ἄρα τὸν Ε μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Ε τὸν Δ μετρεῖ, μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Ζ. λέγω, ὅτι ὁ Ζ οὐδενὶ τῶν Α, Β, Γ ἐστιν ὁ αὐτός. εἰ γὰρ ὁ Ζ ἑνὶ τῶν Α, Β, Γ ἐστιν ὁ αὐτὸς καὶ μετρεῖ τὸν Δ κατὰ τὸν Ε, καὶ εἷς ἄρα τῶν Α, Β, Γ τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὸν Ε. ἀλλὰ εἷς τῶν Α, Β, Γ τὸν Δ μετρεῖ κατά τινα τῶν Α, Β, Γ· καὶ ὁ Ε ἄρα ἑνὶ τῶν Α, Β, Γ ἐστιν ὁ αὐτός· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα ὁ Ζ ἑνὶ τῶν Α, Β, Γ ἐστιν ὁ αὐτός. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι μετρεῖται ὁ Ζ ὑπὸ τοῦ Α, δεικνύντες πάλιν, ὅτι ὁ Ζ οὔκ ἐστι πρῶτος. εἰ γάρ, καὶ μετρεῖ τὸν Δ, καὶ τὸν Α μετρήσει πρῶτον ὄντα μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύ-

---

2. ἐστι] ἐστιν P. 3. μή] καὶ μή φ. 5. ἐστι Vφ. ἅπας B. 6. ὁ Ε ἄρα — 7: μετρεῖται] om. BVφ. 7. δή] om. Vφ. 8. πλήν] e corr. V. 10. μετρεῖ] om. Vφ. 13. καί] m. 2 V. αὐτῶν φ, sed corr. 15. εἰ γάρ — 16: αὐτός] m. rec. B. 21. ὅτι — 22: πάλιν] mg. m. 2 B. 22. ὅτι] ὅτι οὔκ ἐστι BVφ. ὁ Ζ — 23: τὸν Δ] m. 2 V. 22. οὔκ ἐστι] om. BVφ. 23. εἰ γάρ] εἰ γάρ ἐστι πρῶτος BV, idem φ in mg. 24. ἐστίν] om. Vφ.

ulli numerorum A, B, Γ aequalis sit. manifestum est igitur, E primum non esse. nam si E primus est et numerum Δ metitur, etiam numerum A metietur [prop. XII], qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod fieri non potest. itaque E primus non est. compositus igitur. quemuis autem numerum compositum primus aliquis numerus metitur [VII, 32]. itaque numerum E primus aliquis numerus metitur. dico, nullum alium E numerum metiri praeter A. nam si alius numerum E metitur, E autem numerum Δ metitur, ille quoque numerum Δ metietur. quare etiam numerum A metietur, qui primus est [prop. XII], quamquam ei aequalis non est[1]); quod fieri non potest. itaque A numerum E metitur. et quoniam E numerum Δ metitur, secundum Z metiatur. dico, Z nulli numerorum A, B, Γ aequalem esse. nam si Z alicui numerorum A, B, Γ aequalis est, et numerum Δ secundum E metitur, etiam aliquis numerorum A, B, Γ numerum Δ secundum E metitur. uerum quiuis numerorum A, B, Γ numerum Δ secundum aliquem numerorum A, B, Γ metitur [prop. XI]. quare E alicui numerorum A, B, Γ aequalis est; quod est contra hypothesim. ergo Z nulli numerorum A, B, Γ aequalis est. similiter demonstrabimus, numerum A numerum Z metiri, rursus demonstrantes, numerum Z primum non esse. nam si primus est et numerum Δ metitur, etiam A metietur [prop. XII], qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod

1) Nam si numerus numeros E, Δ metiens alicui numerorum A, B, Γ aequalis esset, constaret propositum. idem de p. 370, 8 dicendum.

νατον· οὐκ ἄρα πρῶτός ἐστιν ὁ Ζ· σύνθετος ἄρα. ἅπας δὲ σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὁ Ζ ἄρα ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. λέγω δή, ὅτι ὑφ' ἑτέρου πρώτου οὐ μετρηθήσεται πλὴν τοῦ Α. εἰ γὰρ ἕτερός τις πρῶτος τὸν Ζ μετρεῖ, ὁ δὲ Ζ τὸν Δ μετρεῖ, κἀκεῖνος ἄρα τὸν Δ μετρήσει· ὥστε καὶ τὸν Α μετρήσει πρῶτον ὄντα μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁ Α ἄρα τὸν Ζ μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ Ε τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὸν Ζ, ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Α τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Ε, Ζ. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ Ζ πρὸς τὸν Γ. ὁ δὲ Α τὸν Ε μετρεῖ· καὶ ὁ Ζ ἄρα τὸν Γ μετρεῖ. μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Η. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι ὁ Η οὐδενὶ τῶν Α, Β ἐστιν ὁ αὐτός, καὶ ὅτι μετρεῖται ὑπὸ τοῦ Α. καὶ ἐπεὶ ὁ Ζ τὸν Γ μετρεῖ κατὰ τὸν Η, ὁ Ζ ἄρα τὸν Η πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν· ὁ αρα ἐκ τῶν Α, Β ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Ζ, Η. ἀνάλογον ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Ζ, ὁ Η πρὸς τὸν Β. μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Ζ· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Η τὸν Β. μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Θ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι ὁ Θ τῷ Α οὐκ ἔστιν ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ Η τὸν Β μετρεῖ κατὰ τὸν Θ, ὁ Η ἄρα τὸν Θ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Α ἑαυτὸν πολ-

---

2. ἅπας δέ — 3: μετρεῖται] om. Theon (BVφ). 3. ὁ Ζ ἄρα ὑπὸ πρώτου] ὁ ἄρα Ζ ὑπὸ πρώτου Vφ; ὑπὸ πρώτου ἄρα B. 4. οὐ] insert. m. 1 B. 6. δέ Ζ] corr. ex Ζ ἄρα m. 2 V. Ζ] in ras. P. Δ] in ras. P. 7. Δ] seq. ras.

fieri non potest. ergo Z primus non est. compositus igitur. quemuis autem numerum compositum primus aliquis numerus metitur [VII, 32]. itaque numerum Z primus aliquis numerus metitur. dico, nullum alium eum metiri praeter A. nam si alius numerus primus numerum Z metitur, et Z numerum Δ metitur, ille quoque numerum Δ metietur. quare etiam numerum A metietur [prop. XII], qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod fieri non potest. ergo A numerum Z metitur. et quoniam E numerum Δ secundum Z metitur, erit $E \times Z = \Delta$. uerum etiam $A \times \Gamma = \Delta$ [prop. XI]. itaque $A \times \Gamma = E \times Z$. itaque $A : E = Z : \Gamma$ [VII, 19]. uerum A numerum E metitur. itaque etiam Z numerum Γ metitur. metiatur secundum H. similiter demonstrabimus, numerum H nulli numerorum A, B aequalem esse, et numerum A eum metiri. et quoniam Z numerum Γ secundum H metitur, erit $Z \times H = \Gamma$. uerum etiam $A \times B = \Gamma$ [prop. XI]. itaque $A \times B = Z \times H$. quare $A : Z = H : B$ [VII, 19]. uerum A numerum Z metitur. itaque etiam H numerum B metitur. metiatur secundum Θ. similiter demonstrabimus, numerum Θ numero A aequalem non esse. et quoniam H numerum B secundum Θ metitur, erit

$$H \times \Theta = B.$$

---

1 litt. φ. 12. ἐστίν P. 15. μετρεῖ] insert. m. 2 B. 16. οὐδετέρῳ Theon (B V φ). 21. ἐστίν P. 22. A] in ras. V.

λαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν· ὁ ἄρα ὑπὸ Θ, Η ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ Α τετραγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Θ πρὸς τὸν Α, ὁ Α πρὸς τὸν Η. μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Η· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Θ τὸν Α πρῶτον ὄντα μὴ ὢν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ αρα ὁ μέγιστος ὁ Δ ὑπὸ ἑτέρου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν Α, Β, Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ΄.

Ἐὰν ἐλάχιστος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπ᾽ οὐδενὸς ἄλλου πρώτου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρούντων.

Ἐλάχιστος γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν τῶν Β, Γ, Δ μετρείσθω· λέγω, ὅτι ὁ Α ὑπ᾽ οὐδενὸς ἄλλου πρώτου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν Β, Γ, Δ.

Εἰ γὰρ δυνατόν, μετρείσθω ὑπὸ πρώτου τοῦ Ε, καὶ ὁ Ε μηδενὶ τῶν Β, Γ, Δ ἔστω ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ Ε τὸν Α μετρεῖ, μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν Ζ· ὁ Ε ἄρα τὸν Ζ πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. καὶ μετρεῖται ὁ Α ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν τῶν Β, Γ, Δ. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρῇ τις πρῶτος ἀριθμός, καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει· οἱ Β, Γ, Δ ἄρα ἕνα τῶν Ε, Ζ μετρήσουσιν. τὸν

1. ὑπό] ἐκ τῶν Theon (BVφ). 3. ὁ] (prius) supra m. 1 P. 4. τὸν Α] τὸν τὸν Α φ, sed corr. 7. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B 10. πρώτου] om. B. 14. Β] post ras. 1 litt. V. 15. παρέξ] in hoc uocabulo incipit Paris. 2344 fol. 166 (q). 19. καὶ κατά Vφ, καί del. V. 20. ἄρα τὸν Ζ] insert. m. 1 B. πεποίηκε Vφq. 21. ὑπό] ὑπὸ τῶν P. 22. πολυπλασιά-

uerum etiam $A \times A = B$ [prop. VIII]. itaque

$$\Theta \times H = A \times A.$$

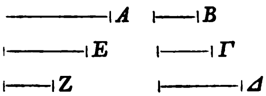
quare erit [VII, 19] $\Theta : A = A : H$. uerum A numerum H metitur. quare etiam Θ numerum A metitur, qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod absurdum est. ergo maximum Δ nullus alius numerus metietur praeter[1]) A, B, Γ; quod erat demonstrandum.

XIV.

Si primi aliqui numeri numerum quendam minimum metiuntur, nullus alius primus numerus eum metietur praeter eos, qui ab initio metiuntur.

Nam primi numeri B, Γ, Δ numerum A minimum metiantur. dico, nullum alium primum numerum A numerum mensurum esse praeter B, Γ, Δ.

nam si fieri potest, metiatur primus numerus E,



neue E ulli numerorum B, Γ, Δ aequalis sit. et quoniam E numerum A metitur, secundum Z metiatur. itaque $E \times Z = A$. et numerum A primi numeri B, Γ, Δ metiuntur. sin duo numeri inter se multiplicantes numerum aliquem efficiunt, et numerum ex iis productum primus aliquis numerus metitur, etiam unum eorum, qui ab initio sumpti sunt, metietur [VII, 30]. itaque B, Γ, Δ alterutrum numerorum E,

1) Ii autem metiuntur propter prop. XI.

σαντες q. 23. μετρεῖ q. 25. Δ] m. 2 V. τῶν] corr. ex τῶ V. μετρήσουσι PVφq.

μὲν οὖν Ε οὐ μετρήσουσιν· ὁ γὰρ Ε πρῶτός ἐστι καὶ οὐδενὶ τῶν Β, Γ, Δ ὁ αὐτός. τὸν Ζ ἄρα μετροῦσιν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Α· ὅπερ ἀδύνατον. ὁ γὰρ Α ὑπόκειται ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν Β, Γ, Δ μετρούμενος. οὐκ ἄρα τὸν Α μετρήσει πρῶτος ἀριθμὸς παρὲξ τῶν Β, Γ, Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, δύο ὁποιοιοῦν συντεθέντες πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν.

Ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς οἱ Α, Β, Γ· λέγω, ὅτι τῶν Α, Β, Γ δύο ὁποιοιοῦν συντεθέντες πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν, οἱ μὲν Α, Β πρὸς τὸν Γ, οἱ δὲ Β, Γ πρὸς τὸν Α καὶ ἔτι οἱ Α, Γ πρὸς τὸν Β.

Εἰλήφθωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς Α, Β, Γ δύο οἱ ΔΕ, ΕΖ. φανερὸν δή, ὅτι ὁ μὲν ΔΕ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν, τὸν δὲ ΕΖ πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν, καὶ ἔτι ὁ ΕΖ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ οἱ ΔΕ, ΕΖ ἐλάχιστοί εἰσιν, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, καὶ συναμφότερος πρὸς ἑκάτερον πρῶτός ἐστιν· καὶ ὁ ΔΖ ἄρα πρὸς ἑκάτερον

---

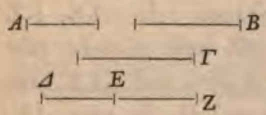
1. μετρήσουσι Vφ; μετροῦσιν B. ἐστιν P. 2. μετρήσουσιν Vφ. 3. ὅπερ ἐστίν BVφ. 7. ιε'] om. φ. 9. τῶν] om. φ. 10. ὁποσοιοῦν q et supra scripto ὁποιοῦν B. 13 ἐχόντων λόγον φ. 14. λέγω, ὅτι τῶν Α, Β, Γ] mg. m. 1 φ. τῶν Α, Β, Γ] om. B, m. 2 V. δύο] om. B. ὁποσοιοῦν q

Z metientur. E quidem numerum non metientur; nam E primus est nec ulli numerorum B, Γ, Δ aequalis. itaque numerum Z metiuntur, qui minor est numero A; quod fieri non potest. nam suppositum est, numerum A minimum metiri numeros B, Γ, Δ. ergo nullus primus numerus numerum A metietur praeter B, Γ, Δ; quod erat demonstrandum.

XV.

Si tres numeri deinceps proportionales sunt minimi eorum, qui eandem rationem habent, duo quilibet coniuncti ad reliquum primi sunt.

Sint tres numeri deinceps proportionales minimi eorum, qui eandem rationem habent, A, B, Γ. dico, numerorum A, B, Γ duos quoslibet coniunctos ad reliquum primos esse, $A + B$ ad Γ, $B + \Gamma$ ad A, $A + \Gamma$ ad B.



sumantur enim minimi eorum, qui eandem rationem habent ac A, B, Γ, duo numeri ΔE, EZ [VIII, 2]. manifestum igitur est, esse

$\Delta E \times \Delta E = A$, $\Delta E \times EZ = B$, $EZ \times EZ = \Gamma$ [VIII, 2]. et quoniam ΔE, EZ minimi sunt, inter se primi sunt [VII, 22]. sin duo numeri inter se primi sunt, etiam uterque simul ad utrumuis primus est [VII, 28]. quare etiam ΔZ ad utrumque

et supra scr. ὁποιοῦν B. 16. A] corr. ex Δ φ. A, Γ] Γ, A P. 20. πεποίηκε Vφq. 21. πεποίηκε Vφq. ἔτι ὁ] in ras. V. 22. πεποίηκε Vφq. εἰσι Vφq. 24. ὦσι Vφq. 25. ἔστι Vφq.

τῶν ΔΕ, ΕΖ πρῶτός ἐστιν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ ΔΕ πρὸς τὸν ΕΖ πρῶτός ἐστιν· οἱ ΔΖ, ΔΕ ἄρα πρὸς τὸν ΕΖ πρῶτοί εἰσιν. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ὦσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτός ἐστιν· ὥστε ὁ ἐκ τῶν ΖΔ, ΔΕ πρὸς τὸν ΕΖ πρῶτός ἐστιν· ὥστε καὶ ὁ ἐκ τῶν ΖΔ, ΔΕ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ ΕΖ πρῶτός ἐστιν. [ἐὰν γὰρ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτός ἐστιν]. ἀλλ' ὁ ἐκ τῶν ΖΔ, ΔΕ ὁ ἀπὸ τοῦ ΔΕ ἐστι μετὰ τοῦ ἐκ τῶν ΔΕ, ΕΖ· ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ ΔΕ μετὰ τοῦ ἐκ τῶν ΔΕ, ΕΖ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ ΕΖ πρῶτός ἐστιν. καί ἐστιν ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ ΔΕ ὁ Α, ὁ δὲ ἐκ τῶν ΔΕ, ΕΖ ὁ Β, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ ΕΖ ὁ Γ· οἱ Α, Β ἄρα συντεθέντες πρὸς τὸν Γ πρῶτοί εἰσιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ Β, Γ πρὸς τὸν Α πρῶτοί εἰσιν. λέγω δή, ὅτι καὶ οἱ Α, Γ πρὸς τὸν Β πρῶτοί εἰσιν. ἐπεὶ γὰρ ὁ ΔΖ πρὸς ἑκάτερον τῶν ΔΕ, ΕΖ πρῶτός ἐστιν, καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ΔΖ πρὸς τὸν ἐκ τῶν ΔΕ, ΕΖ πρῶτός ἐστιν. ἀλλὰ τῷ ἀπὸ τοῦ ΔΖ ἴσοι εἰσὶν οἱ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ μετὰ τοῦ δὶς ἐκ τῶν ΔΕ, ΕΖ· καὶ οἱ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ ἄρα μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ πρὸς τὸν ὑπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ πρῶτοί [εἰσι]. διελόντι οἱ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ μετὰ τοῦ

2. πρῶτοί εἰσι πρὸς τὸν ΕΖ Vφ. πρὸς τὸν ΕΖ] om. B. 3. εἰσι q. ἐὰν δέ — 5: πρῶτός ἐστιν] om. Theon (BVφq). 5. ὥστε] καί Theon (BVφq). ΖΔ] ΔΖφq et in ras. V. 6. ΔΕ ἄρα Theon (BVφq). 6. ὥστε καί — 7: πρῶτός ἐστίν] om. Theon (BVφq). 8. γάρ] δέ Theon (BVφq). ἐκ] ἀπό Theon (BVφq). 10. ἐστιν] add. Theon: ὥστε ὁ ἐκ τῶν ΖΔ, ΔΕ καὶ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ ΕΖ πρῶτός ἐστιν (BVφq). ἀλλά P. ἐστιν PVφ. 11. ἐκ] ὑπό q et supra scr. m. 2 V. ὁ

$\varDelta E$, EZ primus est. uerum etiam $\varDelta E$ ad EZ primus est. itaque $\varDelta Z$, $\varDelta E$ ad EZ primi sunt. sin duo numeri ad numerum aliquem primi sunt, etiam numerus ex iis productus ad reliquum primus est [VII, 24]. quare $Z\varDelta \times \varDelta E$ ad EZ primus est. quare etiam $Z\varDelta \times \varDelta E$ ad EZ^2 primus est [VII, 25].[1]) uerum $Z\varDelta \times \varDelta E = \varDelta E^2 + \varDelta E \times EZ$ [II, 3]. itaque $\varDelta E^2 + \varDelta E \times EZ$ ad EZ^2 primus est. et $\varDelta E^2 = A$, $\varDelta E \times EZ = B$, $EZ^2 = \Gamma$. itaque $A + B$ ad Γ primi sunt. similiter demonstrabimus, etiam $B + \Gamma$ ad A primos esse. iam dico, etiam $A + \Gamma$ ad B primos esse. nam quoniam $\varDelta Z$ ad utrumque $\varDelta E$, EZ primus est, etiam $\varDelta Z^2$ ad $\varDelta E \times EZ$ primus est [VII, 25]. uerum [II, 4] $\varDelta Z^2 = \varDelta E^2 + EZ^2 + 2\varDelta E \times EZ$. quare etiam erit $\varDelta E^2 + EZ^2 + 2\varDelta E \times EZ$ ad $\varDelta E \times EZ$ primus. subtrahendo $\varDelta E^2 + EZ^2 + \varDelta E \times EZ$ ad

1) Lin. 7: ἐάν — 10: ἐστιν suspecta sunt, quia praepostere causam subiiciunt; praeterea iis deletis id quoque adipiscimur, ut origo scripturae Theonis facilius explicari possit.

ἄρα — 12: ΔE, EZ] m. 2 B. 12. τῶν] corr. ex τοῦ φ. 13. ἐστιν] (prius) ἐστι Vφq; seq. in φ: καί ἐστι, sed delet. 17. εἰσι Vφ. λέγω — 18: εἰσιν] om. q. 19. καί] August; ὥστε καὶ PBVφ; ὁ ἀπὸ τοῦ ΔZ ἐστιν ὁ KE ὁ δὲ ὑπὸ τῶν ΔE, EZ ὁ ϛ ὥστε καί q. ἐκ] P; ὑπό Theon (BVφq). 21 ἐκ] P; ὑπό Theon (BVφq). 22. καὶ οἱ] καὶ ὁ q; οἱ ἄρα φ et eraso ι V. ἄρα μετά — 23: τὸν ὑπὸ τῶν ΔE, EZ] m. 2 B. 22. ἄρα] om. Vφ. 23. ὑπό] ἐκ Bq. ὑπὸ τῶν] ὑπό Bq. πρῶτός ἐστιν q. 24. εἰσι] om. P. οἱ] ὁ Bq.

λογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ ἔσχατος πρὸς ἄλλον τινά.

Ἔστωσαν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ A, B, Γ, Δ, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν οἱ A, Δ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστωσαν· λέγω, ὅτι οὐκ ἔστιν ὡς ὁ A πρὸς τὸν B, οὕτως ὁ Δ πρὸς ἄλλον τινά.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὡς ὁ A πρὸς τὸν B, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν E· ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ A πρὸς τὸν Δ, ὁ B πρὸς τὸν E. οἱ δὲ A, Δ πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ A τὸν B. καί ἐστιν ὡς ο A πρὸς τὸν B, ὁ B πρὸς τὸν Γ. καὶ ὁ B ἄρα τὸν Γ μετρεῖ· ὥστε καὶ ὁ A τον Γ μετρεῖ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ B προς τον Γ, ὁ Γ προς τον Δ, μετρεῖ δὲ ὁ B τον Γ, μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Γ τὸν Δ. ἀλλ' ὁ A τον Γ ἐμέτρει· ὥστε ὁ A καὶ τὸν Δ μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν. ὁ A ἄρα τοὺς A, Δ μετρεῖ πρώτους ὄντας προς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσται ὡς ὁ A πρὸς τὸν B, οὕτως ὁ Δ προς ἄλλον τινά· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

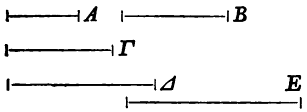
Δύο ἀριθμῶν δοθέντων ἐπισκέψασθαι, εἰ

---

5. Δ] (alt.) corr. ex B F. 8. τόν] om. F. 9. ἐστίν] om. V. 11. ἀριθμοί] om. V. 12. ἔχοντας αὐτοῖς V. 15. καί] m. 2 F. 16. A] e corr. V. 17. ὁ] (tert.) τό φ. 19. ἐμέτρει] P, μετρεῖ Theon (BFVq). Deinde add. B: ὥστε ὁ A τὸν Γ μετρεῖ, sed del. m. 1. ὁ A καί] καὶ ὁ A F; ὁ A q. μετρεῖ] (prius) om. F. 22. Δ] B φ (non F).

XVII.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et extremi eorum inter se primi sunt, non erit ut primus ad secundum, ita extremus ad alium aliquem.



Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A, B, Γ, Δ, et eorum extremi A, Δ inter se primi sint. dico, non esse, ut A ad B, ita Δ ad alium aliquem.

Nam si fieri potest, sit $A : B = \Delta : E$. itaque permutando $A : \Delta = B : E$ [VII, 13]. uerum A, Δ primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque A numerum B metitur. est autem $A : B = B : \Gamma$. quare etiam B numerum Γ metitur [VII def. 20]. itaque etiam A numerum Γ metitur. et quoniam est $B : \Gamma = \Gamma : \Delta$, et B numerum Γ metitur, etiam Γ numerum Δ metitur [VII def. 20]. uerum A numerum Γ metiebatur. quare etiam numerum Δ metitur. uerum etiam se ipsum metitur. itaque A numeros A, Δ metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. ergo non erit ut A ad B, ita Δ ad alium aliquem; quod erat demonstrandum.

XVIII.

Datis duobus numeris, num fieri possit, ut tertius eorum proportionalis inueniatur, inquirere.

δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ *Α*, *Β*, καὶ δέον ἔστω ἐπισκέψασθαι, εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Οἱ δὴ *Α*, *Β* ἤτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ οὔ. καὶ εἰ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, δέδεικται, ὅτι ἀδύνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστωσαν οἱ *Α*, *Β* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, καὶ ὁ *Β* ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* ποιείτω. ὁ *Α* δὴ τὸν *Γ* ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω πρότερον κατὰ τὸν *Δ*· ὁ *Α* ἄρα τὸν *Δ* πολλαπλασιάσας τον *Γ* πεποίηκεν. ἀλλα μὴν καὶ ὁ *Β* ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν *Α*, *Δ* ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ *Β*. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Α* προς τὸν *Β*, ὁ *Β* προς τὸν *Δ*· τοῖς *Α*, *Β* ἄρα τρίτος ἀριθμὸς ἀνάλογον προσηύρηται ὁ *Δ*.

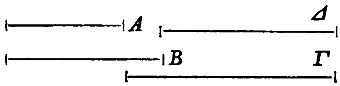
Ἀλλὰ δὴ μὴ μετρείτω ὁ *Α* τὸν *Γ*· λέγω, ὅτι τοῖς *Α*, *Β* ἀδύνατόν ἐστι τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν. εἰ γὰρ δυνατόν, προσηυρήσθω ὁ *Δ*. ο ἄρα ἐκ τῶν *Α*, *Δ* ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ *Β*. ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ *Β* ἐστιν ὁ *Γ*· ὁ ἄρα ἐκ τῶν *Α*, *Δ* ἴσος ἐστὶ τῷ *Γ*. ὥστε ὁ *Α* τὸν *Δ* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* πεποίηκεν· ὁ *Α* ἄρα τὸν *Γ* μετρεῖ κατὰ τὸν *Δ*. ἀλλα μην ὑπόκειται καὶ μὴ μετρῶν· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα δυνατόν ἐστι τοῖς *Α*, *Β* τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμὸν, ὅταν ὁ *Α* τὸν *Γ* μη μετρῇ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

4. ἐπισκέψασα φ (non F). 6. δέ φ (non F). πρῶτοι] postea add. B. 7. καὶ εἰ] P, καὶ εἰ μέν F; εἰ μὲν οὖν BVq. εἰσίν] comp. F; εἰσί PVq. Post δέδεικται add. F: „ἐν τῷ

Sint dati duo numeri *A*, *B*. et propositum sit, ut inquiramus, num tertius eorum proportionalis inueniri possit.

Numeri *A*, *B* igitur aut inter se primi sunt aut non primi. et si inter se primi sunt, demonstratum est, tertium eorum proportionalem inueniri non posse [prop. XVI]. uerum ne sint *A*, *B* inter se primi, et sit $B \times B = \Gamma$. *A* igitur numerum *Γ* aut metitur aut non metitur. prius eum secundum *Δ* metiatur.



itaque $A \times \Delta = \Gamma$. uerum etiam $B \times B = \Gamma$. itaque $A \times \Delta = B^2$. quare $A : B = B : \Delta$ [VII, 19]. ergo numerorum *A*, *B* tertius proportionalis inuentus est *Δ*.

Uerum ne metiatur *A* numerum *Γ*. dico, numerorum *A*, *B* tertium proportionalem inueniri non posse. nam si fieri potest, inueniatur *Δ*. itaque

$$A \times \Delta = B^2 \text{ [VII, 19];}$$

sed $B^2 = \Gamma$. itaque $A \times \Delta = \Gamma$. quare *A* numerum *Δ* multiplicans numerum *Γ* effecit. itaque *A* numerum *Γ* secundum *Δ* metitur. at supposuimus, eundem non metiri; quod absurdum est. ergo fieri non potest, ut numerorum *A*, *B* tertius proportionalis inueniatur numerus, si *A* numerum *Γ* non metitur; quod erat demonstrandum.

ιϛ θεωρήματι". 11. *ἤτοι*] supra m. 1 P. 12. *πρότερον τὸν Γ* F. 15. *ἀπό*] *ἐκ* V. 17. *προσευρηται* BFq. 19. *ἀνάλογον*] om. V. 20. *ἀριθμὸν ἀνάλογον* V. *προσευρήσθω* BFV. 26. *ἐστιν* P. 27. *A*] *B* q. *μετρεῖ* q. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] om. BFq.

ιθ'.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων ἐπισκέψασθαι, πότε δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ, καὶ δέον ἔστω ἐπισκέψασθαι, πότε δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἤτοι οὖν οὐκ εἰσιν ἑξῆς ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἢ ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν οὐκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, ἢ οὔτε ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον, οὔτε οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἢ καὶ ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ μὲν οὖν οἱ Α, Β, Γ ἑξῆς εἰσιν ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν οἱ Α, Γ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, δέδεικται, ὅτι ἀδύνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν. μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ Α, Β, Γ ἑξῆς ἀνάλογον τῶν ἀκρῶν πάλιν ὄντων πρώτων πρὸς

---

3. πότε] εἰ Theon (BFVq). 6. πότε] εἰ Theon (BFVq). 8. ἤτοι οὖν] scripsi; ἢ P; οἱ δὴ Α, Β, Γ Theon (BFVq), P mg. m. rec. οὐκ εἰσιν ἑξῆς] ἤτοι ἑξῆς εἰσιν Theon (BFVq). οἱ] om. V. 9. αὐτῶν οἱ Α, Γ Theon (BFVq). ἢ ἑξῆς — 13: πρὸς ἀλλήλους εἰσίν] ἢ οὔ Theon (BFq, in ras. V). In V in mg. magna ras. est. 15. καὶ εἰ F. καί] m. 2 V. 16. εἰσί Vq. 18. μὴ ἔστωσαν — p. 386, 19: ὁ γὰρ Β] εἰ δὲ οὔ, ὁ Β Theon (Fq; idem B (οὐκ supra) et V (εἰ δὲ οὔ eras.)).

XIX.

Datis tribus numeris, quando fieri possit, ut quartus eorum proportionalis inueniatur, inquirere.

Sint dati tres numeri A, B, Γ, et propositum sit, ut inquiramus, quando quartus eorum proportionalis inueniri possit.

Itaque aut non sunt deinceps proportionales et extremi eorum inter se primi sunt, aut deinceps proportionales sunt et extremi eorum inter se primi non sunt, aut neque deinceps proportionales sunt nec extremi eorum inter se primi, aut et deinceps proportionales et extremi eorum inter se primi.

Iam si A, B, Γ deinceps proportionales sunt et extremi eorum A, Γ inter se primi, demonstratum est, quartum eorum proportionalem inueniri non posse [prop. XVII]. ne sint igitur A, B, Γ deinceps proportionales extremis rursus inter se primis manentibus. dico, ne sic quidem quartum eorum proportionalem inueniri posse.[1]) nam si fieri potest, inueniatur

1) Hoc quidem falsum esse, quis non uidet? uerum dedit scholiasta Uaticanus (u. adn. crit.); erroris originem indicauit August II p. 351. neque enim E inueniri potest (p. 386, 4) inuento Δ. sed quod idem scripturam Theonis recepit, male rem egit; ea enim propositioni plene minime respondet. equidem ut adfirmare non ausim, Euclidem talem errorem commisisse, ita scripturam codicis P retinendam puto, quia apertissime sic iam Theonis temporibus ferebatur (ideo enim ipsum eam mutauit), nec habemus, quo modo aliqua saltem probabilitate restituatur. nam Campanus (siue potius Arabes) liberrime, ut solet, locum mutauit. habet IX, 20: „datis tribus numeris continue proportionalibus, an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere". deinde: „idem potes perscrutari quotlibet continue proportional. propositis."

ἀλλήλους. λέγω, ὅτι καὶ οὕτως ἀδύνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν. εἰ γὰρ δυνατόν, προσευρήσθω ὁ Δ, ὥστε εἶναι ὡς τὸν Α πρὸς τὸν Β, τὸν Γ προς τὸν Δ, καὶ γεγονέτω ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ὁ Δ πρὸς τὸν Ε. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς μὲν ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, ὡς δὲ ὁ Β πρὸς τὸν Γ, ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, δι' ἴσου ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, ὁ Γ πρὸς τὸν Ε. οἱ δὲ Α, Γ πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ Α τὸν Γ ὡς ἡγούμενος ηγούμενον. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν· ὁ Α ἄρα τοὺς Α, Γ μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοῖς Α, Β, Γ δυνατόν ἐστι τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

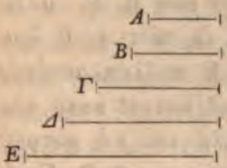
Ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστωσαν οἱ Α, Β, Γ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ Α, Γ μὴ ἔστωσαν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. λέγω, ὅτι δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν. ὁ γὰρ Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω· ὁ Α ἄρα τὸν Δ ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρείτω αὐτὸν πρότερον κατὰ τὸν Ε· ὁ Α ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Ε ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Β, Γ. ἀνάλογον ἄρα [ἐστὶν] ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, ὁ Γ πρὸς τὸν Ε· τοῖς Α, Β, Γ ἄρα τέταρτος ἀνάλογον προσηύρηται ὁ Ε.

Ἀλλὰ δὴ μὴ μετρείτω ὁ Α τὸν Δ· λέγω, ὅτι ἀδύ-

---

1. Post ἀλλήλους add. in P: ϭ λέγω, ὅτι καὶ οὕτως δυνατόν· εἰ γὰρ ὁ Α τὸν ὑπὸ Β, Γ μετρεῖ, προβήσεται ἡ δεῖξις ὁμοίως τοῖς ἑξῆς. εἰ δὲ οὐ μετρεῖ ὁ Α τὸν ὑπὸ Β, Γ, ἀδύνατον

Δ, ita ut sit $A : B = \Gamma : \Delta$, et fiat $B : \Gamma = \Delta : E$. et quoniam est $A : B = \Gamma : \Delta$, et $B : \Gamma = \Delta : E$, ex



aequo erit $A : \Gamma = \Gamma : E$ [VII, 14]. sed A, Γ primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, metiuntur [VII, 20] praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque A numerum Γ metitur ut praecedens praecedentem. uerum etiam se ipsum metitur. itaque A numeros A, Γ metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. ergo numerorum A, B, Γ quartus proportionalis inueniri non potest. at rursus numeri A, B, Γ deinceps proportionales sint, ne sint autem A, Γ inter se primi. dico, fieri posse, ut quartus eorum proportionalis inueniatur. sit enim $B \times \Gamma = \Delta$. A igitur numerum Δ aut metitur aut non metitur. prius eum metiatur secundum E. itaque $A \times E = \Delta$. uerum etiam $B \times \Gamma = \Delta$. quare erit $A \times E = B \times \Gamma$. itaque $A : B = \Gamma : E$ [VII, 19]. ergo numerorum A, B, Γ quartus proportionalis inuentus est E. at ne metiatur A numerum Δ. dico,

---

αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν. οἷον ἔστω ὁ μὲν Α τριῶν τινων, ὁ δὲ Β ἕξ, ὁ δὲ Γ ἑπτα. καὶ δῆλον, ὅτι δυνατόν. εἰ δὲ ὁ Α εἴη πέντε, οὐκέτι δυνατόν. καὶ ἁπλῶς, ὅτε μὲν ὁ Β πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ Α, δυνατόν ἐστι τέταρτον ἀνάλογον εὑρεῖν· εἰ δὲ μή, ἀδύνατον ♂; mg. m. 1: *ἰστέον, ὅτι τὰ ὀβελισμένα σχόλιά εἰσιν.* 15. *ἔστιν* P. 16. Γ] om. P. 20. *Α ἄρα*] P; *δὴ Α* Theon (BFVq). *ἤτοι*] om. V. 21. *αὐτόν*] PF; om. BVq. 25. *ἐστίν*] om. P. 26. *ἀνάλογον εἷς* P. *προσεύρηται* B.

νατόν ἐστι τοῖς Α, Β, Γ τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν. εἰ γὰρ δυνατόν, προσευρήσθω ὁ Ε· ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Ε ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Β, Γ. ἀλλὰ ὁ ἐκ τῶν Β, Γ ἐστιν ὁ Δ· καὶ ὁ ἐκ τῶν Α, Ε ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ Δ. ὁ Α ἄρα τὸν Ε πολλαπλασιάσας τὸν Δ πεποίηκεν· ὁ Α ἄρα τὸν Δ μετρεῖ κατὰ τὸν Ε· ὥστε μετρεῖ ὁ Α τὸν Δ. ἀλλὰ καὶ οὐ μετρεῖ· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα δυνατόν ἐστι τοῖς Α, Β, Γ τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν, ὅταν ὁ Α τὸν Δ μὴ μετρῇ. ἀλλὰ δὴ οἱ Α, Β, Γ μήτε ἑξῆς ἔστωσαν ἀνάλογον μήτε οἱ ἄκροι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. καὶ ὁ Β τὸν Γ πολλαπλασιάσας τὸν Δ ποιείτω. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι εἰ μὲν μετρεῖ ὁ Α τὸν Δ, δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς ἀνάλογον προσευρεῖν, εἰ δὲ οὐ μετρεῖ, ἀδύνατον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ'.

Οἱ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους εἰσὶ παντὸς τοῦ προτεθέντος πλήθους πρώτων ἀριθμῶν.

Ἔστωσαν οἱ προτεθέντες πρῶτοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ· λέγω, ὅτι τῶν Α, Β, Γ πλείους εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοί.

Εἰλήφθω γὰρ ὁ ὑπὸ τῶν Α, Β, Γ ἐλάχιστος μετρούμενος καὶ ἔστω ὁ ΔΕ, καὶ προσκείσθω τῷ ΔΕ μονὰς ἡ ΔΖ. ὁ δὴ ΕΖ ἤτοι πρῶτός ἐστιν ἢ οὔ.

---

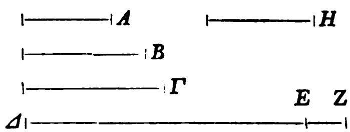
1. ἐστιν P. 2. προσηυρήσθω FV. 3. ἀλλ' BFV. 10. μή] supra m. 1 F, οὐ supra m. 2 V. μετρήσῃ F, μετρεῖ q. ἀλλὰ δή — 15: ἀδύνατον] om. BVq. 10. δή] μήτε F. ἑξῆς] οἱ ἑξῆς F. 12. ποιήτω φ (non F). 14. αὐτοῖς] αὐτοῖς τετάρτοις F. εἰ δέ] οὐδ' F. 15. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bq. 17. πρῶτοι ἀριθμοί] del. et supra scr. πρώτων ἀριθμῶν m. 2 B. 18. προστεθέντος F. 23. καί] m. 2 B, om. V. 24. ΔΖ] ΑΖ F.

numerorum *A*, *B*, *Γ* quartum proportionalem inueniri non posse. nam si fieri potest, inueniatur *E*. itaque $A \times E = B \times \Gamma$ [VII, 19]. uerum $B \times \Gamma = \Delta$. quare $A \times E = \Delta$. itaque *A* numerum *E* multiplicans numerum *Δ* effecit. *A* igitur numerum *Δ* secundum *E* metitur. itaque *A* numerum *Δ* metitur. uerum etiam non metitur; quod absurdum est. ergo numerorum *A*, *B*, *Γ* quartus proportionalis inueniri non potest, ubi *A* numerum *Δ* non metitur. uerum *A*, *B*, *Γ* ne sint deinceps proportionales neu extremi inter se primi. et sit $B \times \Gamma = \Delta$. similiter demonstrabimus, si *A* numerum *Δ* metiatur, fieri posse, ut eorum quartus[1]) inueniatur proportionalis, sin non metiatur, fieri non posse; quod erat demonstrandum.

XX.

Primi numeri plures sunt quauis data multitudine primorum numerorum.

Sint dati numeri primi *A*, *B*, *Γ*. dico, plures esse primos numeros quam *A*, *B*, *Γ*. sumatur enim, quem



minimum metiuntur *A*, *B*, *Γ* [VII, 36] et sit *ΔE*, et numero *ΔE* adiiciatur unitas *ΔZ*. *EZ* igitur aut primus est aut non primus. prius sit primus. ergo in-

1) Uidetur scribendum esse lin. 14: αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον; cfr. F.

ἔστω πρότερον πρῶτος· εὑρημένοι ἄρα εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ, ΕΖ πλείους τῶν Α, Β, Γ.

Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ὁ ΕΖ πρῶτος· ὑπὸ πρώτου ἄρα τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. μετρείσθω ὑπὸ πρώτου τοῦ Η· λέγω, ὅτι ὁ Η οὐδενὶ τῶν Α, Β, Γ ἐστιν ὁ αὐτός. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω. οἱ δὲ Α, Β, Γ τὸν ΔΕ μετροῦσιν· καὶ ὁ Η ἄρα τὸν ΔΕ μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν ΕΖ· καὶ λοιπὴν τὴν ΔΖ μονάδα μετρήσει ὁ Η ἀριθμὸς ὤν· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ὁ Η ἑνὶ τῶν Α, Β, Γ ἐστιν ὁ αὐτός. καὶ ὑπόκειται πρῶτος. εὑρημένοι ἄρα εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους τοῦ προτεθέντος πλήθους τῶν Α, Β, Γ οἱ Α, Β, Γ, Η· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα'.

Ἐὰν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστιν.

Συγκείσθωσαν γὰρ ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν οἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ· λέγω, ὅτι ὅλος ὁ ΑΕ ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ἕκαστος τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ ἄρτιός ἐστιν, ἔχει μέρος ἥμισυ· ὥστε καὶ ὅλος ὁ ΑΕ ἔχει μέρος ἥμισυ. ἄρτιος δὲ ἀριθμός ἐστιν ὁ δίχα διαιρούμενος· ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΕ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

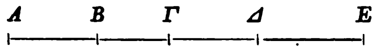
1. Supra πρῶτος add. ἡ ΕΖ m. rec. V. εἰσίν P, εἰσὶν οἱ q. 2. ἀριθμοί] om. F. Γ] (prius) ΓΔ F, Δ del. m. 1. 6. δυνατόν, ἔστω] ὁ Η ἑνὶ τῶν Α, Β, Γ ἐστιν ὁ αὐτός Theon (BFVq). 7. ΔΕ] ΖΕ F. μετροῦσι BFVq. ΔΕ] ΖΕ F. 8. καί] καὶ ὁ Η F. ΕΖ] ΔΕ F. 10. καί] ὁ αὐτὸς δὲ καί P. 11. εἰσί] εἰσὶν οἱ V. 13. Η] Η ἄρα ante ras. 6 litt. F. 15. συν — supra scr. B. 16. ἐστί Vq, comp. F. 17. ὁποσοιοῦν] e corr. V. 18. ΒΓ] in ras. P. ΓΔ] m. 2 V. 21. καί] supra lac. pergam. m. rec. F. 23. ὁ ΑΕ ἄρα ἐστίν F. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B.

uenti sunt primi numeri *A*, *B*, *Γ*, *EZ* plures numeris *A*, *B*, *Γ*. uerum ne sit *EZ* primus. itaque primus aliquis numerus eum metitur [VII, 31]. metiatur primus numerus *H*. dico, numerum *H* nulli numerorum *A*, *B*, *Γ* aequalem esse. nam si fieri potest, sit. uerum *A*, *B*, *Γ* numerum *ΔE* metiuntur. itaque etiam *H* numerum *ΔE* metitur. uerum etiam numerum *EZ* metitur. quare etiam[1]) quae relinquitur, unitatem *ΔZ* metietur *H*, qui numerus est; quod absurdum est. ergo *H* nulli numerum *A*, *B*, *Γ* aequalis est. et suppositum est, *H* primum esse. ergo inuenti sunt primi numeri *A*, *B*, *Γ*, *H* plures data multitudine *A*, *B*, *Γ*; quod erat demonstrandum.

XXI.

Si quotlibet numeri pares componuntur, totus par erit.

Componantur enim quotlibet numeri pares *AB*, *BΓ*, *ΓΔ*, *ΔE*. dico, etiam totum *AE* parem esse.



nam quoniam singuli numeri *AB*, *BΓ*, *ΓΔ*, *ΔE* pares sunt, partem dimidiam habent [VII def. 6]. quare etiam totus *AE* partem dimidiam habet. par autem numerus is est, qui in duas partes aequales diuiditur [id.]. ergo *AE* par est; quod erat demonstrandum.

---

1) U. ad VII, 28.

κβʹ.

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον ᾖ, ὁ ὅλος ἄρτιος ἔσται.

Συγκείσθωσαν γὰρ περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁσοιδηποτοῦν ἄρτιοι τὸ πλῆθος οἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ· λέγω, ὅτι ὅλος ὁ ΑΕ ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ἕκαστος τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ περιττός ἐστιν, ἀφαιρεθείσης μονάδος ἀφ' ἑκάστου ἕκαστος τῶν λοιπῶν ἄρτιος ἔσται· ὥστε καὶ ὁ συγκείμενος ἐξ αὐτῶν ἄρτιος ἔσται. ἔστι δὲ καὶ τὸ πλῆθος τῶν μονάδων ἄρτιον. καὶ ὅλος ἄρα ὁ ΑΕ ἄρτιός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κγʹ.

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ᾖ, καὶ ὁ ὅλος περισσὸς ἔσται.

Συγκείσθωσαν γὰρ ὁποσοιοῦν περισσοὶ ἀριθμοί, ὧν τὸ πλῆθος περισσὸν ἔστω, οἱ ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ· λέγω, ὅτι καὶ ὅλος ὁ ΑΔ περισσός ἐστιν.

Ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ΓΔ μονὰς ἡ ΔΕ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΓΕ ἄρτιός ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ὁ ΓΑ ἄρτιος· καὶ ὅλος ἄρα ὁ ΑΕ ἄρτιός ἐστιν. καί ἐστι μονὰς ἡ ΔΕ. περισσὸς ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

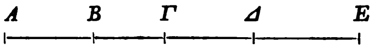
---

2. συντεθῶσι FVq. 3. ὁ] om. PVq. 4. ἐστιν F. 5. γάρ] m. 2 F. 6. ἄρτιοι] om. F. 8. ἑκάτερος F, corr. m. 2. 11. ἔστι] ἔστω P. 13. Inter ἐστιν et ὅπερ aliam demonstr. habet F; u. app. 15. ὁποσοιοῦν] om. V. συντεθῶσι Vq. 17. ὁ] om. PBFVq; corr. August. 18. περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν V. 19. οἱ] ὁ F. 22. ἐστιν] ἐστιν δὲ τῶν πρὸ αὐτοῦ F. ΓΑ] ΑΓ BVq. 23. ἐστιν] P,

XXII.

Si quotlibet numeri impares componuntur, et multitudo eorum par est, totus par erit.

Componantur enim quotlibet numeri impares numero pares *AB*, *BΓ*, *ΓΔ*, *ΔE*. dico, totum *AE* parem esse.

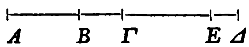


nam quoniam singuli numeri *AB*, *BΓ*, *ΓΔ*, *ΔE* impares sunt, unitate a singulis subtracta, qui relinquuntur, singuli pares erunt [VII def. 7]. quare etiam numerus ex iis compositus par erit [prop. XXI]. uerum etiam multitudo unitatum par est. ergo etiam totus *AE* par est [id.]; quod erat demonstrandum.

XXIII.

Si quotlibet numeri impares componuntur, et multitudo eorum impar est, etiam totus impar erit.

Componantur enim quotlibet numeri impares, quorum multitudo impar sit, *AB*, *BΓ*, *ΓΔ*. dico, etiam totum *AΔ* imparem esse.



subtrahatur a *ΓΔ* unitas *ΔE*. itaque qui relinquitur, *ΓE* par est [VII def. 7]. uerum etiam *ΓA* par est [prop. XXII]. quare etiam totus *AE* par est [prop. XXI]. et *ΔE* unitas est. ergo *AΔ* impar est [VII def. 7]; quod erat demonstrandum.

---

comp. F; ἐστι Vq. ἐστι] seq. ras. 1 litt. V, ἐστιν B. 24. ἄρα] om. q. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. BFq.

κδ'.

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ ἀρτίου τοῦ *AB* ἄρτιος ἀφῃρήσθω ὁ *BΓ*· λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ *ΓΑ* ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ *AB* ἄρτιός ἐστιν, ἔχει μέρος ἥμισυ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ *BΓ* ἔχει μέρος ἥμισυ· ὥστε καὶ λοιπὸς [ὁ *ΓΑ* ἔχει μέρος ἥμισυ] ἄρτιος [ἄρα] ἐστὶν ὁ *ΑΓ*· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε'.

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ ἀρτίου τοῦ *AB* περισσὸς ἀφῃρήσθω ὁ *BΓ*· λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ *ΓΑ* περισσός ἐστιν.

Ἀφῃρήσθω γὰρ ἀπὸ τοῦ *BΓ* μονὰς ἡ *ΓΔ*· ὁ *ΔB* ἄρα ἄρτιός ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ὁ *AB* ἄρτιος· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ *ΑΔ* ἄρτιός ἐστιν. καί ἐστι μονὰς ἡ *ΓΔ*· ὁ *ΓΑ* ἄρα περισσός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κϛ'.

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ περισσοῦ τοῦ *AB* περισσὸς ἀφῃρήσθω ὁ *BΓ*· λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ *ΓΑ* ἄρτιός ἐστιν.

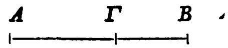
---

4. ἀφῃρήσθω ἄρτιος P. 5. *ΓΑ*] *Γ* P. ἔσται F. 7. *BΓ*] *ΓB* F. 8. ὁ *ΓΑ* — ἥμισυ] om. P. *ΓΑ*] e corr. V. ἄρα] om. P. 9. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. BVq. 11. Post περισσός add. F: ἀριθμός (comp.). 14. ὅτι] ὅτι καί V. 15. ὁ] seq. ras. 2 litt. P. 16. ἔστι δέ — 17: ἐστιν] bis F, corr. m. 1. 16. ἔστι] ἔστιν P. 17. ἐστιν] P; comp. F; ἐστι Vq.

XXIV.

Si a numero pari par subtrahitur, reliquus par erit.

Nam a pari numero AB par subtrahatur $B\Gamma$. dico, reliquum ΓA parem esse.

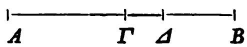


nam quoniam AB par est, partem dimidiam habet [VII def. 6]. eadem de causa etiam $B\Gamma$ partem dimidiam habet. ergo etiam reliquus $A\Gamma$ par est; quod erat demonstrandum.

XXV.

Si a numero pari impar subtrahitur, reliquus impar erit.

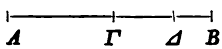
Nam a pari numero AB impar subtrahatur $B\Gamma$. dico, reliquum ΓA imparem esse.



subtrahatur enim a $B\Gamma$ unitas $\Gamma\Delta$. itaque ΔB par est [VII def. 7]. uerum etiam AB par est. quare etiam reliquus $A\Delta$ par est [prop. XXIV]. et unitas est $\Gamma\Delta$. ergo ΓA impar est [VII def. 7]; quod erat demonstrandum.

XXVI.

Si a numero impari impar subtrahitur, reliquus par erit.



Nam ab impari numero AB impar subtrahatur $B\Gamma$. dico, reliquum ΓA parem esse.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ ΑΒ περισσός ἐστιν, ἀφῃρήσθω μονὰς ἡ ΒΔ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΑΔ ἄρτιός ἐστιν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ΓΔ ἄρτιός ἐστιν· ὥστε καὶ λοιπὸς ὁ ΓΑ ἄρτιός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ'.

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ περισσοῦ τοῦ ΑΒ ἄρτιος ἀφῃρήσθω ὁ ΒΓ· λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ ΓΑ περισσός ἐστιν.

Ἀφῃρήσθω [γὰρ] μονὰς ἡ ΑΔ· ὁ ΔΒ ἄρα ἄρτιός ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ὁ ΒΓ ἄρτιος· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΓΔ ἄρτιός ἐστιν. περισσὸς ἄρα ὁ ΓΑ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη'.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος ἄρτιος ἔσται.

Περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α ἄρτιον τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ Γ ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ Α τὸν Β πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐκ τοσούτων ἴσων τῷ Β, ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ Α μονάδες. καί ἐστιν ὁ Β ἄρτιος· ὁ Γ ἄρα σύγκειται ἐξ ἀρτίων. ἐὰν δὲ ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστιν. ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

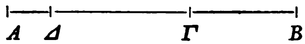
2. ἐστιν] P, comp. F; ἐστι Vq. 4. ΓΑ] ΑΓ BVq. 7. ἔσται] ἐστιν comp. F. 9. ὁ] (alt.) om. q. ΓΑ] e corr. V. 10. γάρ] om. P. ἄρα] om. q. 12. ἐστι q. Seq. in V: ἔστι δὲ καὶ μονὰς ἡ ΔΑ. ἄρα ἐστίν V. 14. περισσός] supra F. 16. περισσὸς γὰρ ἀριθμός] ἀριθμὸς γάρ F. 23. τεθῶσιν P. ὁ] om. q.

nam quoniam AB impar est, subtrahatur unitas $B\Delta$. itaque reliquus $A\Delta$ par est. eadem de causa etiam $\Gamma\Delta$ par est [VII def. 7].[1]) ergo etiam qui relinquitur, ΓA par est [prop. XXIV]; quod erat demonstrandum.

XXVII.

Si a numero impari par subtrahitur, reliquus impar erit.

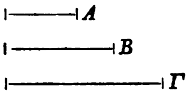
Nam a numero impari AB par subtrahatur $B\Gamma$. dico, reliquum ΓA imparem esse.



nam subtrahatur unitas $A\Delta$. itaque ΔB par est [VII def. 7]. uerum etiam $B\Gamma$ par est. quare etiam reliquus $\Gamma\Delta$ par est [prop. XXIV]. ergo ΓA impar est [VII def. 7]; quod erat demonstrandum.

XXVIII.

Si numerus impar parem multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus productus par erit.



Nam impar numerus A parem B multiplicans numerum Γ efficiat. dico, numerum Γ parem esse.

nam quoniam $A \times B = \Gamma$, numerus Γ ex totidem numeris numero B aequalibus compositus est, quot sunt unitates in A [VII def. 15]. et B par est. Γ igitur ex paribus compositus est. sin quotlibet numeri pares componuntur, totus par est [prop. XXI]. ergo Γ par est; quod erat demonstrandum.

---

1) Nam supposuimus, ΓB imparem esse.

κθ'.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς περισσὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται.

Περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ *Α* περισσὸν τὸν *Β* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ *Γ* περισσός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ *Α* τὸν *Β* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* πεποίηκεν, ὁ *Γ* ἄρα σύγκειται ἐκ τοσούτων ἴσων τῷ *Β*, ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ *Α* μονάδες. καί ἐστιν ἑκάτερος τῶν *Α*, *Β* περισσός· ὁ *Γ* ἄρα σύγκειται ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν, ὧν τὸ πλῆθος περισσόν ἐστιν. ὥστε ὁ *Γ* περισσός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ'.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ μετρήσει.

Περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ *Α* ἄρτιον τὸν *Β* μετρείτω· λέγω, ὅτι καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ μετρήσει.

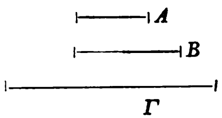
Ἐπεὶ γὰρ ὁ *Α* τὸν *Β* μετρεῖ, μετρείτω αὐτὸν κατὰ τὸν *Γ*· λέγω, ὅτι ὁ *Γ* οὐκ ἔστι περισσός. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω. καὶ ἐπεὶ ὁ *Α* τὸν *Β* μετρεῖ κατὰ τὸν *Γ*, ὁ *Α* ἄρα τὸν *Γ* πολλαπλασιάσας τὸν *Β* πεποίηκεν. ὁ *Β* ἄρα σύγκειται ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν, ὧν τὸ πλῆθος περισσόν ἐστιν. ὁ *Β* ἄρα περισσός ἐστιν· ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ἄρτιος. οὐκ ἄρα

---

3. ποιεῖ F, sed corr. 12. ὧν] om. B, περισσῶν V m. 2 e corr. τό] m. 2 V. περισσόν ἐστιν] ὁ δὲ συγκείμενος ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν περισσῶν (add. m. 2) τὸ πλῆθος περισσός ἐστιν V. 16. ἥμισυ Fq. 17. περισσός — 18: μετρήσει]

XXIX.

Si impar numerus imparem numerum multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus productus impar erit.



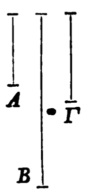
Nam impar numerus *A* imparem numerum *B* multiplicans numerum *Γ* efficiat. dico, numerum *Γ* imparem esse.

nam quoniam $A \times B = \Gamma$, numerus *Γ* ex totidem numeris numero *B* aequalibus compositus est, quot unitates sunt in *A* [VII def. 15]. et uterque *A*, *B* impar est. itaque *Γ* compositus est ex imparibus numeris, quorum multitudo impar est. ergo *Γ* impar est [prop. XXIII]; quod erat demonstrandum.

XXX.

Si numerus impar parem numerum metitur, etiam dimidium eius metietur.

Nam impar numerus *A* parem *B* metiatur. dico, eum etiam dimidium eius metiri.



nam quoniam *A* numerum *B* metitur, metiatur secundum *Γ*. dico, *Γ* imparem non esse. nam si fieri potest, impar sit. et quoniam *A* numerum *B* secundum *Γ* metitur, erit

$$A \times \Gamma = B.$$

itaque *B* compositus est ex numeris imparibus, quorum multitudo impar est. itaque *B* impar est [prop. XXIII]; quod absurdum est; nam supposuimus,

---

mg. m. 1 F. 18. τόν] corr. ex τό m. 1 F. 21. ἔσται φ. 22. ἄρα] om. V. 23. ἄρα B V.

ὁ Γ περισσός ἐστιν· ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ Γ. ὥστε ὁ Α τὸν Β μετρεῖ ἀρτιάκις. διὰ δὴ τοῦτο καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λα'.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτος ᾖ, καὶ πρὸς τὸν διπλασίονα αὐτοῦ πρῶτος ἔσται.

Περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α πρός τινα ἀριθμὸν τὸν Β πρῶτος ἔστω, τοῦ δὲ Β διπλασίων ἔστω ὁ Γ· λέγω, ὅτι ὁ Α [καὶ] πρὸς τὸν Γ πρῶτός ἐστιν.

Εἰ γὰρ μή εἰσιν [οἱ Α, Γ] πρῶτοι, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρείτω, καὶ ἔστω ὁ Δ. καί ἐστιν ὁ Α περισσός· περισσὸς ἄρα καὶ ὁ Δ. καὶ ἐπεὶ ὁ Δ περισσὸς ὢν τὸν Γ μετρεῖ, καί ἐστιν ὁ Γ ἄρτιος, καὶ τὸν ἥμισυν ἄρα τοῦ Γ μετρήσει [ὁ Δ]. τοῦ δὲ Γ ἥμισύ ἐστιν ὁ Β· ὁ Δ ἄρα τὸν Β μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν Α. ὁ Δ ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ὁ Α πρὸς τὸν Γ πρῶτος οὔκ ἐστιν. οἱ Α, Γ ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβ'.

Τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν ἕκαστος ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον.

Ἀπὸ γὰρ δυάδος τῆς Α δεδιπλασιάσθωσαν ὁσοι-

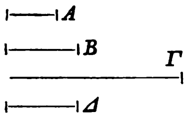
1. ἐστὶν ὁ Γ] ὁ Γ V, ἐστίν F. 2. τοῦτον φ. τόν] τό P. 3. ἥμισυ PF. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] m. 2 V, om. BFq. 6. διπλάσιον BV. 9. διπλάσιος Vq. 10. καί] om. P. 11. οἱ Α, Γ] supra m. 1 P. 12. καί ἐστιν — 13: ὁ Δ] mg. m. 2 V. 12. ἐστιν] ἐπεί ἐστιν F; ἔστω q. 13. περισσὸς ἄρα] ἔστιν ἄρα περισσός F. 15. ἥμισυ F. ὁ Δ] om. P. 16.

eum parem esse. itaque Γ impar non est. par igitur est Γ. quare A numerum B secundum parem numerum metitur. ergo[1]) etiam dimidium eius metietur; quod erat demonstrandum.

XXXI.

Si impar numerus ad numerum aliquem primus est, etiam ad duplicem eius primus erit.

Nam impar numerus A ad numerum aliquem B primus sit, et sit $\Gamma = 2B$. dico, A ad Γ primum



esse. nam si non sunt primi, numerus aliquis eos metietur. metiatur, et sit Δ. et A impar est. itaque etiam Δ impar est. et quoniam Δ impar numerum Γ metitur, et Γ par est, etiam dimidium numeri Γ metietur. uerum $B = \frac{1}{2}\Gamma$. itaque Δ numerum B metitur. uerum etiam numerum A metitur. Δ igitur numeros A, B metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. itaque fieri non potest, ut A ad Γ primus non sit. ergo A, Γ inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

XXXII.

Qui inde a binario semper conduplicando producuntur numeri, singuli solum pariter pares sunt.

Nam a binario A quotlibet numeri semper condu-

1) Nam dimidium secundum numerum dimidium metietur quam totum.

ἥμισυς BVq. 19. τόν] τό F. Γ] corr. ex B V. Post Δ in F del. B. 22. δι- in ras. 6 litt. V. 23. ἐστιν P. 24. A] non liquet F.

δηποτοῦν ἀριθμοὶ οἱ Β, Γ, Δ· λέγω, ὅτι οἱ Β, Γ, Δ ἀρτιάκις ἄρτιοί εἰσι μόνον.

Ὅτι μὲν οὖν ἕκαστος [τῶν Β, Γ, Δ] ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστιν, φανερόν· ἀπὸ γὰρ δυάδος ἐστὶ διπλασιασθείς. λέγω, ὅτι καὶ μόνον. ἐκκείσθω γὰρ μονάς. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ Α πρῶτός ἐστιν, ὁ μέγιστος τῶν Α, Β, Γ, Δ ὁ Δ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν Α, Β, Γ. καί ἐστιν ἕκαστος τῶν Α, Β, Γ ἄρτιος· ὁ Δ ἄρα ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι [καὶ] ἑκάτερος τῶν Β, Γ ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον.

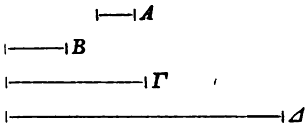
Ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α τὸν ἥμισυν ἐχέτω περισσόν· λέγω, ὅτι ὁ Α ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον.

Ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις περισσός ἐστιν, φανερόν· ὁ γὰρ ἥμισυς αὐτοῦ περισσὸς ὢν μετρεῖ αὐτὸν ἀρτιάκις. λέγω δή, ὅτι καὶ μόνον. εἰ γὰρ ἔσται ὁ Α καὶ ἀρτιάκις ἄρτιος, μετρηθήσεται ὑπὸ ἀρτίου κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν· ὥστε καὶ ὁ ἥμισυς αὐτοῦ μετρηθήσεται ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ὤν· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον. ὁ Α ἄρα ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. Β] (bis) Α, Β F. 3. οὖν] om. P. τῶν Β, Γ, Δ] om. P. Α, Β F. ἄρτιον, -ον eras. V. 4. ἐστιν] comp. Fq; ἐστι PV. ἀπὸ γάρ] αὐτό (e corr.) γὰρ ἀπό F. ἐστί] ἐστίν ἕκαστος F. 5. λέγω δή BVq. μονὰς ἡ Ε Vq; ἡ Ε postea insert. B. 11. καί] om. P. ἕκαστος P. 15. ἥμισυ F. 16. ἐστιν P. 17. ἥμισυ F. 18. ἐστιν P. 19. ἐστιν] P, comp. F; ἐστι Vq. 20. ἥμισυ F. αὐτός φ (non F). 22. καί] om. F. Post ἄρτιος add. V: ὁ ἥμισυς αὐτοῦ ἄρτιός ἐστι καί; idem B m. rec. 23. ἥμισυ F.

plicando producantur *B, Γ, Δ*. dico, numeros *B, Γ, Δ* solum pariter pares esse.

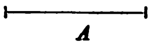


iam singulos numeros *B, Γ, Δ* pariter pares esse, manifestum est. nam a binario semper conduplicando producti sunt [VII def. 8]. dico, eos etiam solum pariter pares esse. sumatur enim unitas. iam quoniam ab unitate quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et unitati proximus *A* primus est, maximum numerorum *A, B, Γ, Δ* numerum *Δ* nullus alius metietur praeter *A, B, Γ* [prop. XIII]. et singuli numeri *A, B, Γ* pares sunt. ergo *Δ* solum pariter par est [VII def. 8]. similiter demonstrabimus, etiam utrumque *B, Γ* solum pariter parem esse; quod erat demonstrandum.

XXXIII.

Si numerus aliquis dimidium imparem habet, solum pariter impar est.

Nam numerus *A* dimidium habeat imparem. dico,



numerum *A* solum pariter imparem esse. iam pariter imparem eum esse, manifestum est; nam dimidius eius, qui impar est, eum pariter metitur [VII def. 9]. dico, eum etiam solum pariter imparem esse. nam si *A* etiam pariter par erit, par eum numerus secundum parem numerum metietur [VII def. 8]. quare etiam dimidium eius, qui impar est, par numerus metietur; quod absurdum est. ergo *A* solum pariter impar est; quod erat demonstrandum.

λδ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ᾖ μήτε τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ Α μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἔστω μήτε τὸν ἥμισυν ἐχέτω περισσόν· λέγω, ὅτι ὁ Α ἀρτιάκις τέ ἐστιν ἄρτιος καὶ ἀρτιάκις περισσός.

Ὅτι μὲν οὖν ὁ Α ἀρτιάκις ἐστὶν ἄρτιος, φανερόν· τὸν γὰρ ἥμισυν οὐκ ἔχει περισσόν. λέγω δή, ὅτι καὶ ἀρτιάκις περισσός ἐστιν. ἐὰν γὰρ τὸν Α τέμνωμεν δίχα καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ δίχα καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιῶμεν, καταντήσομεν εἴς τινα ἀριθμὸν περισσόν, ὃς μετρήσει τὸν Α κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν. εἰ γὰρ οὔ, καταντήσομεν εἰς δυάδα, καὶ ἔσται ὁ Α τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. ὥστε ὁ Α ἀρτιάκις περισσός ἐστιν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιος. ὁ Α ἄρα ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λε'.

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ἀφαιρεθῶσι δὲ ἀπό τε τοῦ δευτέρου

---

2. ἐάν] ἄν q. Deinde add. ἄρτιος B m. rec., V in ras. m. 2. διπλασιαζόμενον P. 3. τόν] τό F m. 1, corr. m. 2; το φ. ἥμισυ F. 4. ἐστιν P. 6. ἥμισυ F. ἔχων V. 7. ὅτι] m. 2 V. τε] om. q et P_2 (u. p. 408, 5 adn. crit.). ἄρτιός ἐστι V. 9. ἄρτιός ἐστι V. φανερόν] in ras. m. 1 q. 10. ἥμισυ F, et q, sed corr. m. 1. 11. τέμωμεν BVq. 12. ἥμισυ F. ποιῶμεν ἀεί F. 13. ποιοῦμεν P, P_2. καταντήσωμεν P_2. περισσόν] om. q. 14. κατὰ τόν V, sed τόν del. εἰ γὰρ οὔ] om. P_2. Post οὔ add. Theon: καταντήσομεν εἴς τινα ἀριθμὸν

XXXIV.

Si numerus aliquis nec ex iis est, qui a binario semper conduplicando producuntur, nec dimidium imparem habet, et pariter par est et pariter impar.[1]).

Nam numerus *A* ne sit ex iis, qui a binario semper conduplicando producuntur, neue dimidium imparem habeat. dico, numerum *A* et pariter parem et pariter imparem esse.



iam numerum *A* pariter parem esse, manifestum est [VII def. 8]; nam dimidium imparem non habet. dico, eundem pariter imparem esse. nam si *A* in duas partes aequales diuiserimus et rursus dimidium et idem semper deinceps fecerimus, aliquando ad numerum perueniemus, qui numerum *A* secundum numerum parem metitur. nam si minus, ad binarium perueniemus, et *A* ex iis erit, qui a binario semper conduplicando producuntur; quod est contra hypothesim. quare *A* pariter impar erit [VII def. 9]. sed demonstratum est, eundem pariter parem esse. ergo *A* et pariter par et pariter impar est; quod erat demonstrandum.

XXXV.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et a secundo et ultimo numeri primo aequales sub-

1) Propp. 33—34 aliter citat Iamblichus in Nicom. p. 32. de hoc loco et de Euclidis diuisione numerorum u. Studien p. 197 sq.

περισσόν, ὃς μετρήσει τὸν *A* κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν (BFVq). 15. καταντήσωμεν P_2, καταν- in ras. m. 2 V. 16. ὥστε] ὥσπερ P_2. 17. *A* καί BVq. περισσός — ἀρτιάκις m. rec. B. 18. *A*] *Δ* φ. τε] om. VP_2. 22. τε] τοῦ φ (non F), om. BVq.

καὶ τοῦ ἐσχάτου ἴσοι τῷ πρώτῳ, ἔσται ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ πάντας.

Ἔστωσαν ὁποσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον οἱ Α, ΒΓ, Δ, ΕΖ ἀρχόμενοι ἀπὸ ἐλαχίστου τοῦ Α, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ΒΓ καὶ τοῦ ΕΖ τῷ Α ἴσος ἑκάτερος τῶν ΒΗ, ΖΘ· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ ΗΓ πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ ΕΘ πρὸς τοὺς Α, ΒΓ, Δ.

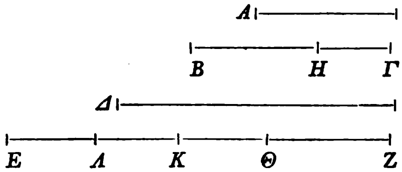
Κείσθω γὰρ τῷ μὲν ΒΓ ἴσος ὁ ΖΚ, τῷ δὲ Δ ἴσος ο ΖΛ. καὶ ἐπεὶ ὁ ΖΚ τῷ ΒΓ ἴσος ἐστίν, ὧν ὁ ΖΘ τῷ ΒΗ ἴσος ἐστίν, λοιπὸς ἄρα ὁ ΘΚ λοιπῷ τῷ ΗΓ ἐστιν ἴσος. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ ΕΖ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν ΒΓ καὶ ὁ ΒΓ πρὸς τὸν Α, ἴσος δὲ ὁ μὲν Δ τῷ ΖΛ, ὁ δὲ ΒΓ τῷ ΖΚ, ὁ δὲ Α τῷ ΖΘ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΕΖ πρὸς τὸν ΖΛ, οὕτως ὁ ΛΖ πρὸς τὸν ΖΚ καὶ ὁ ΖΚ πρὸς τὸν ΖΘ. διελόντι, ὡς ὁ ΕΛ πρὸς τὸν ΛΖ, οὕτως ὁ ΛΚ πρὸς τὸν ΖΚ καὶ ὁ ΚΘ πρὸς τὸν ΖΘ. ἔστιν ἄρα καὶ ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΚΘ πρὸς τὸν ΖΘ, οὕτως οἱ ΕΛ, ΛΚ, ΚΘ πρὸς τοὺς ΛΖ, ΖΚ, ΘΖ. ἴσος δὲ ὁ μὲν ΚΘ τῷ ΓΗ, ὁ δὲ ΖΘ τῷ Α, οἱ δὲ ΛΖ, ΖΚ, ΘΖ

---

1. τοῦ] om. V. 2. τόν] τό φ (non F). 4. ἅπαντας F, ὕπαντας φ. 5. ὁσοιδηποτοῦν V, in F -δη- a φ in -δε- mutat. 6. ἀπὸ τοῦ φ, post ἀπό ras. 3 litt. B. Α] Δ φ (non F). 7. τοῦ] (alt.) postea insert F. 8. ΒΗ] P; ΓΗ F, ΗΓ BVq. ἐστίν] om. F. ΗΓ] P, ΒΗ BFVq. 10. τῷ] τῶν Bq. μέν] om. BV; in B m. 2 ex τῶν fecit τῷ μέν. ΖΚ] ΖΗ φ (non F). 12. ΒΗ] P, ΓΗ F, ΗΓ BVq. ἐστί q. 13. ΗΓ] P, ΗΒ BFVq. ἐπεί] om. F. 14. τόν] (alt.) τό φ (non F). 16. ΕΖ] ΘΖ φ (non F). ΖΛ] ΛΖ Bq.

trahuntur, erit ut excessus secundi ad primum, ita excessus ultimi ad omnes praecedentes.

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales A, $B\Gamma$, Δ, EZ ab A minimo incipientes, et ab $B\Gamma$, EZ



numero A aequales subtrahantur BH, $Z\Theta$. dico, esse $H\Gamma : A = E\Theta : A + B\Gamma + \Delta$.

ponatur enim $ZK = B\Gamma$ et $Z\Lambda = \Delta$. et quoniam est $ZK = B\Gamma$ et $Z\Theta = BH$, erit $\Theta K = H\Gamma$. et quoniam est $EZ : \Delta = \Delta : B\Gamma = B\Gamma : A$ [VII, 13], et $\Delta = Z\Lambda$, $B\Gamma = ZK$, $A = Z\Theta$, erit

$$EZ : Z\Lambda = \Lambda Z : ZK = ZK : Z\Theta.$$

subtrahendo [VII, 11. 13] erit

$$E\Lambda : \Lambda Z = \Lambda K : ZK = K\Theta : Z\Theta.$$

itaque etiam ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [VII, 12]. itaque erit

$$K\Theta : Z\Theta = E\Lambda + \Lambda K + K\Theta : \Lambda Z + ZK + \Theta Z.$$

uerum est $K\Theta = \Gamma H$, $Z\Theta = A$,

$$\Lambda Z + ZK + \Theta Z = \Delta + B\Gamma + A.$$

---

17. ΛZ] $Z\Lambda$ FV. ZK] (alt.) KZ P. 18. ἄρα ὡς V. τόν] om. q. 19. ZK] KZ F. $K\Theta$] Θ e corr. m. 1 q. καί] om. V. 22. τόν] om. F. οἱ] ὁ F. 23. ΛZ] corr. ex AZ m. 1 q. ZK] KZ BVq. ΘZ] $Z\Theta$ P. 24. ΓH] P, BH BFVq. δέ] (prius) m. 2 V. ZK] KZ BVq. ΘZ] $Z\Theta$ P.

τοῖς Δ, ΒΓ, Α· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ ΓΗ πρὸς τὸν Α, οὕτως ὁ ΕΘ πρὸς τοὺς Δ, ΒΓ, Α. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ πάντας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λϛ'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐκτεθῶσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, ἕως οὗ ὁ σύμπας συντεθεὶς πρῶτος γένηται, καὶ ὁ σύμπας ἐπὶ τὸν ἔσχατον πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος τέλειος ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ μονάδος ἐκκείσθωσαν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, ἕως οὗ ὁ σύμπας συντεθεὶς πρῶτος γένηται, οἱ Α, Β, Γ, Δ, καὶ τῷ σύμπαντι ἴσος ἔστω ὁ Ε, καὶ ὁ Ε τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν ΖΗ ποιείτω. λέγω, ὅτι ὁ ΖΗ τέλειός ἐστιν.

Ὅσοι γάρ εἰσιν οἱ Α, Β, Γ, Δ τῷ πλήθει, τοσοῦτοι ἀπὸ τοῦ Ε εἰλήφθωσαν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ οἱ Ε, ΘΚ, Λ, Μ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Μ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν Ε, Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Α, Μ. καί ἐστιν ὁ ἐκ τῶν Ε, Δ ὁ ΖΗ· καὶ ὁ ἐκ τῶν Α, Μ ἄρα ἐστὶν ὁ ΖΗ. ὁ Α ἄρα τὸν Μ πολλαπλασιάσας τὸν ΖΗ πεποίηκεν· ὁ Μ ἄρα τὸν ΖΗ μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ

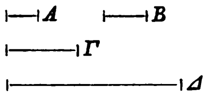
---

1. ἔστιν ἄρα — 2: Δ, ΒΓ, Α] om. q. 1. ΓΗ] P; ΗΒ F; ΒΗ BV. 2. ΕΘ] Ε postea insert. F. τούς] om. F. 4. ἅπαντας F. 5. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bq. Post δεῖξαι in P add. lin. 7 — 21: τὸν Μ cum quibusdam discrepantiis (P_2), dein περιττὸν ἐχέτω, et deinde p. 404, 7 — 19 (P_2), in mg. περιττόν et in fine τὸ περιττὸν τοῦτο σφάλμα ἐστίν. 9. σύμπας σὺν τῇ μονάδι F. 11. ἔσται τέλειος q. 12. ὁσοιδη-

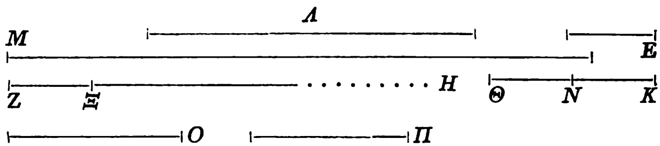
itaque $\Gamma H : A = E\Theta : \Delta + B\Gamma + A$. ergo est ut excessus secundi ad primum, ita excessus ultimi ad omnes praecedentes; quod erat demonstrandum.

XXXVI.

Si ab unitate quotlibet numeri deinceps in proportione duplicata proponuntur, donec totus ex omnibus compositus primus fiat, et totus ultimum multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus inde productus perfectus erit.



Nam ab unitate proponantur quotlibet numeri in proportione duplicata, donec totus ex omnibus com-



positus primus fiat, A, B, Γ, Δ, et toti aequalis sit E, et sit $E \times \Delta = ZH$. dico, ZH perfectum esse.

nam quot sunt A, B, Γ, Δ multitudine, totidem ab E sumantur in proportione duplicata E, ΘK, Λ, M. itaque ex aequo erit [VII, 14] $A : \Delta = E : M$. itaque $E \times \Delta = A \times M$ [VII, 19]. et $E \times \Delta = ZH$. quare $A \times M = ZH$. A igitur numerum M multiplicans numerum ZH effecit. quare M numerum ZH

ποτοῦν] P₂ BFVq, ὁποσοιοῦν P. 13. οὖ] om. P₂. σύμπας σὺν τῇ μονάδι F. 14. Γ, Δ] om. P₂. 15. σύμπαντι σὺν τῇ μονάδι F. 19. ἀναλογίαν φ (non F). 20. ΘK] K in ras. m. 2 V.

Α μονάδας. καί ἐστι δυὰς ὁ *Α*· διπλάσιος ἄρα ἐστὶν ὁ *ΖΗ* τοῦ *Μ*. εἰσὶ δὲ καὶ οἱ *Μ*, *Λ*, *ΘΚ*, *Ε* ἑξῆς διπλάσιοι ἀλλήλων· οἱ *Ε*, *ΘΚ*, *Λ*, *Μ*, *ΖΗ* ἄρα ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ. ἀφῃρήσθω δὴ ἀπὸ τοῦ δευτέρου τοῦ *ΘΚ* καὶ τοῦ ἐσχάτου τοῦ *ΖΗ* τῷ πρώτῳ τῷ *Ε* ἴσος ἑκάτερος τῶν *ΘΝ*, *ΖΞ*· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ πάντας. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *ΝΚ* πρὸς τὸν *Ε*, οὕτως ὁ *ΞΗ* πρὸς τοὺς *Μ*, *Λ*, *ΚΘ*, *Ε*. καί ἐστιν ὁ *ΝΚ* ἴσος τῷ *Ε*· καὶ ὁ *ΞΗ* ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς *Μ*, *Λ*, *ΘΚ*, *Ε*. ἔστι δὲ καὶ ὁ *ΖΞ* τῷ *Ε* ἴσος, ὁ δὲ *Ε* τοῖς *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ* καὶ τῇ μονάδι. ὅλος ἄρα ὁ *ΖΗ* ἴσος ἐστὶ τοῖς τε *Ε*, *ΘΚ*, *Λ*, *Μ* καὶ τοῖς *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ* καὶ τῇ μονάδι· καὶ μετρεῖται ὑπ' αὐτῶν. λέγω, ὅτι καὶ ὁ *ΖΗ* ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *ΘΚ*, *Λ*, *Μ* καὶ τῆς μονάδος. εἰ γὰρ δυνατόν, μετρείτω τις τὸν *ΖΗ* ὁ *Ο*, καὶ ὁ *Ο* μηδενὶ τῶν *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *ΘΚ*, *Λ*, *Μ* ἔστω ὁ αὐτός. καὶ ὁσάκις ὁ *Ο* τὸν *ΖΗ* μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ *Π*· ὁ *Π* ἄρα τὸν *Ο* πολλαπλασιάσας τὸν *ΖΗ* πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ *Ε* τὸν *Δ* πολλαπλασιάσας τὸν *ΖΗ* πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Ε* πρὸς τὸν *Π*, ὁ *Ο* πρὸς τὸν *Δ*. καὶ ἐπεὶ ἀπὸ μονάδος ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσιν οἱ *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, ὁ *Δ* ἄρα ὑπ' οὐδενὸς

---

2. *Ε*] om. F. 3. Post *Ε* in F insert. *Θ* m. 2. ἑξῆς] om. F. 5. δή] corr. ex δέ m. 1 F. 6. τῶν] ὁ in ras. P. 10. ὁ] (alt.) ὡς ὁ F. 11. τῷ *Ε* ἴσος F. ἐστίν P. 12. ἔστιν P. *ΖΞ*] *ΞΖ* P. 13. ἴσος ἐστί] supra m. 1 F. 18. ὁ *Ο*] (alt.) supra m. 1 F. 19. ὁ] om. B. 21. *Π*] (alt.) *Ο* P. *Ο*] *Π* P. 22. *ΖΗ*] *Η* supra m. 1 F. 23. *ΖΗ*] *Ζ* eras. V. Post πεποίηκεν add. F: ὁ ἄρα ἐκ τῶν *Ε*, *Δ* ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν

secundum unitates numeri A metitur. et A binarius est. ergo $ZH = 2M$. uerum etiam M, Λ, ΘK, E deinceps inter se duplices sunt. quare E, ΘK, Λ, M, ZH deinceps proportionales sunt in proportione duplicata. iam a secundo ΘK et ultimo ZH primo E aequales subtrahantur ΘN, $Z\Xi$. itaque erit ut excessus secundi ad primum, ita excessus ultimi ad omnes praecedentes [prop. XXXV]. erit igitur

$$NK : E = \Xi H : M + \Lambda + K\Theta + E.$$

est autem $NK = E$.[1]) quare etiam

$$\Xi H = M + \Lambda + \Theta K + E.$$

uerum etiam

$$Z\Xi = E \text{ et } E = A + B + \Gamma + \Delta + 1.$$

quare erit totus

$$ZH = E + \Theta K + \Lambda + M + A + B + \Gamma + \Delta + 1.$$

et hi eum metiuntur. dico, etiam nullum alium ZH numerum metiri praeter A, B, Γ, Δ, E, ΘK, Λ, M et unitatem. nam si fieri potest, metiatur O numerum ZH, neu O ulli numerorum A, B, Γ, Δ, E, ΘK, Λ, M aequalis sit. et quoties O numerum ZH metitur, tot unitates sint in Π. ergo $\Pi \times O = ZH$. uerum etiam $E \times \Delta = ZH$. quare est [VII, 19] $E : \Pi = O : \Delta$. et quoniam ab unitate deinceps proportionales sunt A, B, Γ, Δ, numerum Δ nullus alius metietur nume-

1) Nam $\Theta K = 2E$ et $\Theta N = E$.

Π, O. ἄρα] om. F. 25. εἰσιν ἀνάλογον BV. ἀριθμοὶ οἱ Theon (BFVq). Post Γ, Δ add. BV: ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ A πρῶτός ἐστι· δυὰς γάρ.

ἄλλου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν Α, Β, Γ. καὶ ὑπόκειται ὁ Ο οὐδενὶ τῶν Α, Β, Γ ὁ αὐτός· οὐκ ἄρα μετρήσει ὁ Ο τὸν Δ. ἀλλ' ὡς ὁ Ο πρὸς τὸν Δ, ὁ Ε πρὸς τὸν Π· οὐδὲ ὁ Ε ἄρα τὸν Π μετρεῖ. καί ἐστιν ὁ Ε πρῶτος· πᾶς δὲ πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός [ἐστιν]. οἱ Ε, Π ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἑπόμενος τὸν ἑπόμενον· καί ἐστιν ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Π, ὁ Ο πρὸς τὸν Δ· ἰσάκις ἄρα ὁ Ε τὸν Ο μετρεῖ καὶ ὁ Π τὸν Δ. ὁ δὲ Δ ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρεῖται παρὲξ τῶν Α, Β, Γ· ὁ Π ἄρα ἑνὶ τῶν Α, Β, Γ ἐστιν ὁ αὐτός. ἔστω τῷ Β ὁ αὐτός. καὶ ὅσοι εἰσὶν οἱ Β, Γ, Δ τῷ πλήθει τοσοῦτοι εἰλήφθωσαν ἀπὸ τοῦ Ε οἱ Ε, ΘΚ, Λ. καί εἰσιν οἱ Ε, ΘΚ, Λ τοῖς Β, Γ, Δ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Δ, ὁ Ε πρὸς τὸν Λ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν Β, Λ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Δ, Ε· ἀλλ' ὁ ἐκ τῶν Δ, Ε ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Π, Ο· καὶ ὁ ἐκ τῶν Π, Ο ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Β, Λ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Π πρὸς τὸν Β, ὁ Λ πρὸς τὸν Ο. καί ἐστιν ὁ Π τῷ Β ὁ αὐτός· καὶ ὁ Λ ἄρα τῷ Ο ἐστιν ὁ αὐτός· ὅπερ ἀδύνατον· ὁ γὰρ Ο ὑπόκειται μηδενὶ τῶν ἐκκειμένων ὁ αὐτός. οὐκ ἄρα τὸν ΖΗ μετρήσει τις ἀριθμὸς παρὲξ τῶν

---

1. καὶ ὑπόκειται ὁ] ὁ δέ BFVq. 2. Γ] Γ ἐστιν FVq. 3. Ο] (prius) Π B. 4. τὸν] (prius) om. F. μετρήσει V. 5. πᾶς] ἅπας BVq. πᾶς δὲ πρῶτος] om. F. 6. μετρῇ F. ἐστιν] om. P. 9. ἔχοντας αὐτοῖς V. 11. Ο] Π φ (non F). Ε] corr. ex Ο m. 1 F. Ο] e corr. F. 13. Β] (alt.) om. q. 16. Β] Ε B. 19. Δ, Ε] Ε, Δ q. ἀλλά P. Δ, Ε] Ε,

rus praeter A, B, Γ [prop. XIII]. et suppositum est, O nulli numerorum A, B, Γ aequalem esse. quare O numerum Δ non metietur. est autem $O : \Delta = E : \Pi$. itaque ne E quidem numerum Π metitur [VII def. 20]. et E primus est. omnis autem primus numerus ad omnem, quem non metitur, primus est [VII, 29]. ergo E, Π inter se primi sunt. primi autem etiam minimi sunt [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem; et est

$$E : \Pi = O : \Delta.$$

itaque E numerum O et Π numerum Δ aequaliter metitur. Δ autem numerum nullus alius metitur praeter A, B, Γ. itaque Π alicui numerorum A, B, Γ aequalis est. sit $\Pi = B$. et quot sunt multitudine B, Γ, Δ, totidem sumantur ab E numeri E, ΘK, Λ. et E, ΘK, Λ in eadem ratione sunt ac B, Γ, Δ. itaque ex aequo erit [VII, 14] $B : \Delta = E : \Lambda$. quare

$$B \times \Lambda = \Delta \times E \text{ [VII, 19].}$$

sed $\Delta \times E = \Pi \times O$. quare etiam

$$\Pi \times O = B \times \Lambda.$$

itaque $\Pi : B = \Lambda : O$ [VII, 19]. et $\Pi = B$. itaque etiam $\Lambda = O$; quod fieri non potest. nam suppositum est, O nulli numerorum propositorum aequalem esse. itaque nullus numerus numerum ZH me-

---

Δ q. 22. B] (prius) e corr. q. 23. Λ] O φ (non F). O] Λ φ (non F.). 24. ἐγκειμένων FV. 25. μετρεῖ P.

Α, Β, Γ, Δ, Ε, ΘΚ, Λ, Μ καὶ τῆς μονάδος. καὶ ἐδείχθη ὁ ΖΗ τοῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, ΘΚ, Λ, Μ καὶ τῇ μονάδι ἴσος. τέλειος δὲ ἀριθμός ἐστιν ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν· τέλειος ἄρα ἐστὶν ὁ ΖΗ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

1. *Λ, Μ*] insert. m. 2 in fine lin. F; leg. m. 1 in init. seq., del. m. 2. Post *μονάδος* add. Theon: *οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, ΘΚ, Λ, Μ ἄρα μόνοι καὶ ἡ μονὰς μετροῦσι τὸν ΖΗ* (BFVq). In fine: *Εὐκλείδου στοιχείων ϑ'* P, *Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδο. ϑ'* F.

titur praeter A, B, Γ, Δ, E, ΘK, Λ, M et unitatem.[1]) et demonstratum est, esse

$$ZH = A + B + \Gamma + \Delta + E + \Theta K + \Lambda + M + 1.$$

perfectus autem numerus is est, qui partibus suis aequalis est [VII def. 22]. ergo ZH perfectus est; quod erat demonstrandum.

---

1) Ii autem metiuntur numerum ZH; p. 410, 15.

APPENDIX.

V, 19 πόρ.

Γεγόνασι δὲ οἱ λόγοι καὶ ἐπὶ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων καὶ ἐπὶ τῶν ἀναλογιῶν, ἐπειδήπερ ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου, ἔσται καὶ ὡς τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον, οὕτως τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον. οὐκέτι δὲ καὶ ἀντιστρέφει· ἐὰν ᾖ ὡς πρῶτον πρὸς δεύτερον, οὕτως τρίτον πρὸς τέταρτον, οὐ πάντως ἔσται καὶ τὸ μὲν πρῶτον τοῦ δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον τὸ δὲ τρίτον τοῦ τετάρτου, καθάπερ ἐπὶ τῶν ἡμιολίων ἢ ἐπιτρίτων λόγων ἢ τῶν τοιούτων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VI, 20.

Ἄλλως.

Δείξομεν δὴ καὶ ἑτέρως προχειρότερον ὁμόλογα τὰ τρίγωνα.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ πάλιν τὰ ΑΒΓΔΕ, ΖΗΘΚΛ πολύγωνα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΕ, ΕΓ, ΗΛ, ΛΘ. λέγω, ὅτι ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ, οὕτως τὸ ΕΒΓ πρὸς τὸ ΛΗΘ καὶ τὸ ΓΔΕ πρὸς τὸ

---

1. In textu post *δεῖξαι* p. 56, 3 habent BFVp, ed. Basil.; mg. m. 1 P. 3. *ἐπί*] om. F. *πρῶτος* P. 4. *πολλαπλάσιον ᾖ* F. 5. *ἔσται καί*] corr. ex *καὶ ἔσται* m. 1 V. *τό*] (alt.) om. F. 7. *ἀναστρέφει* P. *ἐὰν γάρ* ed. Basil. *ὡς τό* P, ed. Basil. *πρὸς τό* P. 8. *τὸ τρίτον πρὸς τό* P. 10. *ἡμιολίων λόγων* p. 11. *λόγων*] φ, om. *ἢ τῶν τοιούτων*, sed in lin. seq. leg. a m. 1: *λόγων ἢ τῶν τοιούτων* (euan.); om. P. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] *ὅπερ* F; om. P. 12. PBFVp; cfr. Campanus.

V, 19 coroll.

Hae rationes autem et de aeque multiplicibus et de proportionibus ualent, quoniam si primum secundi aeque multiplex est ac tertium quarti, erit etiam ut primum ad secundum, ita tertium ad quartum. uerum conuerti non potest; neque enim si est ut primum ad secundum, ita tertium ad quartum, ideo semper erit primum secundi aeque multiplex et tertium quarti, uelut in rationibus sesqualteris uel sesquitertiis uel similibus; quod erat demonstrandum.

VI, 20.

Aliter.[1]

Iam aliter quoque promptius demonstrabimus, triangulos correspondentes esse.

ponantur enim rursus polygona $AB\Gamma\Delta E$, $ZH\Theta K\Lambda$, et ducantur BE, $E\Gamma$, $H\Lambda$, $\Lambda\Theta$. dico, esse

$$ABE : ZH\Lambda = EB\Gamma : \Lambda H\Theta = \Gamma\Delta E : \Theta K\Lambda.$$

1) Campanus VI, 18: „aliter potest demonstrari secundum." deinde eodem modo, quo hic fit, demonstrat, triangulos correspondentes esse, et inde concludit de polygonis totis.

13. ἄλλως] om. B, m. 2 FV; κβ' p, F mg. m. 1. 16. γάρ] m. 2 F. Post Θ ras. 1 litt. V. 18. Post ὅτι add. ἐστίν BVp, F m. 2. ZΛH F, Λ in ras. m. 2 V.

ΘΚΛ. ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΖΗΛ τριγώνῳ, τὸ ΑΒΕ ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΗΛ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΗΛΘ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΗΛ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΒΕ τρίγωνον πρὸς τὸ ΖΗΛ τρίγωνον, οὕτως τὸ ΒΕΓ πρὸς τὸ ΗΛΘ. πάλιν ἐπεὶ ὅμοιόν [ἐστι] τὸ ΕΒΓ τρίγωνον τῷ ΛΗΘ τριγώνῳ, τὸ ΕΒΓ ἄρα πρὸς τὸ ΛΗΘ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΕ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΘΛ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΓΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΛΘΚ τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΘΛ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΒΕΓ τρίγωνον πρὸς τὸ ΛΗΘ, οὕτως τὸ ΓΕΔ πρὸς τὸ ΛΘΚ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ ΕΒΓ πρὸς τὸ ΛΗΘ, οὕτως τὸ ΑΒΕ πρὸς τὸ ΖΗΛ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒΕ πρὸς τὸ ΖΗΛ, οὕτως τὸ ΒΕΓ πρὸς τὸ ΗΛΘ καὶ τὸ ΕΓΔ πρὸς τὸ ΛΘΚ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VI, 27.

Ἄλλως.

Ἔστω γὰρ πάλιν ἡ ΑΒ τμηθεῖσα δίχα κατὰ τὸ Γ

---

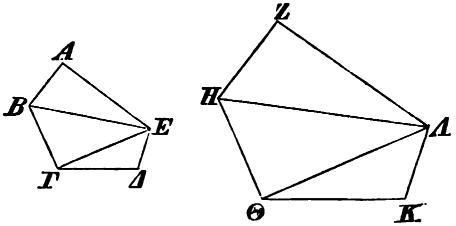
1. *ἐστι*] m. 2 F. 2. *ἄρα*] om. V. 4. *ΒΕΓ*] *Ἐ'ΒΓ* F. 7. Post *ΒΕΓ* add. *τρίγωνον* Bp, m. 2 FV. 8. *ἐστι*] om. P. 10. *εὐθεῖα*] m. 2 V. 11. *ΕΓΔ*] corr. ex *ΓΕΔ* m. 1 p. *πρὸς τὸ ΛΘΚ τρίγωνον*] mg. m. 2 B, om. p; *διπλασίονα λόγον ἔχει πρός* in ras. m. 2 F; seq. *τὸ ΛΘΚ τρίγωνον* m. 1. 12. *διπλασίονα λόγον ἔχει*] in ras. m. rec. F. 13. *ΒΕΓ*] *ΕΒΓ* P. 14. *ΓΕΔ*] *ΕΓΔ* P. 15. *ΑΒΕ πρός*] in ras. m. 2 V, seq. *πρός* m. 1. 16. *καὶ ὡς ἄρα* — 17: *ΒΕΓ πρός*] in ras. F. 17. *ΒΕΓ*] *Β* in ras. m. 2 V. Post *ΛΘΚ* add. BVp: *καὶ ὡς ἄρα ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα καὶ τὰ λοιπά ὡς ἐν τῇ προτέρᾳ δείξει*; idem F, sed postea insert. in ras. 19. Post

nam quoniam $AB E \sim ZH\Lambda$, erit [VI, 19]

$$AB E : ZH\Lambda = BE^2 : H\Lambda^2.$$

eadem de causa erit etiam

$$BE\Gamma : H\Lambda\Theta = BE^2 : H\Lambda^2.$$



itaque $ABE : ZH\Lambda = BE\Gamma : H\Lambda\Theta$. rursus quoniam $EB\Gamma \sim \Lambda H\Theta$, erit $EB\Gamma : \Lambda H\Theta = \Gamma E^2 : \Theta\Lambda^2$. eadem de causa etiam erit $E\Gamma\Delta : \Lambda\Theta K = \Gamma E^2 : \Theta\Lambda^2$. itaque $BE\Gamma : \Lambda H\Theta = \Gamma E\Delta : \Lambda\Theta K$. sed demonstratum est etiam $EB\Gamma : \Lambda H\Theta = ABE : ZH\Lambda$. ergo etiam

$$ABE : ZH\Lambda = BE\Gamma : H\Lambda\Theta = E\Gamma\Delta : \Lambda\Theta K;$$

quod erat demonstrandum.

VI, 27.

Aliter.[1])

Nam rursus AB in Γ in duas partes aequales di-

1) Est alter casus prop. 27. locum interpolatum esse, supra demonstraui. cum in P in mg. m. rec. addatur, ueri simile est, eum a Theone profectum esse. Campanus VI, 26: „idem etiam esset, si superficies *af* (= AE) fieret altior superficie *cd* (= $\Delta\Lambda$), ut uidere potes in secunda figura".

δεῖξαι VI, 27 extr. BFVp; mg. m. rec. P; similia habet Campanus VI, 26. 21. λα' mg. p.

καὶ παραβληθὲν τὸ ΑΔ ἐλλεῖπον εἴδει τῷ ΔΒ, καὶ παραβεβλήσθω πάλιν παρὰ τὴν ΑΒ τὸ ΑΕ παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον τῷ ΕΒ ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῷ ΔΒ. λέγω, ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβληθὲν τὸ ΑΔ τοῦ ΑΕ.

Ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΕΒ τῷ ΔΒ, περὶ τὴν αὐτήν εἰσι διάμετρον. ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ ΕΒ καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΛΖ τῷ ΛΘ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΖΗ τῇ ΗΘ, μεῖζον ἄρα τὸ ΛΖ τοῦ ΚΕ. ἴσον δὲ τὶ ΛΖ τῷ ΔΛ. μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ΔΛ τοῦ ΕΚ. κοινὸν [προσκείσθω] τὸ ΚΔ. ὅλον ἄρα τὸ ΑΔ ὅλου τοῦ ΑΕ μεῖζόν ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VI, 30.

Ἄλλως.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ. δεῖ δὴ τὴν ΑΒ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

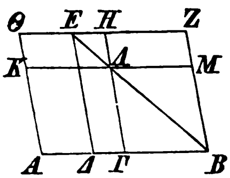
Τετμήσθω γὰρ ἡ ΑΒ κατὰ τὸ Γ ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ τετραγώνῳ. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΓΑ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ. ἡ ΑΒ ἄρα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ Γ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

1. ΔΒ] ΑΒ φ (non F). 2. ΑΕ] ΔΘ corr. ex ΑΘ FV. 3. τῷ] τό F. 4. τῷ ΔΒ] PBp; mutat. in τῆς ΑΒ m. 2 F; τῆς ΒΑ (supra est ras.) τῷ ΔΒ V. 10. ΛΖ] corr. ex ΑΖ m. rec. F. 11. ΚΕ] in ras. m. 2 V. ἴσον δέ — 12: τοῦ ΕΚ] bis Bp et V mg. m. 2. 12. καί] supra m. 1 p (priore loco, in repetitione in textu est). προσκείσθω] Pp; om. BF; ἔστω V. 15. PBFVp. 16. ἄλλως] mg. Fp, iidem add. λε' (in F del. m. rec.). 17. τὴν ΑΒ εὐθεῖαν FV. 20. ΓΑ]

uidatur, et adplicetur $A\Lambda$ deficiens figura ΛB, et rursus rectae AB adplicetur parallelogrammum AE deficiens figura EB simili et similiter posita quadrato dimidiae AB. dico, esse $A\Lambda > AE$.

nam quoniam $EB \sim \Lambda B$, circum eandem diametrum sunt [VI, 26]. eorum diametrus sit EB, et describatur figura [p. 161 not. 1]. et quoniam est $\Lambda Z = \Lambda\Theta$, quoniam $ZH = H\Theta$, erit $\Lambda Z > KE$. uerum $\Lambda Z = \Delta\Lambda$ [I, 43]. quare etiam $\Delta\Lambda > EK$. commune adiiciatur $K\Delta$. ergo $A\Lambda > AE$; quod erat demonstrandum.



VI, 30.

Aliter.[1]

Sit data recta AB. oportet igitur rectam AB secundum rationem extremam et mediam secare.

secetur enim AB in Γ ita, ut sit



$$AB \times B\Gamma = \Gamma A^2 \text{ [II, 11].}$$

iam quoniam $AB \times B\Gamma = \Gamma A^2$, erit [VI, 17]

$$BA : A\Gamma = A\Gamma : \Gamma B.$$

itaque AB in Γ secundum extremam et mediam rationem secta est; quod oportebat fieri.

---

1) Habet Campanus VI, 29: „idem etiam potest demonstrari ex 11 secundi."

A e corr. F; $A\Gamma$ P. 22. BA] AB P. 23. ἄρα] om. B ἄρα AB V.

VI, 31.

Ἄλλως.

Ἐπεὶ τὰ ὅμοια σχήματα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν, τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἄρα εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ εἶδος διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ. ἔχει δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἤπερ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ εἶδος, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τετράγωνον. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΑ εἶδος, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΑ τετράγωνον. ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ εἴδη, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετράγωνα. ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις [τε] καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

VI, 33.

Λέγω, ὅτι καὶ ὡς ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ περιφέρειαν, οὕτως ὁ ΗΒΓ τομεὺς πρὸς τὸν ΘΕΖ τομέα.

---

1. PBFVp. 3. λζʹ Fp. ἐστί] εἰσί V. 5. ἔχῃ φ. 6. ΓΒ] in ras. V m. 2. 7. τό] τήν φ. 8. ΓΒ] mut. in ΒΓ m. 2 V. ΒΑ. καί] ΒΓ φ (non F). 9. ΓΒ] in ras. m. 2 V, ΓΑ φ (non F). εἶδος — 10: ΓΒ] mg. m. 1 F. 10. εἶδος] om. V. ΓΒ] in ras. m. 2 V. 11. δή] om. P. 12. εἶδος] (alt.) om. V. 13. ΒΓ] e corr. m. 1 p. 14. ΓΑ] e corr.

VI, 31.

Aliter.[1]

Quoniam similes figurae in duplicata ratione sunt laterum correspondentium [VI, 20] figura in $B\Gamma$ descripta ad figuram in BA descriptam duplicatam rationem habebit quam $\Gamma B : BA$. uerum etiam quadratum in $B\Gamma$ descriptum ad quadratum in BA descriptum duplicatam rationem habebit quam ΓB ad BA. quare etiam figura in ΓB descripta ad figuram in BA descriptam eandem rationem habebit quam $\Gamma B^2 : BA^2$. eadem de causa etiam figura in $B\Gamma$ descripta ad figuram in ΓA descriptam eandem rationem habebit quam $B\Gamma^2 : \Gamma A^2$. quare etiam ut figura in $B\Gamma$ descripta ad figuras in BA, $A\Gamma$ descriptas, ita erit

$$B\Gamma^2 : BA^2 + A\Gamma^2.$$

uerum $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$ [I, 47]. ergo etiam figura in $B\Gamma$ descripta aequalis est figuris in BA, $A\Gamma$ similibus et similiter descriptis; quod erat demonstrandum.

VI, 33.[2]

Dico, esse etiam

$$\text{arc. } B\Gamma : \text{arc. } EZ = \text{sect. } HB\Gamma : \text{sect. } \Theta EZ.$$

---

1) U. fig. VI, 31.
2) Additamentum est Theonis post finem VI, 33; u. ibid. not.

---

m. 1 p. ὡς] insert. m. 1 p. 15. εἴδη] εἶδος φ (non F). 16. τετράγωνα] τετράγων̄ F, τετράγωνον φ. 19. εἴδεσιν BFp. τοῖς] om. Bp. 20. τε] om. BFVp. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. BFVp. 21. BFVp, P mg. m. rec. 22. μ′ mg. p. καί] om. p. 23. ΘEZ] litt. EZ in ras. m. 1 V.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΓ, ΓΚ. καὶ ληφθέντων ἐπὶ τῶν ΒΓ, ΓΚ περιφερειῶν τῶν Ξ, Ο σημείων ἐπεζεύχθωσαν καὶ αἱ ΒΞ, ΞΓ, ΓΟ, ΟΚ.

Καὶ ἐπεὶ δύο αἱ ΒΗ, ΗΓ δυσὶ ταῖς ΓΗ, ΗΚ ἴσαι εἰσὶ καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν, καὶ βάσις ἡ ΒΓ τῇ ΓΚ ἐστιν ἴση, ἴσον ἄρα [ἐστὶ] καὶ τὸ ΗΒΓ τρίγωνον τῷ ΗΓΚ τριγώνῳ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΓΚ περιφερείᾳ, καὶ ἡ λοιπὴ εἰς τὸν ὅλον κύκλον περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ λοιπῇ εἰς τὸν ὅλον κύκλον περιφερείᾳ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΞΓ τῇ ὑπὸ ΓΟΚ ἐστιν ἴση· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΞΓ τμῆμα τῷ ΓΟΚ τμήματι. καί εἰσιν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν τῶν ΒΓ, ΓΚ. τὰ δὲ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΒΞΓ τμῆμα τῷ ΓΟΚ τμήματι. ἔστι δὲ καὶ τὸ ΗΒΓ τρίγωνον τῷ ΗΓΚ τριγώνῳ ἴσον· καὶ ὅλος ἄρα ὁ ΒΗΓ τομεὺς ὅλῳ τῷ ΗΓΚ τομεῖ ἴσος ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ ΗΚΛ τομεὺς ἑκατέρῳ τῶν ΗΒΓ, ΗΓΚ ἴσος ἐστίν. οἱ τρεῖς ἄρα τομεῖς οἱ ΗΒΓ, ΗΓΚ, ΗΛΚ ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ ΘΕΖ, ΘΖΜ, ΘΜΝ τομεῖς ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν. ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΒ περιφέρεια τῆς ΒΓ περιφερείας, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ὁ ΗΒΛ τομεὺς τοῦ ΗΒΓ τομέως. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁσαπλασίων

2. Ante ἐπί del. τῶν p. ΓΚ] Γ corr. ex Κ m. 1 p. 4. ΗΚ] Κ e corr. m. 2 V. 5. εἰσίν BF. περιέχουσι PFp; περιέχουσαι V, corr. m. 2. 6. ἐστί] om. BVp, insert. m. 1 F. ΒΗΓ P. 7. Post τριγώνῳ add. Bp: καὶ ἡ ΒΓ περιφέρεια τῇ ΓΚ περιφερείᾳ. 8. ἡ λοιπή] F; λοιπή Bp; ἡ λοιπὴ ἡ PV. 9. ὅλον] ΑΒΓ PV. ἴση] ἡ ΚΑΓ ἴση F. ἐστί] om. P, ἐστίν B. τῇ] om. V. λοιπῇ] om. P; λοιπῇ τῇ V. 10. ὅλον] Bp, αὐτὸν ΑΒΓ PV, om. F. ὥστε] post ras. 1 litt. V, τῇ ΓΑΒ· ὥστε F. 11. γωνίᾳ τῇ V. 13. ΓΚ] ΚΓ m. 2 V.

Ducantur enim $B\Gamma$, ΓK[1]), et in arcubus $B\Gamma$, ΓK sumptis punctis Ξ, O ducantur etiam $B\Xi$, $\Xi\Gamma$, ΓO, OK. et quoniam $BH = HK$ et $H\Gamma = H\Gamma$, et aequales angulos comprehendunt, et $B\Gamma = \Gamma K$ [III, 29], erit etiam $\triangle\, HB\Gamma = H\Gamma K$ [I, 4]. et quoniam

$$\text{arc. } B\Gamma = \text{arc. } \Gamma K,$$

erit etiam arc. $B\Delta\Gamma =$ arc. $\Gamma\Delta K$. quare etiam

$$\angle\, B\Xi\Gamma = \angle\, \Gamma OK \text{ [III, 27].}$$

ergo segmentum $B\Xi\Gamma$ simile est segmento ΓOK [III def. 11]. et in aequalibus sunt rectis $B\Gamma$, ΓK. quae autem in aequalibus rectis sunt segmenta circulorum similia, inter se aequalia sunt [III, 24]. ergo

$$\text{segm. } B\Xi\Gamma = \text{segm. } \Gamma OK.$$

uerum etiam $\triangle\, HB\Gamma = \triangle\, H\Gamma K$. itaque

$$\text{sect. } BH\Gamma = \text{sect. } H\Gamma K.$$

eadem de causa etiam sect. $HK\Delta =$ sect. $HB\Gamma =$ sect. $H\Gamma K$. itaque tres sectores $HB\Gamma$, $H\Gamma K$, $H\Delta K$ inter se aequales sunt. eadem de causa etiam sectores ΘEZ, ΘZM, ΘMN inter se aequales sunt. itaque quoties arcus ΔB multiplex est arcus $B\Gamma$, toties etiam sector $HB\Delta$ sectoris $HB\Gamma$ multiplex est. eadem de

1) U. fig. VI, 33.

δέ] δ' F. 14. ἀλλήλοις] -λοις in ras. F. ἐστίν F. 15. $HB\Gamma$] HB in ras. m. 2 V. 16. -γωνον τῷ $H\Gamma K$ τριγώνῳ ἴσον in ras. m. 2 F. 17. $BH\Gamma$] $HB\Gamma$ P, V m. 2. $HK\Gamma$ P, V m. 2. ἐστί BV, comp. Pp. 18. $HB\Gamma$, $H\Gamma K$] prius Γ et K e corr. m. 2 V, $B\Gamma$, HK Bp. 19. ἐστί V. οἱ] (alt.) ὁ P. $HB\Gamma$] HB corr. ex BH V m. 2, in ras. F. $H\Gamma K$] $H\Gamma$ corr. ex ΓH m. 2 V. 20. $H\Delta K$] $KHK\Delta$ P, $HK\Delta$ corr. ex $KH\Delta$ m. 2 V. εἰσί Vp. διά — 21: εἰσίν] om. P. 20. οἱ] corr. ex ὁ m. 1 F. 21. ΘZM] M insert. m. 1 F. 22. ΔB] Δ in ras. V. $B\Gamma$] in ras. m. 2 V. 23. $HB\Delta$] B add. m. recentiss. P; $H\Delta B$ Bp, V in ras. m. 2.

ἐστὶν ἡ *NE* περιφέρεια τῆς *EZ* περιφερείας, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ὁ *ΘEN* τομεὺς τοῦ *ΘEZ* τομέως. εἰ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ *BΛ* περιφέρεια τῇ *EN* περιφερείᾳ, ἴσος ἐστὶ καὶ ὁ *BHΛ* τομεὺς τῷ *EΘN* τομεῖ, καὶ εἰ ὑπερέχει ἡ *BΛ* περιφέρεια τῆς *EN* περιφερείας, ὑπερέχει καὶ ὁ *BHΛ* τομεὺς τοῦ *ΘEN* τομέως, καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν δύο μὲν τῶν *BΓ*, *EZ* περιφερειῶν, δύο δὲ τῶν *HBΓ*, *EΘZ* τομέων εἴληπται ἰσάκις πολλαπλάσια τῆς μὲν *BΓ* περιφερείας καὶ τοῦ *HBΓ* τομέως ἥ τε *BΛ* περιφέρεια καὶ ὁ *HBΛ* τομεύς, τῆς δὲ *EZ* περιφερείας καὶ τοῦ *ΘEZ* τομέως ἰσάκις πολλαπλάσια ἥ τε *EN* περιφέρεια καὶ ὁ *ΘEN* τομεύς· καὶ δέδεικται, ὅτι εἰ ὑπερέχει ἡ *BΛ* περιφέρεια τῆς *EN* περιφερείας, ὑπερέχει καὶ ὁ *BHΛ* τομεὺς τοῦ *EΘN* τομέως, καὶ εἰ ἴση, ἴσος, καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ *BΓ* περιφέρεια πρὸς τὴν *EZ*, οὕτως ὁ *HBΓ* τομεὺς πρὸς τὸν *ΘEZ* τομέα.

[Πόρισμα.]

Καὶ δῆλον, ὅτι καὶ ὡς ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα, οὕτως καὶ ἡ γωνία πρὸς τὴν γωνίαν.

Uulgo VII, 20.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. καὶ ἐὰν ὁ ὑπὸ

---

1. τοσαυταπλάσιος PBp. 3. περιφερείᾳ] om. V. 4. *EΘN*] BFp, *EΘH* φ et e corr. PV. 5. *BΛ*] *B* eras. B. 6. *BHΛ*] *BH* in ras. m. 2 V, *HBΛ* P. *ΘEN*] *EΘN* Fp. 7. δή] δέ p. 8. μέν] m. 2 F. 10. *BΓ*] *B* e corr. m. 1 p. 12. πολλαπλάσιον V. 13. εἰ] corr. ex ἤ V m. 2. 14. *BΛ*]

causa etiam quoties arcus *NE* multiplex est arcus *EZ*, toties etiam sector *ΘEN* sectoris *ΘEZ* multiplex est. ergo si arc. *BΛ* = arc. *EN*, erit sect. *BHΛ* = sect. *EΘN*, et si arc. *BΛ* > arc. *EN*, erit sect. *BHΛ* > sect. *ΘEN*, et si arc. *BΛ* < arc. *EN*, erit etiam sect. *BHΛ* < sect. *EΘN*. datis igitur quattuor magnitudinibus duobus arcubus *BΓ*, *EZ* et duobus sectoribus *HBΓ*, *EΘZ*, arcus *BΓ* et sectoris *HBΓ* sumpti sunt aeque multiplices arcus *BΛ* et sector *HBΛ*, arcus autem *EZ* et sectoris *ΘEZ* aeque multiplices arcus *EN* et sector *ΘEN*. et demonstratum est, si arc. *BΛ* > arc. *EN*, esse etiam sect. *BHΛ* > sect. *EΘN*, si aequalis sit, aequalem, si minor, minorem. ergo arc. *BΓ* : arc. *EZ* = sect. *HBΓ* : sect. *ΘEZ* [V def. 5]. — Corollarium. — et adparet, esse etiam, ut sector ad sectorem, ita angulum ad angulum.[1])

Uulgo VII, 20.

Si tres numeri proportionales sunt, productum extremorum aequale est quadrato medii. et si productum extremorum aequale est quadrato medii, tres numeri illi proportionales sunt.

1) Hoc corollarium, quod e genuina propositione Euclidis facile deriuatur, iam a Zenodoro usurpatur (ap. Theonem in Ptolem. p. 12 ed. Basil.: ὡς δ' ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα, ἡ ὑπὸ ΕΘΛ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ ΜΘΛ), nisi ibi Theon ipse p. 12, 4 sq. addidit.

Λ in ras. m. 2 V. 16. ἴσος] ἴση V. 18. *ΘEZ*] *ΘE* P. 19. πόρισμα] om. PBFVp. 22. FVp, B mg. m. 1, P mg. m. rec. κ' FVp. 24. ὁ] supra P.

τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν. ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ. λέγω, ὅτι ὁ ἐκ τῶν Α, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ Β. κείσθω γὰρ τῷ Β ἴσος ὁ Δ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Β, Δ. ὁ δὲ ἐκ τῶν Β, Δ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ Β· ἴσος γὰρ ὁ Β τῷ Δ. ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Γ ἴσος τῷ ἀπὸ τοῦ Β.

Ἀλλὰ δὴ ὁ ἐκ τῶν Α, Γ ἴσος ἔστω τῷ ἀπὸ τοῦ Β. λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ. ἐπεὶ γὰρ ὁ ἐκ τῶν Α, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ Β, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ Β ἴσος τῷ ὑπὸ [τῶν] Β, Δ, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Γ. ἴσος δὲ ὁ Β τῷ Δ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Β πρὸς τὸν Γ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Uulgo VII, 22.

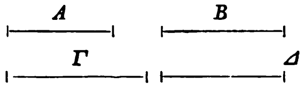
Ἐὰν ὦσι τρεῖς ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ Α, Β, Γ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος οἱ Δ, Ε, Ζ σύνδυο λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, ὡς μὲν ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ὡς δὲ ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε. λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ.

---

2. οἱ τρεῖς FV. ἀνάλογοι p. 3. οἱ] ὁ BFV. ὁ Β]

Sint tres numeri proportionales A, B, Γ, ita ut sit $A : B = B : \Gamma$. dico, esse $A \times \Gamma = B^2$. pona-



tur enim $\Delta = B$. est igitur $A : B = \Delta : \Gamma$. itaque $A \times \Gamma = B \times \Delta$ [VII, 19]. sed $B \times \Delta = B^2$; nam $B = \Delta$. ergo $A \times \Gamma = B^2$.

Iam uero sit $A \times \Gamma = B^2$. dico, esse $A : B = B : \Gamma$.

Nam quoniam $A \times \Gamma = B^2$, et $B^2 = B \times \Delta$, erit [VII, 19] $A : B = \Delta : \Gamma$. sed $B = \Delta$. ergo $A : B = B : \Gamma$; quod erat demonstrandum.

Uulgo VII, 22.

Si tres numeri dati sunt et alii iis multitudine aequales, duo simul coniuncti et in eadem ratione, et proportio eorum perturbata est, etiam ex aequo in eadem ratione erunt.

Dati sint tres numeri A, B, Γ et alii iis multitudine aequales Δ, E, Z, duo simul coniuncti in eadem ratione, et proportio eorum perturbata sit, ita ut sit $A : B = E : Z$ et $B : \Gamma = \Delta : E$. dico, etiam ex aequo esse $A : \Gamma = \Delta : Z$.

ὁ δεύτερος supra scr. β P. 4. ὁ] supra P. 7. ἐστίν V, comp. B. ἐκ τῶν] ἀπὸ τοῦ p. 8. ἐστίν V, comp. B. γάρ] corr. ex ἄρα V. 9. ἴσος ἐστί FV. 10. ἔστω] ἐστι comp. p. 12. γρ. ὑπὸ $E\Delta$ mg. F. 13. ἴσος ἐστί FV. ὑπό] ἀπό p, om. B. τῶν] τοῦ p, om. BFV. 14. B] (prius) AF, ΓB. 16. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Pp. 17. BFVp, P mg. m. rec., add. a Theone post VII, 20. κβ' PBFVp. 19. ὦσιν FV. 25. καὶ ἐν P. 29. τὸν Γ] corr. ex τὸ Γ V.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ο Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, ὁ ἄρα ἐκ τῶν Α, Ζ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Β, Ε. πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ὁ Β πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, ὁ ἄρα ἐκ τῶν Δ, Γ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Β, Ε. ἐδείχθη δὲ καὶ ὁ ἐκ τῶν Α, Ζ ἴσος τῷ ἐκ τῶν Β, Ε. καὶ ὁ ἐκ τῶν Α, Ζ ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν Δ, Γ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Γ, οὕτως ὁ Δ πρὸς τὸν Ζ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VII, 31.

Ἄλλως.

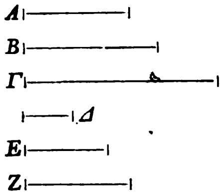
Ἔστω σύνθετος ἀριθμὸς ὁ Α. λέγω, ὅτι ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. ἐπεὶ γὰρ σύνθετός ἐστιν ὁ Α, μετρηθήσεται ὑπὸ ἀριθμοῦ, καὶ ἔστω ἐλάχιστος τῶν μετρούντων αὐτὸν ὁ Β. λέγω, ὅτι ὁ Β πρῶτός ἐστιν. εἰ γὰρ μή, σύνθετός ἐστιν. μετρηθήσεται ἄρα ὑπὸ ἀριθμοῦ τινος. μετρείσθω ὑπὸ τοῦ Γ. ὁ Γ ἄρα τοῦ Β ἐλάσσων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ τὸν Β μετρεῖ, ἀλλ' ὁ Β τὸν Α μετρεῖ, καὶ ὁ Γ ἄρα τὸν Α μετρεῖ ἐλάσσων ὢν τοῦ Β· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ὁ Β σύνθετός ἐστι. πρῶτος ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Scholium ad VII, 39.

Τοῦ λθ'. πολλῶν ἀριθμῶν ὄντων καὶ ἐχόντων τὰ

2. τῷ ἐκ] τῷ ὑπό FV. 3. ὡς] om. p. 4. Δ, Γ] Γ, Δ B. 5. ὁ ἐκ] ὁ p. 6. καί] om. p. ὁ] ὁ ἄρα FV. ἄρα] om. FV. 9. BVpφ. ante prop. 31; add. Theon. 10. ἄλλως] om. p, ἄλλως τὸ λβ τὸ ἑξῆς B mg. m. 1. 11. ἔστω — 13: ἐστιν ὁ Α] om. p. 13. καί] τινος· μετρείσθω, καί B. ἔστω ὁ p. 15. σύνθετός ἐστιν] ἐστιν ὁ Β πρῶτος Bφ, V in ras. 16. ἄρα] om. B. ὑπὸ τοῦ Γ] in ras. V, seq. ras. magna. 17. ἐστίν] ἐστί Vφ, comp. p. 18. ἀλλά Vφ. 20. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bp. 21. Post

Nam quoniam est $A : B = E : Z$, erit



$A \times Z = B \times E$ [VII, 19]. rursus quoniam est $B : \Gamma = \Delta : E$, erit $\Delta \times \Gamma = B \times E$ [id.]. demonstratum est autem, esse etiam $A \times Z = B \times E$. quare etiam $A \times Z = \Delta \times \Gamma$. ergo erit

$$A : \Gamma = \Delta : Z \text{ [VII, 19]};$$

quod erat demonstrandum.

VII, 31.

Aliter.

Sit numerus compositus A. dico, primum numerum eum metiri.

Nam quoniam A compositus est, numerus aliquis eum metietur, et minimus eorum, qui eum metiuntur, sit B. dico, numerum B primum esse. nam si mi-



nus, compositus est. itaque numerus aliquis eum metietur. metiatur numerus Γ. itaque $\Gamma < B$. et quoniam Γ numerum B metitur, B autem numerum A metitur, etiam Γ numerum A metitur, quamquam $\Gamma < B$; quod absurdum est. itaque B compositus non est. ergo primus; quod erat demonstrandum.

Scholium ad VII, 39.

Propositionis XXXIX.[1]) Cum multi numeri sint,

1) Ergo hoc scholium scriptum est ante VII, 20 et 22 interpolatas.

titulum libri VIII V φ p (in V in spatio uacuo inter libb. VII et VIII postea insert.). 22. α′ p (qui numeros propp. libri VIII uno maiores deinceps habet).

αὐτα μέρη, οἶον εἰ τύχοι δίδοσθαι ϛ′ γ′ δ′ ε′, εὑρεῖν τον ἐλάχιστον ἀριθμὸν πάντων τῶν τὰ αὐτὰ μέρη ἐχόντων αὐτοῖς. ἀριθμὸν ευρεῖν, ὅς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ δοθέντα μέρη τὸ ϛ′ γ′ δ′ ε′ ϛ′ ζ′ η′ θ′ ι′ ια′ ιβ′ καὶ εἰς ἄπειρον. δεῖ οὖν λαβεῖν τοὺς ὁμωνύμους αὐτῶν ἀριθμούς, τουτέστι τοῦ μὲν ἥμισυ το α̅, τοῦ δὲ γ′ τα γ̅, τοῦ δὲ δ′ τα δ̅ καὶ ε′ καὶ ϛ̅ καὶ ζ̅ η̅ θ̅ ι̅ ι̅α̅ ι̅β̅ καὶ πολλαπλασιάσαι τον α̅ ἐπὶ τα γ̅· γίνονται γ̅· τα γ̅ ἐπὶ τὰ δ̅· γίνονται ι̅β̅· τὰ ι̅β̅ ἐπὶ τα ε̅· γίνονται ξ̅· τα ξ̅ ἐπὶ τα ϛ̅· γίνονται τ̅ξ̅· τα τ̅ξ̅ ἐπὶ τα ζ̅· γίνονται ͵βφκ· οὗτος ἔχει τα ι̅ μέρη το ϛ′ γ′ δ′ ε′ ϛ′ καὶ τα λοιπά. πάλιν αὐτον πολλαπλασιάσαι ἐπὶ τον ι̅α̅· γίνονται μ^υβ ͵ζψκ· οὗτος ὁ ἀριθμὸς ἔχει τα δοθέντα μέρη το ϛ′ γ′ δ′ ε′ ϛ′ ζ′ η′ θ′ ι′ ια′ ιβ′. ἐπὶ πάντων τῶν διδομένων οὕτως δεῖ πολλαπλασιάζειν καὶ εὑρίσκειν τὸν ἀριθμον τον ἐλάχιστον ἔχοντα ταῦτα τα μέρη.

IX init.

Ευρίσκομεν τὸν συγκείμενον λόγον ἐκ λόγων διὰ ε′ τοῦ η′· τὴν δὲ διαίρεσιν τοῦ λόγου εὑρίσκομεν οὕτως· ἔστω ο Α τοῦ Β διπλοῦς, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἀφελεῖν τριπλοῦν. ἔστω ὁ Α Γ τριπλοῦς. λοιπος ἄρα ὁ Γ Β. λέγω, ὅτι ὁ Γ Β ἡμιόλιός ἐστιν. μη

---

1. τύχῃ p. ϛ′] ϛ̅ p. 2. ἀριθμόν] comp. V; καί φ. τῶν] τόν φ. αὐτά] ἡ ̈ V φ. 3. ἔχοντα φ. ἀριθμόν] comp. V; καί φ. ὅς] ὡς V φ. 4. τό] τά p. ϛ′] in ras. m. 1 p. 6. αὐτῶν] ἡ̅ τῶν V φ. 7. α̅] πρῶτον Vpφ. καὶ ϛ καί] τὰ ε̅ καὶ τὰ ϛ̅ p. 8. ι̅] om. V φ. πολλαπλασιάσας Vpφ. α̅] πρῶτον Vpφ. 9. γ̅] τρία Vpφ. γίνονται] semper comp. Vφ, γίνεται p. γ̅ τά] τρία· τά p. γ̅] τρία p. γίνεται p. ι̅β̅] (prius) ιζ φ. 10. γίνονται] (prius)

qui easdem partes habeant, uelut $^1/_2$ $^1/_3$ $^1/_4$ $^1/_5$, inuenire minimum numerum omnium, qui easdem partes habent.

numerum inuenire minimum, qui datas partes $^1/_2$ $^1/_3$ $^1/_4$ $^1/_5$ $^1/_6$ $^1/_7$ $^1/_8$ $^1/_9$ $^1/_{10}$ $^1/_{11}$ $^1/_{12}$ cett. habeat. oportet igitur numeros iis cognomines sumere, h. e. parti dimidiae numerum 1, tertiae 3, quartae 4, quintae 5 et 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; et multiplicare $1 \times 3 = 3$, $3 \times 4 = 12$, $12 \times 5 = 60$, $60 \times 6 = 360$, $360 \times 7 = 2520$, qui habet decem partes $^1/_2$ $^1/_3$ $^1/_4$ $^1/_5$ $^1/_6$ cett. rursus $2520 \times 11 = 27720$, qui habet datas partes $^1/_2$ $^1/_3$ $^1/_4$ $^1/_5$ $^1/_6$ $^1/_7$ $^1/_8$ $^1/_9$ $^1/_{10}$ $^1/_{11}$ $^1/_{12}$. in omnibus datis ita oportet multiplicare et numerum minimum inuenire, qui has habeat partes.

Scholium. IX init.[1])

Rationem ex rationibus compositam per VIII, 5 inuenimus, rationis autem diuisionem ita inuenimus.

Sit $A : B = 2 : 1$, et ab ea oporteat auferre $3 : 1$.[2]) sit $A : \Gamma = 3 : 1$. relinquitur igitur $\Gamma : B$. dico, esse $\Gamma : B = 2 : 3$. ne sit enim, sed si fieri potest, sit

1) Uidetur esse scholium ad VIII, 5.
2) H. e. 2 : 1 per 3 : 1 diuidere.

γίνεται p. 11. *,βφκ*] *μφη* φ. *οὕτως* V φ. *ι*] *δέκα* p. 12. *γ' δ' ε' ς'*] *γγδ* φ. *πολλαπλασιάσας* Vpφ. 13. *τόν*] *τῶν* p. *β ,ζψκ*] *μβψκ* p, *β' γζψκ* φ. *οὗτος*] *οὗ τό* p. 15. *ι*] om. φ. *δεδομένων* p. 16. *ἀριθμόν*] comp. V, *καί* φ. *ἐλάττονα* Vpφ. 18. Vφ post titulum libri IX (in V in spatio uacuo inter libb. VIII et IX postea insert.).

γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω διπλοῦς ὁ Γ τοῦ Β. ἔστι δὲ καὶ ο Α τοῦ Γ τριπλοῦς· γενήσεται ἄρα καὶ ὁ Α τοῦ Β ἑξαπλοῦς. ὑπόκειται δὲ διπλοῦς· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἔσται ὁ Γ τοῖ Β διπλοῦς. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλον λόγον ἔχει ὁ Β πρὸς τὸν Γ παρὲξ τοῦ ἡμιολίου.

IX, 22.

Ἄλλως.

Ἢ καὶ οὕτως· ἐπεὶ οὖν ὁ ΑΒ περιττός ἐστιν, ἀφῃρήσθω ἀπ' αὐτοῦ μονὰς ἡ ΖΒ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΑΖ ἄρτιός ἐστιν. πάλιν ἐπεὶ ὁ ΒΓ περιττός ἐστιν, καί ἐστι μονὰς ἡ ΖΒ, ἄρτιος ἄρα ὁ ΖΓ. ἔστι δὲ καὶ ὁ ΑΖ ἄρτιος. καὶ ὅλος ἄρα ὁ ΑΓ ἄρτιός ἐστιν. διὰ τὰ αὐτὰ δη καὶ ὁ ΓΕ ἄρτιός ἐστιν. ὥστε καὶ ὅλος ὁ ΑΕ ἄρτιός ἐστιν.

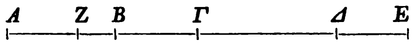
---

4. ἄρα] πτι φ. διπλοῦς] τριπλοῦς Vφ. 7. F solus post ἐστιν, ante ὅπερ p. 392, 13. 8. ἄλλως] om. F.

$\Gamma = 2B$. est autem etiam $A = 3\Gamma$. erit igitur $A = 6B$. sed supposuimus, esse $A = 2B$; quod absurdum est. ergo non erit $\Gamma = 2B$. similiter demonstrabimus, ne aliam quidem rationem habere B ad Γ praeter $2:3$.

IX, 22.

Uel etiam ita: quoniam AB impar est, ab eo auferatur unitas ZB. itaque qui relinquitur, AZ par est. rursus quoniam $B\Gamma$ impar est, et unitas est ZB, par est $Z\Gamma$. uerum etiam AZ par est. itaque etiam totus $A\Gamma$ par est [IX, 21]. eadem de causa etiam ΓE par est. ergo etiam totus AE par est [IX, 21].[1])



1) De figura cfr. IX, 22.

	ℳ ₰
Isocrates edd. *Benseler* et *Blafs.* 2 voll.	2.70
Iuliani imp. op. ed. *Hertlein.* 2 voll.	6.75
Iurisprudent. anteiust. reliquiae ed. *Huschke.* Editio IV.	6.75
— — — Indices ed. *Fabricius*	1.80
— Suppl. Bruchstücke a. Schriften röm. Juristen. Von *Huschke*	—.75
Iustiniani inst. ed. *Huschke*	1.—
— Novellae ed. *Zachariae.* 2 voll.	10.50
Iustinus ed. *Jeep.* Editio maior	2.70
— — Editio minor	—.90
Iuvenalis ed. *Hermann*	—.45
Livius ed. *Weifsenborn.* 6 voll.	6.—
Vol. I—III auch in Heften. à	—.60
Vol. I pars I lib. I—III	
— pars II lib. IV—VI	
Vol. II pars I lib. VII—X	
— pars II lib. XXI—XXIII	
Vol. III pars I lib. XXIV—XXVI	
Ferner einzeln: lib. I et II.	—.45
Lucian ed. *Jacobitz.* 3 voll.	6.30
— — Auch in 6 partes, à pars	1.05
Lucretius ed. *Bernays*	1.50
Lycophron ed. *Kinkel.*	1.80
Lycurgus ed. *Scheibe*	—.60
Lydus ed. *Wachsmuth*	2.70
Lysias ed. *Scheibe*	1.20
Macrobius ed. *Eyfsenhardt*	5.40
Manethon ed. *Koechly.*	1.50
Martialis ed. *Schneidewin*	1.50
Martianus Capella ed. *Eyfsenhardt*	4.50
Maximus et Ammon. ed. *Ludwich.*	1.80
Metrolog. script. ed. *Hultsch.* 2 voll.	5.10
Muretus ed. *Frey.* Vol. I et II.	2.40
Nicephori opuscula historica ed. *de Boor*	3.30
Nicomachus ed. *Hoche*	1.80
Nonnus ed. *Koechly.* 2 voll. à	4.50
— **paraphrasis** ed. *Scheindler*	4.50
Onosander ed. *Koechly*	1.20
Ovidii opera ed. *Merkel.* 3 voll.	2.90
— — **tristia**	—.45
— — **fasti**	—.60
— — **met. delectus** ed. *Merkel*	—.60
Panegyrici latini XII ed. *Baehrens*	3.60
Pausanias ed. *Schubart.* 2 voll.	3.60
Persius ed. *Hermann*	—.30
Phaedrus ed. *Müller*	—.30
Philostratus ed. *Kayser.* 2 voll.	8.25
Pindarus ed. *Christ.*	1.—
Plato ed. *Hermann.* 6 voll.	10.50
[Auch in 15 einzelnen Heften.]	
Plautus ed. *Fleckeisen.* Vol. I. II.	2.70
— — einzelne Stücke à	—.45
Plini epistolae ed. *Keil*	1.20
— **natur. historia** ed. *Jan.* 6 voll.	13.20
Plinius et Gargilius Mart. ed. *Rose*	2.70
Plotinus ed. *Volkmann.* 2 voll.	
Plutarchus ed. *Sintenis.* 5 voll.	8.40
[Auch in 14 einzelnen Heften.]	
— **moralia** ed. *Hercher.* Vol. I.	1.80
Poetae latini min. ed. *Baehrens.* 5 voll.	15.90
Polemon ed. *Hinck*	1.—
Polyaenus ed. *Woelfflin*	4.50
Polybius ed. *Dindorf* 4 voll.	11.70
Pomponii Melae de chorographia libri tres rec. *Frick.*	1.20

	ℳ ₰
Porphyrion ed. *Meyer*	4.20
Porphyrius ed. *Nauck*	1.80
Proclus ed. *Friedlein*	6.75
Propertius ed. *Müller*	—.60
Quintilian ed. *Bonnell.* 2 voll.	2.40
— — lib. X ed. *Halm*	—.30
Quintus Smyrnaeus ed. *Koechly.*	1.50
Rerum naturalium script. Graeci ed. *Keller.* Vol. I	2.70
Rhetores Graeci ed. *Spengel.* 3 voll.	9.—
Ruhnkenii elogium Hemsterhusii ed. *Frey*	—.45
Rutilius Namatianus ed. *Müller*	—.75
Sallustius ed. *Dietsch.* Ed. IV	—.45
Script. histor. Augustae. 2 voll.	5.10
Script. metrici Graeci ed. *Westphal.* Vol. I	2.70
Seneca ed. *Haase.* 3 voll.	7.80
— **tragoediae** ed. *Peiper* et *Richter*	4.50
Seneca rhetor ed. *Kiefsling*	4.50
Simeo Sethus ed. *Langkavel*	1.80
Sophocles ed. *Dindorf.* Ed. V	1.50
— — einzelne Stücke à	—.30
Soranus ed. *Rose*	4.80
Statius ed. *Queck.* 2 voll.	3.60
— Vol. I Silvae ed. *Baehrens*	1.80
— Vol. II Fasc. I. Achilleis ed. *Kohlmann.*	—.75
Stobaei florilegium ed. *Meineke.* 4 voll.	9.60
Stobaei eclogae ed. *Meineke.* 2 voll.	6.—
Strabo ed. *Meineke.* 3 voll.	6.—
Suetonius ed. *Roth*	1.50
Tacitus ed. *Halm.* 2 voll.	2.40
— — **Germania, Agricola et dialogus** ed. *Halm*	—.45
Terentius ed. *Fleckeisen.*	1.20
Testamentum, novum, Graece ed. *Buttmann.*	2.25
Themistius ed. *Spengel.* 2 voll.	6.—
Theodorus Prodromus ed. *Hercher*	—.50
Theon Smyrnaeus ed. *Hiller*	3.—
Theophrastus ed. *Wimmer.* 3 voll.	6.60
Theophrasti char. ed. *Fofs.*	1.20
Thucydides ed. *Boehme.* 2 voll.	2.40
Tibullus ed. *Müller*	—.30
Ulpian ed. *Huschke.* Ed. II	—.75
Valerius Flaccus ed. *Baehrens*	1.50
Valerius Maximus ed. *Halm*	3.75
Vegetius ed. *Lang*	3.—
Velleius Paterculus ed. *Haase*	—.60
— — ed. *Halm*	1.—
Vergili opera ed. *Ribbeck*	1.35
— **Bucolica et Georgica**	—.45
— **Aeneis**	—.90
Xenophontis expeditio ed. *Hug*	—.75
— — — Ed. maior.	1.20
— — — ed. *Dindorf*	—.75
— — **historia Gr.** ed. *Dindorf*	—.90
— — **institutio Cyri** ed. *Hug.* Ed. maior	1.20
— — — Ed. minor.	—.90
— — — ed. *Dindorf*	—.90
— — **commentarii**	—.45
— — **scripta minora**	—.90
Zonaras ed. *Dindorf.* 6 voll.	13.50

LIPSIAE: TYPIS B. G. TEUBNERI